

Міністерство освіти і науки України
**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**Індивідуальні завдання
до самостійної роботи з дисципліни
«ВИЩА МАТЕМАТИКА.
МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»**

**для студентів денної форми навчання галузі знань
12 «Інформаційні технології»
(Частина 1)**

2020

Індивідуальні завдання до самостійної роботи з дисципліни «Вища математика. Математичний аналіз» для студентів денної форми навчання галузі знань 12 «Інформаційні технології» (Частина 1) / Укл. Коротунова О. В. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2020. – 50 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Мастиновський Ю.В, професор, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри прикладної математики
Протокол № 3 від 23.09.2020 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету комп'ютерних наук і технологій
Протокол № 2/2 від 30.09.2020 р.

ЗМІСТ

1. Диференціальне числення функції однієї змінної	4
1.1. Завдання № 1.1	4
1.2. Завдання № 1.2	11
1.3. Завдання № 1.3	16
1.4. Завдання № 1.4	17
1.5. Завдання № 1.5	25
1.6. Завдання № 1.6	26
1.7. Завдання № 1.7	28
1.8. Завдання № 1.8	30
2. Інтегральне числення функції однієї змінної	31
2.1. Завдання № 2.1	31
2.2. Завдання № 2.2	42
2.3. Завдання № 2.3	46
2.4. Завдання № 2.4	47
Література	50

1 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

1.1 Завдання № 1.1.

Обчислити границі функцій, не використовуюючи правило Лопітала.

- № 1.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 6x - 1}{3 - x^2 + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x^2 + 4x - 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-5} \right)^{6x-5}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin 4x}$.
- № 2.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x - 1}{3x^2 + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 4}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{x^2 - x - 2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{3x}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \operatorname{tg} x}$.
- № 3.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 - 1}{x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 8}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2 + 7x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x^2}{x^2} \right)^{2x^2-1}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{\sin 6x}$.
- № 4.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 6x - 1}{x^3 - x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 1}$;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 + 4x - 12}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\arcsin x}.$$

$$\text{№ 5.} \quad \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x^2 - 2x}{x^2 + x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x^2 + x - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+3}{7x-2} \right)^{4x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\operatorname{arctg} \frac{x}{3}}.$$

$$\text{№ 6.} \quad \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x - 1}{5 - 6x^3 + 2x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{6-x}}{x^2 + 2x - 8}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+7} \right)^{3-x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4^x}{\operatorname{arctg} x}.$$

$$\text{№ 7.} \quad \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1-x^2}{3-x+2x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 + 4x - 5}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 4} \right)^{3x^2+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\ln(1+2x)}.$$

$$\text{№ 8.} \quad \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - x + 2}{x - x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + x - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7 + 2x}{6 + 2x} \right)^{3x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\arcsin 3x \cdot \ln(1 - 2x)}.$$

№ 9.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 6x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x + 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x^2 + x - 12}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\ln(1 - 6x)}.$$

№ 10.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{3 - x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 9};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+6} \right)^{x+2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{\sin 5x}.$$

№ 11.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x + 1 - 3x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{2}}{x^2 - x - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+2}{5x-3} \right)^{6x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot \sin x}.$$

№ 12.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 2}{x - 3x^2 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 - 7x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+2}{6x-1} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1-x)}{1 - \cos 2x}.$$

$$\text{№ 13. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x + 1}{x + 3x^3 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 9};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x-2} \right)^{4x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin x}{1 - \cos 4x}.$$

$$\text{№ 14. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 1}{3x^2 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x+5} - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2} \right)^{4x+5};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin 6x}.$$

$$\text{№ 15. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x + 2}{x^3 - 2x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{4 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{x+3} - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+8}{3x-1} \right)^{x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{\ln(1-6x)}.$$

$$\text{№ 16. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 + 2}{7x^2 - 2x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x - 24}{9 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{\sqrt{x+3} - \sqrt{2}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+8}{7x-3} \right)^{5x+2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\arcsin 8x}.$$

$$\text{№ 17. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{5 - 6x^2 - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+8} \right)^{5x-2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\ln(1-4x)}.$$

$$\text{№ 18. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x^3 + x}{3x^3 - 6x^2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 7x - 30}{9 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x - 16}{\sqrt{x+2} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+1}{5x-8} \right)^{3x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \cdot \operatorname{arctg} 5x}.$$

$$\text{№ 19. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 1}{x - 5x^2 + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{4 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 + x - 12};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x+3}{10x-8} \right)^{x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+6x)}{\arcsin 12x}.$$

$$\text{№ 20. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + x + x^2 - 2x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{1 - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 + x - 20};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-1}{7x+3} \right)^{4x-8};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - 1}{x \cdot \sin 5x}.$$

- № 21.** а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x + 1}{1 - x - 5x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x^2 + 2x - 35}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+1} \right)^{6x-3}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-6x)}{\sin 7x}$.
- № 22.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - x^3 + x^2 + 1}{6x - 3x^2 + 7x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 + x - 42}{x^2 - 36}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{6}}{x^2 - x - 20}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-2x}{6-2x} \right)^{x+1}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)}{\operatorname{arctg} 8x}$.
- № 23.** а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{5 - x + 3x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{4 - x^2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x^2 + 3x - 4}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{5-x} \right)^{7-x}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \cdot \operatorname{arctg} 2x}$.
- № 24.** а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x^3}{6 + 5x + 3x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - x - 20}{25 - x^2}$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 + 3x - 10}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8+5x}{5x-4} \right)^{2x+1}$;
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 12x}{\ln(1-12x)}$.
- № 25.** а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x - 1}{5 - x + 5x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 5x - 24}{64 - x^2}$;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 4x - 5}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-6x}{5-6x} \right)^{2x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \ln(1-2x)}{1 - \cos 3x}.$$

$$\text{№ 26. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-x-x^2}{4+3x^2-x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2-6x-7}{x^2-49};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2}-3}{x^2+x-56}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+1}{7x-8} \right)^{5x+1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 6x}{\cos 2x - 1}.$$

$$\text{№ 27. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5x^2-x^3}{2x^3-x^2+7x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^2-1}{\arcsin(1-2x)}.$$

$$\text{№ 28. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x+5}{x+3x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{\sin 2x}.$$

$$\text{№ 29. } \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-3x^2}{x^2+7x-2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 3x}.$$

$$\text{№ 30. а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2+x-1}{x-3x^2+2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-8x+12}{x^2-4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x^3} \right)^{3+x^3};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1-\cos 5x}.$$

1.2 Завдання № 1.2.

Дослідити функції на неперервність та встановити тип точок розриву, якщо вони є. Для завдання «а» схематично побудувати графік функції $f(x)$.

$$\text{№ 1. а) } f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0; \\ x^2-1, & 0 < x \leq 1; \\ 4x-2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 2. а) } f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -1; \\ 2x+1, & -1 < x < 0; \\ -x^2+2, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{1}{x}}.$$

$$\text{№ 3.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 4-x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x-3}}.$$

$$\text{№ 4.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$\text{№ 5.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 2^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$\text{№ 6.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{x+5}}.$$

$$\text{№ 7.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x < 1; \\ x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 8.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0; \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}; \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{1}{x+3}}.$$

$$\text{№ 9.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$\text{№ 10.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 1; \\ x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 2^{\frac{1}{x-5}}.$$

$$\text{№ 11.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1; \\ -x+3, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{x+1}}.$$

$$\text{№ 12.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi; \\ x-2, & x > \pi. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{2}{x+7}}.$$

$$\text{№ 13.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 13^{\frac{1}{x+9}}.$$

$$\text{№ 14.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} 3, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 0; \\ x+1, & x > 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$\text{№ 15.} \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0; \\ 2x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 4, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}.$$

$$\text{№ 16. a) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq -1; \\ 2, & -1 < x \leq 1; \\ 3x + 1, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{2x-4}}.$$

$$\text{№ 17. a) } f(x) = \begin{cases} 4x - 3, & x < 1; \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2; \\ 5, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{-\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 18. a) } f(x) = \begin{cases} -x - 1, & x \leq -1; \\ x^2 + 1, & -1 < x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{2}{x+5}}.$$

$$\text{№ 19. a) } f(x) = \begin{cases} 4, & x \leq -2; \\ x^2, & -2 < x < 2; \\ x - 2, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 11^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 20. a) } f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \leq 0; \\ 4, & 0 < x < 2; \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = e^{\frac{3}{x-5}}.$$

$$\text{№ 21. a) } f(x) = \begin{cases} x - 3, & x \leq 2; \\ -1, & 2 < x < 3; \\ x^2 - 5, & x \geq 3. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{1}{x+4}}.$$

$$\text{№ 22. a) } f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0; \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$\text{№ 23. a) } f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1; \\ 2 - x, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{x-6}}.$$

$$\text{№ 24. a) } f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 0; \\ \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ 2, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 4^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$\text{№ 25. a) } f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq -1; \\ x, & -1 < x < 1; \\ 2, & x \geq 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{1}{x+2}}.$$

$$\text{№ 26. a) } f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0; \\ x^2 + 2, & 0 < x \leq 1; \\ 3 - x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 9^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$\text{№ 27. a) } f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1; \\ 2 - 2x, & -1 \leq x \leq 1; \\ \ln x, & x > 1. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 5^{\frac{2}{x-4}}.$$

$$\text{№ 28. a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{4-x}, & x < 0; \\ \cos 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}; \\ -x, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 7^{\frac{2}{x+5}}.$$

$$\text{№ 29. а) } f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & x < -2; \\ x, & -2 \leq x < 0; \\ 1-x, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 6^{\frac{1}{x+3}}.$$

$$\text{№ 30. а) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < -2; \\ 3x + 2, & -2 \leq x \leq 2; \\ 12 - x^2, & x > 2. \end{cases} \quad \text{б) } f(x) = 8^{\frac{2}{x-7}}.$$

1.3 Завдання № 1.3.

Знайти та схематично побудувати асимптоти графіка функції $y = f(x)$.

$$\text{№ 1. } y = \frac{x^2 - 4}{16x}.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{x^2 - 2x}{x-1}.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{x^2 - 9}{x}.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{x^2 - 1}{3x}.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{x^3 + 8}{x^2}.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{2}{x^2 - 1}.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{x^3}{x^2 - 4}.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{x^2}{2(x-3)}.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{x^2 - x}{x - 2}.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{1 - x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{x^2}{2(x+1)^2}.$$

$$\text{№ 19. } y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$\text{№ 20. } y = \frac{2x^2 + x}{x + 1}.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{x^3}{x^2 - 3}.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{x^3}{1 - x^2}.$$

$$\text{№ 23. } y = \frac{x^2}{(x+1)^2}.$$

$$\text{№ 24. } y = \frac{x-1}{x^2 - 2x}.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

$$\text{№ 26. } y = 2x - 1 + \frac{1}{x-1}.$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}.$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{3 - x^2}{x}.$$

$$\text{№ 29. } y = x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{3 - x^2}{x + 2}.$$

1.4 Завдання № 1.4.

Обчислити похідні заданих функцій.

$$\text{№ 1. } \quad \text{а) } y = (x^3 + 1)\sin 3x; \quad \text{б) } y = \arctg(\sin x) - 5^{\ln x};$$

$$\text{в) } e^{xy} + x^2 + y^2 = 0; \quad \text{г) } y = x^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \cos 2t, \\ x = \sin 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \text{а) } y = \frac{1+e^x}{1-e^x}; \quad \text{б) } y = 3^{\arctg \sqrt{x}} - \log_2(x^3 - 5x);$$

$$\text{в) } xy + y^2 = x + y; \quad \text{г) } y = x^{\frac{x}{2}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = e^t \cos t, \\ x = e^t \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \text{а) } y = \frac{\sin 2x}{2x+1};$$

$$\text{б) } y = x \arcsin \sqrt{x} + \log_3 \sqrt{1+x^2};$$

$$\text{в) } \ln x + \ln y = x + y; \quad \text{г) } y = (x^2 + 1)^x;$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t + \sin t, \\ x = 2 - \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \text{а) } y = (x^2 + 1) \cos 3x; \quad \text{б) } y = \ln \arccos 2x + \text{tg} \sqrt[3]{1+x^3};$$

$$\text{в) } y + \sin x = x + \cos y; \quad \text{г) } y = x^{x^2+1};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \frac{1}{t}, \\ x = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \text{а) } y = \frac{\cos x}{x^2}; \quad \text{б) } y = \sqrt{\ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})};$$

$$\text{в) } y \cdot \sin x + \cos y = \cos y; \quad \text{г) } y = (\arcsin x)^{x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin t, \\ x = \frac{1}{\cos t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 6. a) } y = (x^2 + 6x - 1)e^{2x}; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}};$$

$$\text{в) } 5y = tg(xy); \quad \text{г) } y = (\sin x)^x;$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sqrt{t}, \\ x = \sqrt{1-t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 7. a) } y = \frac{4 \ln x}{1 - \ln x}; \quad \text{б) } y = 3^{\text{ctg} x} \cdot \cos \sqrt[8]{x};$$

$$\text{в) } x^2 + y = y^2 + x; \quad \text{г) } y = (x)^{\arcsin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sqrt{t-1}, \\ x = \frac{1}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$$

$$\text{№ 8. a) } y = \frac{4 \sin 3x}{x^2 - 4x + 1}; \quad \text{б) } y = \ln^2(x + tg x);$$

$$\text{в) } e^x + y = e^y + x; \quad \text{г) } y = (\cos x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = \ln t. \end{cases}$$

$$\text{№ 9. a) } y = (x-1)\cos 2x; \quad \text{б) } y = 3^{\ln(1+4x^2)};$$

$$\text{в) } 2x^2 + y = x - y^2; \quad \text{г) } y = (\arctg x)^{\sin x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^2 + t, \\ x = t^2 - t. \end{cases}$$

$$\text{№ 10. а) } y = (3x-1)e^x; \quad \text{б) } y = \ln \sin \frac{2x+4}{x};$$

$$\text{в) } x^2 + y^2 = 2x + 3y; \quad \text{г) } y = (\cos x)^{x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^3 - 3t, \\ x = t^2 - 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 11. а) } y = \frac{\cos 3x}{x^3 + x^2 + 1}; \quad \text{б) } y = \ln \ln^2 \ln^3 x;$$

$$\text{в) } e^{xy} - x^2 + y^2 = 0; \quad \text{г) } y = x^{\frac{2}{x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \sin t - t \cos t, \\ x = \cos t - t \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 12. а) } y = \frac{\ln x}{3x^2 + 1}; \quad \text{б) } y = \arcsin \ln \frac{1}{3x-2};$$

$$\text{в) } x \sin y - y \cos x = 0; \quad \text{г) } y = x^{ctgx};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = \ln t, \\ x = t^2 - t. \end{cases}$$

$$\text{№ 13. а) } y = (x^2 + 1)tg 4x; \quad \text{б) } y = \ln \cos e^{-4x};$$

$$\text{в) } x = y^2 + \arctg \frac{y}{x}; \quad \text{г) } y = x^{\arccos x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t - \sin t, \\ x = 2 + \cos t. \end{cases}$$

№ 14. а) $y = \frac{5x+1}{\operatorname{arctg} 2x}$; б) $y = \ln \arcsin \sqrt{x} - \cos^3 5x$;

в) $e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}$; г) $y = (\operatorname{tg} x + 1)^{2x}$;

д) $\begin{cases} y = \cos t, \\ x = \ln \sin t. \end{cases}$

№ 15. а) $y = \frac{3x^2}{\operatorname{tg} 2x}$; б) $y = \ln \cos \frac{2x+3}{3x+2}$;

в) $xy + \ln y - 2 \ln x = 0$; г) $y = 2x^{\sqrt{x}}$;

д) $\begin{cases} y = \cos t + t \sin t, \\ x = \sin t - t \cos t. \end{cases}$

№ 16. а) $y = (x^2 - 8) \cos 3x$; б) $y = \ln^3(1 + \operatorname{tg} 2x)$;

в) $y \sin x + \cos(x - y) = \cos y$;

г) $y = x^{1+3x^2}$;

д) $\begin{cases} y = e^t, \\ x = e^{2t+1}. \end{cases}$

№ 17. а) $y = e^{-x} \sin 2x$; б) $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}}$;

в) $\cos(xy) = \frac{y}{x}$; г) $y = x^{\sin(x^2)}$;

д) $\begin{cases} y = \ln(\operatorname{arctg} t), \\ x = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases}$

№ 18. а) $y = (x^2 + 8)\sqrt{2x+1}$; б) $y = 5^{\arcsin 2x} - \log_5(x^2 - 7x)$;

в) $(x+y)^2 = (x-2y)^3$; г) $y = (\arctg 2x)^{\sin x}$;

д)
$$\begin{cases} y = t^2 + 4t - 1, \\ x = 3t^3 + t. \end{cases}$$

№ 19. а) $y = \frac{3x}{\sin 2x}$; б) $y = \ln^2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;

в) $y \ln x - x \ln y = x + y$; г) $y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}}$;

д)
$$\begin{cases} y = \ln \operatorname{tg} t, \\ x = ct \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

№ 20. а) $y = \frac{\arcsin x}{1 + 2 \cos x}$; б) $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{1 + \ln(2x+3)}}$;

в) $x^3 y^3 - 2xy + 3 = 0$; г) $y = x^{-\cos 4x}$;

д)
$$\begin{cases} y = t(1 - \cos t), \\ x = t \sin t. \end{cases}$$

№ 21. а) $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}$; б) $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\sqrt{e^{\sin x} - 1} \right)$;

в) $x^2 y^3 - \sin y + 3 = 0$; г) $y = (\operatorname{tg} 7x)^{x^3}$;

д)
$$\begin{cases} y = \sin^2 t, \\ x = \sin 2t. \end{cases}$$

№ 22. а) $y = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$; б) $y = \cos^2 \ln x + \ln^2 \sin x$;

в) $\cos(xy) - 2x = 0$; г) $y = (2x+3)^{\sin x}$;

$$\text{д) } \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

$$\text{№ 23. а) } y = \frac{\operatorname{ctg} 5x}{x^2 + \sin 3x};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \ln \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{в) } x^2 y^3 + x \ln y = 0;$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{\cos x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t^2 - 5t, \\ y = 2 \cos 3t. \end{cases}$$

$$\text{№ 24. а) } y = \frac{1 - \cos 4x}{x + \sin 3x};$$

$$\text{б) } y = \lg \ln \operatorname{ctg} x^3;$$

$$\text{в) } \operatorname{tgy} - xy^2 = 0;$$

$$\text{г) } y = x^{\frac{1}{x^2}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} y = t^3 + 3t + 1, \\ x = t^3 - 3t + 1. \end{cases}$$

$$\text{№ 25. а) } y = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$$

$$\text{б) } y = \ln \arccos \sqrt{1 - e^{4x}};$$

$$\text{в) } \sin y - xy^2 + 4 = 0;$$

$$\text{г) } y = e^{\sin^3 x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t, \\ y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}. \end{cases}$$

$$\text{№ 26. а) } y = \sin 8x \cdot \operatorname{ctg} 3x;$$

$$\text{б) } y = \ln \left(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}} \right);$$

$$\text{в) } y = 1 + xe^y;$$

$$\text{г) } y = x^{1+3x^2};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \sin t, \\ y = 5 \cos t^2. \end{cases}$$

$$\text{№ 27. а) } y = e^{-x} \cos x;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arccctg} \sqrt{\ln \frac{1}{x^2 + 1}};$$

$$\text{в) } y^3 + e^{xy} = 0;$$

$$\text{г) } (\ln x)^{2x-1};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t + \ln 2t, \\ y = t - \ln 2t. \end{cases}$$

$$\text{№ 28. а) } y = x^5 \ln x;$$

$$\text{б) } y = \log_3 \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}};$$

$$\text{в) } x^3 + y^3 - 3xy = 0;$$

$$\text{г) } y = x^{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

$$\text{№ 29. а) } y = (2x-1) \operatorname{arctg} 3x;$$

$$\text{б) } y = \ln \frac{\ln x}{\sin \frac{1}{x}};$$

$$\text{в) } xy + e^y = 0;$$

$$\text{г) } y = x^{\cos^2 x};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = t^2 + t + 1, \\ y = t^3 + t. \end{cases}$$

$$\text{№ 30. а) } y = \frac{2^{5x}}{x + \sqrt{1+x^2}};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{в) } x^4 + y^4 = x^2 y^2;$$

$$\text{г) } (\cos x)^{3+x^3};$$

$$\text{д) } \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

1.5 Завдання № 1.5.

Скласти рівняння дотичної та нормалі до заданої кривої $y = f(x)$ в точці x_0 .

$$\text{№ 1. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{2x+1}{2-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{1}{4}x^2 - 1, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{1}{4}x^2 + 1, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{1}{2}(x^2 - 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{1}{2}(1 - x^2), x_0 = 2.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{x-4}{1+x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{3x-2}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{1}{3}x^2 - 2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{1}{8}x^2 + 3, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{1}{6}(x^2 + 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{1}{6}(3 - x^2), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 19. } y = \frac{x-4}{3-x}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{1}{4}x^2 - 2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 20. } y = 3 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{1}{2}(x^2 + 1), x_0 = 2.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{1}{2}(3 - x^2) - 1, x_0 = 2.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{3x+1}{2-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{x+2}{x-5}, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{1}{3}x^2 + 2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 23. } y = 1 - \frac{1}{3}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{1}{6}(x^2 - 3), x_0 = 1.$$

$$\text{№ 24. } y = 2 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{2x-4}{1-x}, x_0 = 0.$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{3x-4}{3-x}, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 26. } y = 4 - \frac{1}{8}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 29. } y = 2 - \frac{1}{3}x^2, x_0 = 1.$$

$$\text{№ 27. } y = 3 - \frac{1}{8}x^2, x_0 = -1.$$

$$\text{№ 30. } y = 6 - \frac{1}{4}x^2, x_0 = 1.$$

1.6 Завдання № 1.6.

Обчислити границі функції за правилом Лопіталя.

$$\text{№ 1. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}.$$

$$\text{№ 2. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{\sin x}.$$

$$\text{№ 3. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{\sin^6 2x}.$$

$$\text{№ 4. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2}.$$

$$\text{№ 5. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x^2 + 3x}.$$

$$\text{№ 6. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}.$$

$$\text{№ 7. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 4x}.$$

$$\text{№ 8. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}.$$

$$\text{№ 9. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - 7 \sin x}{x^2}.$$

$$\text{№ 10. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x}.$$

$$\text{№ 11. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

$$\text{№ 12. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

$$\text{№ 13. } \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \operatorname{ctg} \pi(x - 1).$$

$$\text{№ 14. } \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + e^{-x} - 2) \operatorname{ctg} x.$$

$$\text{№ 15. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}.$$

$$\text{№ 16. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{2x^2 - 5x - 3}.$$

$$\text{№ 17. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 10x + 9}{(x - 1)^2}.$$

$$\text{№ 18. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

$$\text{№ 19. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}.$$

$$\text{№ 20. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}.$$

$$\text{№ 21. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}.$$

$$\text{№ 22. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}.$$

$$\text{№ 23. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 7x - 5}{x^3 + 2x^2 - 9x + 6}.$$

$$\text{№ 24. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{\ln(1+x)}.$$

$$\text{№ 25. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 7x - 5}{x^4 - 5x + 4}.$$

$$\text{№ 26. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^{2x}}{x + e^{2x}}.$$

$$\text{№ 27. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x \cos x}.$$

$$\text{№ 28. } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos 7x}{\cos 5x}.$$

$$\text{№ 29. } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 15x}{\sin 9x}.$$

$$\text{№ 30. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}.$$

1.7 Завдання № 1.7.

Знайти найменше та найбільше значення функції $y = f(x)$ на замкненому проміжку.

$$\text{№ 1. } y = x^3 - 3x^2 + 3, \quad [1, 3].$$

$$\text{№ 2. } y = x^3 - 6x^2 + 2, \quad [-2, 2].$$

$$\text{№ 3. } y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, \quad [-2, 4].$$

№ 4. $y = -2x^3 - 9x^2 + 6$, $[-2, 1]$.

№ 5. $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5$, $[0, 3]$.

№ 6. $y = x^3 - 18x + 7$; $[0; 4]$.

№ 7. $y = x^5 - 6x^4$; $[-1; 1]$.

№ 8. $y = x^3 - 3x^2$; $[-2; 2]$.

№ 9. $y = x^4 - 81x$; $[-4; 1]$.

№ 10. $y = x^5 - 4x^4$; $[-2; 2]$.

№ 11. $y = x^6 + x^7$; $[-3; 3]$.

№ 12. $y = x^4 + 20x$; $[-4; 1]$.

№ 13. $y = e^{-x^2} + 2x^2$, $[-1, 1]$.

№ 14. $y = x^4 - 2x^2 + 5$, $[-2; 2]$.

№ 15. $y = x + \frac{2}{x} - 3 \ln x$, $[1, 4]$.

№ 16. $y = xe^{-2x^2}$, $[0, 1]$.

№ 17. $y = x^3 + 3 \ln x$, $[1/2, 2]$.

№ 18. $y = x^2 e^{-x}$, $[-1, 2]$.

№ 19. $y = 4 \arctg x - 2x + 1$, $[0, 1]$.

№ 20. $y = \sqrt{x^3 - x^2 - x + 5}$, $[0, 3]$.

№ 21. $y = x^4 + 4x$; $[-2; 2]$.

№ 22. $y = x^4 + 12x$; $[-3; 1]$.

№ 23. $y = x^5 + 12x$; $[-2; 2]$.

№ 24. $y = x - 2 \sin x$, $[0, \pi/2]$.

$$\text{№ 25. } y = x + 2 \cos x, \quad [-\pi/4, \pi/3].$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{2x+1}{x^2+6}, \quad [-3, 4].$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{4x-1}{x^2+3}, \quad [-1, 3].$$

$$\text{№ 28. } y = \frac{x+1}{x^2+3}, \quad [0, 3].$$

$$\text{№ 29. } y = \frac{3x+4}{x^2+1}, \quad [-1, 4].$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{2x+3}{x^2+4}, \quad [-2, 2].$$

1.8 Завдання № 1.8.

Визначити інтервали монотонності і екстремуми функції $y = f(x)$.

$$\text{№ 1. } y = \frac{x^3+4}{x^2}.$$

$$\text{№ 7. } y = \frac{-8x}{x^2+4}.$$

$$\text{№ 2. } y = \frac{2}{x^2+2x}.$$

$$\text{№ 8. } y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$$

$$\text{№ 3. } y = \frac{12x}{9+x^2}.$$

$$\text{№ 9. } y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}.$$

$$\text{№ 4. } y = \frac{4-x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 10. } y = \frac{4}{x^2+2x-3}.$$

$$\text{№ 5. } y = \frac{2x^3+1}{x^2}.$$

$$\text{№ 11. } y = \frac{1}{x^4-1}.$$

$$\text{№ 6. } y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

$$\text{№ 12. } y = \frac{x^3-32}{x^2}.$$

$$\text{№ 13. } y = \frac{3x-2}{x^3}.$$

$$\text{№ 14. } y = \frac{x^3 - x + 1}{x-1}.$$

$$\text{№ 15. } y = \frac{4x^2}{3+x^2}.$$

$$\text{№ 16. } y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1}.$$

$$\text{№ 17. } y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x-4}.$$

$$\text{№ 18. } y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

$$\text{№ 19. } y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2.$$

$$\text{№ 20. } y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2.$$

$$\text{№ 21. } y = \frac{4x}{(1+x)^2}.$$

$$\text{№ 22. } y = \frac{1-2x^3}{x^2}.$$

$$\text{№ 23. } y = \frac{4}{3+2x-x^2}.$$

$$\text{№ 24. } y = \left(\frac{x}{x+2}\right)^2.$$

$$\text{№ 25. } y = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x + 4}.$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{x^3 - 27x + 54}{x^3}.$$

$$\text{№ 27. } y = -\frac{x^2 + 4x + 1}{x+4}.$$

$$\text{№ 28. } y = -\frac{1+2x}{(x+1)}.$$

$$\text{№ 29. } y = \frac{2x^2 + 4x - 4}{x-3}.$$

$$\text{№ 30. } y = \frac{2-2x-x^2}{x+3}.$$

2 ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ

2.1 Завдання № 2.1.

Обчислити інтеграли.

$$\text{№ 1. } \text{а) } \int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}};$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$$

- № 4.** а) $\int 2^{3x-1} dx$; б) $\int \frac{e^{2-\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x}$;
- в) $\int (4x+3) \cdot \sin 5x dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$;
- д) $\int \frac{2x^2-5x+1}{x^3-2x^2+3x} dx$; е) $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$;
- ж) $\int \frac{x+2}{x\sqrt{x-1}} dx$; з) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{9+x^2}}$.
- № 5.** а) $\int \sin \frac{x}{3} dx$; б) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{9-2x^3}} dx$;
- в) $\int (1-6x) \cdot e^{2x} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^2+2x+2}$;
- д) $\int \frac{2x^2+x+4}{x^3+x^2+4x+4} dx$; е) $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$;
- ж); $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x}}$ з) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-2}}$.
- № 6.** а) $\int e^{-2x} dx$; б) $\int x \cdot 3^{2-x^2} dx$;
- в) $\int (1-8x) \cdot \sin 3x dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$;
- д) $\int \frac{7x-15}{x^3-2x^2+5x} dx$; е) $\int (1+3\cos 2x)^2 dx$;
- ж) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)}$; з) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-4}}$.

- № 7.** а) $\int \cos(3x-5)dx$; б) $\int \frac{(1+4\ln x)^4}{x} dx$;
- в) $\int (5x-2) \cdot e^{3x} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^2+3x+3}$;
- д) $\int \frac{3x^2+2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx$; е) $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$;
- ж) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2} dx$; з) $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx$.
- № 8.** а) $\int 3^{10x} dx$; б) $\int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx$;
- в) $\int (4x-3) \cdot \cos 2x dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$;
- д) $\int \frac{1}{x^3+4x} dx$; е) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$;
- ж) $\int \frac{dx}{2+\sqrt[3]{x-1}}$; з) $\int \frac{\sqrt{9+x^2}}{x^4} dx$.
- № 9.** а) $\int \frac{dx}{(2x-7)^3}$; б) $\int \sqrt[6]{1-7x^3} \cdot x^2 dx$;
- в) $\int \ln(x^2+4) dx$; г) $\int \frac{dx}{9x^2-6x+2}$;
- д) $\int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^2} dx$; е) $\int \sin^3 \frac{x}{2} \cdot \cos^5 \frac{x}{2} dx$;
- ж) $\int \frac{xdx}{2+\sqrt[3]{x-1}}$; з) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$.

№ 10. а) $\int e^{-3x} dx;$

б) $\int \frac{dx}{(1-x)\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}};$

в) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 6x + 2}};$

д) $\int \frac{5x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx;$

е) $\int (1 + 2 \sin 3x)^2 dx;$

ж) $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+2}} dx;$

з) $\int \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2} dx.$

№ 11. а) $\int \frac{dx}{\cos^2(1-x)};$

б) $\int \frac{dx}{x(3+5\ln^2 x)};$

в) $\int (2-9x) \cdot e^{-3x} dx;$

г) $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 5};$

д) $\int \frac{dx}{x(x+1)^2};$

е) $\int \cos^3 2x \cdot \sin^5 2x dx;$

ж) $\int x \cdot \sqrt{4-x} dx;$

з) $\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}.$

№ 12. а) $\int (1-2x)^{10} dx;$

б) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{8-3x^8}};$

в) $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}};$

д) $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)};$

е) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx;$

$$\text{ж) } \int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{(3+x^2)^3}}.$$

$$\text{№ 13. а) } \int \sin(8x-7) dx;$$

$$\text{б) } \int 5^{\frac{1}{x}+3} \frac{dx}{x^2};$$

$$\text{в) } \int \frac{x+4}{e^{2x}} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^2+4x+29};$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x^3+x^2+2x+2};$$

$$\text{е) } \int (1+2\sin x)^3 dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}-1}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$\text{№ 14. а) } \int 3^{4-2x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{2^x dx}{\sqrt{1-4^x}};$$

$$\text{в) } \int (3-4x) \cdot \sin 2x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{4x^2-4x+17};$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2-x+14}{(x-4)^2(x-2)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{\sin^4 \frac{x}{2}};$$

$$\text{ж) } \int \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$\text{№ 15. а) } \int \cos(10-3x) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{e^x \cdot \sin^2(e^{-x})};$$

$$\text{в) } \int \ln(4x^2+1) dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx; \quad \text{е) } \int \frac{\cos^5 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} dx; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1+x^2}}.$$

№ 16. а) $\int (1-2x)^{1/3} dx;$ б) $\int \frac{dx}{e^x(7-4e^{-2x})};$

в) $\int (2x-5) \cdot \sin 4x dx;$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-4x+17}};$

д) $\int \frac{dx}{x(x^2+3)};$ е) $\int (1-2\cos 2x)^3 dx;$

ж) $\int \frac{x+1}{x \cdot \sqrt{x-2}} dx;$ з) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{2+x^2}}.$

№ 17. а) $\int \cos\left(\frac{x}{4}-7\right) dx;$ б) $\int \frac{dx}{(2-3\operatorname{tg} x)\cos^2 x};$

в) $\int \frac{2x^2+5x+5}{(x+1)^2(x+3)} dx;$ г) $\int \frac{dx}{9x^2-6x+2};$

д) $\int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx;$ е) $\int \frac{\sin^5 2x}{\cos^2 2x} dx;$

ж) $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x+2}};$ з) $\int x^2 \cdot \sqrt{4-x^2} dx.$

- № 18.** а) $\int 7^{1-3x} dx$; б) $\int \frac{\sqrt{3+5e^{-x}}}{e^x} dx$;
- в) $\int (2x+1) \cdot \cos \frac{x}{2} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$;
- д) $\int \frac{5x^2-2x+3}{x(x-3)(2x+1)} dx$; е) $\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$;
- ж) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+3}}$; з) $\int x^2 \cdot \sqrt{5-x^2} dx$.
- № 19.** а) $\int \frac{dx}{\sin^2(2x+3)}$; б) $\int \frac{e^{2\arcsin x} dx}{2\sqrt{1-x^2}}$;
- в) $\int (2+5x) \cdot e^{-4x} dx$; г) $\int \frac{dx}{3-2x-x^2}$;
- д) $\int \frac{x^2-4}{(x+1)^2(x-1)} dx$; е) $\int \sin^4 2x dx$;
- ж) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x-3}}$; з) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$.
- № 20.** а) $\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{3}-2\right)^3}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}}$;
- в) $\int \ln(2x^2-3) dx$; г) $\int \frac{x+5}{\sqrt{3-6x-x^2}} dx$;

$$\text{д) } \int \frac{2x^3 - 2x^2 + 5}{(x-1)^2(x^2+4)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{\cos^4 \frac{x}{2}};$$

$$\text{ж) } \int \frac{x-1}{x \cdot \sqrt{x+3}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx.$$

$$\text{№ 21. а) } \int \left(\frac{x}{2} + \frac{10}{7} \right)^{10} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\cos^2 x(2 - \operatorname{tg} x)};$$

$$\text{в) } \int x \cdot \operatorname{arctg} x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 2};$$

$$\text{д) } \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x-1)(x+3)(x-4)} dx;$$

$$\text{е) } \int \cos^2 x \cdot \sin^4 x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{4 - \sqrt{x}};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4+x^2}}.$$

$$\text{№ 22. а) } \int \cos \left(2 - \frac{x}{5} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{xdx}{5 + 2x^4};$$

$$\text{в) } \int (4x-3) \cdot e^{-2x} dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 13}};$$

$$\text{д) } \int \frac{7x+1}{(x+1)(x-2)(x+3)} dx;$$

$$\text{е) } \int \cos^4 \frac{x}{2} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot (x+4)};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-3}}.$$

$$\text{№ 23. а) } \int (2x-5)^{\frac{1}{5}} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{в) } \int (2x-5) \cdot \cos 4x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^2+2x+3};$$

$$\text{д) } \int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx; \quad \text{е) } \int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x}}{x-5} dx; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{5-x^2}}{x^2} dx.$$

$$\text{№ 24. a) } \int e^{2x-0.5} dx; \quad \text{б) } \int \frac{1-(2 \ln x)^4}{x} dx;$$

$$\text{в) } \int (x+5) \cdot \sin 3x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+6x+2}};$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2-3x+2}{x(x^2+2x+1)} dx; \quad \text{е) } \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{3+\sqrt[3]{x+2}}; \quad \text{з) } \int \frac{dx}{\sqrt{(2+x^2)^3}}.$$

$$\text{№ 25. a) } \int \frac{dx}{1-4x}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x(4 \ln^2 x-9)};$$

$$\text{в) } \int (8-3x) \cdot \cos 5x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{4x^2+4x+17};$$

$$\text{д) } \int \frac{dx}{x^4-x^2}; \quad \text{е) } \int \text{tg}^2 5x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{xdx}{\sqrt{2x-1}+2}; \quad \text{з) } \int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

№ 26. а) $\int (1-7x)^{\frac{2}{3}} dx;$

б) $\int \frac{x^2 dx}{4+5x^6};$

в) $\int (2-3x) \cdot \sin 2x dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+3}};$

д) $\int \frac{x^2 dx}{1-x^4};$

е) $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx;$

ж) $\int \frac{x-2}{\sqrt[3]{x+1}} dx;$

з) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{4+x^2}}.$

№ 27. а) $\int \frac{dx}{(3-5x)^{10}};$

б) $\int \frac{\sin 2x}{4-3\cos 2x} dx;$

в) $\int (4x+7) \cdot \cos 3x dx;$

г) $\int \frac{dx}{4x^2+4x+17};$

д) $\int \frac{x}{(x+1)^2(x-1)} dx;$

е) $\int \operatorname{ctg}^2 3x dx;$

ж) $\int x \cdot \sqrt{3+x} dx;$

з) $\int x^2 \cdot \sqrt{3-x^2} dx.$

№ 28. а) $\int 5^{-\frac{x}{2}} dx;$

б) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{2+x^{10}}};$

в) $\int x^2 \cdot \ln x dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+3}};$

д) $\int \frac{dx}{x^3+4x^2};$

е) $\int \sin^5 x \cdot \sqrt{\cos x} dx;$

$$\text{ж) } \int \frac{x+2}{\sqrt{2x-3}} dx;$$

$$\text{з) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x^2}}.$$

$$\text{№ 29. а) } \int \frac{3dx}{2^{5x}};$$

$$\text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} (1+3\arcsin x)};$$

$$\text{в) } \int (3x-2) \cdot \cos 5x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{4x+8}{4x^2+6x-13} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x-1}{x^3+x^2} dx;$$

$$\text{е) } \int \sin^3 2x \cdot \cos^3 2x dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}+2};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{5+x^2}}.$$

$$\text{№ 30. а) } \int \sin(1-3x) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x}+5};$$

$$\text{в) } \int (5x+6) \cdot \sin 2x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{3x-7}{\sqrt{x^2-5x+1}} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{x^2+3x+4}{(x+1)^2(x-1)} dx;$$

$$\text{е) } \int \frac{7+6\sin x-5\cos x}{1+\cos x} dx;$$

$$\text{ж) } \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-4};$$

$$\text{з) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-5}}.$$

2.2 Завдання № 2.2.

Обчислити інтеграли.

$$\text{№ 1. а) } \int_1^3 \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} (x-1) \cos 3x dx.$$

$$\text{№ 2. a) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^4 x \cos x dx;$$

$$\text{б) } \int_1^e \ln x dx.$$

$$\text{№ 3. a) } \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}};$$

$$\text{б) } \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx.$$

$$\text{№ 4. a) } \int_0^1 (1+e^{3x})^2 e^{3x} dx;$$

$$\text{б) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xdx}{\sin^2 x}.$$

$$\text{№ 5. a) } \int_1^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}};$$

$$\text{б) } \int_0^1 xe^{-x} dx.$$

$$\text{№ 6. a) } \int_0^1 x \sin(x^2+3) dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx.$$

$$\text{№ 7. a) } \int_0^3 x \cdot \sqrt[5]{9-x^2} dx;$$

$$\text{б) } \int_{-1}^2 3x \ln(x+2) dx.$$

$$\text{№ 8. a) } \int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{5-x^2}};$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/2} x \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$\text{№ 9. a) } \int_1^3 \frac{1}{x^2} 2^{\frac{1}{x}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 (x-1)e^{-x} dx.$$

$$\text{№ 10. a) } \int_0^1 x^2 \sqrt{x^3+1} dx;$$

$$\text{б) } \int_1^e x \ln x dx.$$

$$\text{№ 11. a) } \int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\pi/4} x \cos x dx.$$

$$\text{№ 12. a) } \int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 1};$$

$$\text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/3} x \arccos x dx.$$

$$\text{№ 13. a) } \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}};$$

$$\text{б) } \int_1^2 (2-x) e^{\frac{x}{2}} dx.$$

$$\text{№ 14. a) } \int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}};$$

$$\text{б) } \int_0^3 \ln(3x+1) dx.$$

$$\text{№ 15. a) } \int_0^{\pi/4} \frac{(2 + \operatorname{tg} x)^6 dx}{\cos^2 x};$$

$$\text{б) } \int_0^{1/2} \arcsin 2x dx.$$

$$\text{№ 16. a) } \int_1^2 x^2 \cdot \sqrt[5]{2+3x^3} dx;$$

$$\text{б) } \int_1^{e-1} \ln(x+1) dx.$$

$$\text{№ 17. a) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\sqrt{2-\cos x}} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx.$$

$$\text{№ 18. a) } \int_0^{\pi/6} \frac{\cos x dx}{3-\sin^2 x};$$

$$\text{б) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} (2x+1) \sin x dx.$$

$$\text{№ 19. a) } \int_1^{e^2} \frac{(1-\ln x)^{10}}{x} dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

$$\text{№ 20. a) } \int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}};$$

$$\text{б) } \int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.$$

- № 21. a) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{5-x^3}}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos 3x dx$.
- № 22. a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt[3]{\cos x} \cdot dx$; б) $\int_{-1}^0 (2x+3)e^{-2x} dx$.
- № 23. a) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+5tgx}{\cos^2 x} dx$; б) $\int_{-1}^1 2x \operatorname{arctg} x dx$.
- № 24. a) $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$; б) $\int_0^{0.5} x \arcsin x dx$.
- № 25. a) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+3}}$; б) $\int_1^{e-1} \ln(x+1) dx$.
- № 26. a) $\int_1^{e^3} \frac{\sqrt{1+2 \ln x} dx}{x}$; б) $\int_1^2 (2-x)e^{\frac{x}{2}} dx$.
- № 27. a) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt[3]{2-x^3}} dx$; б) $\int_1^e x \ln x dx$.
- № 28. a) $\int_0^1 \frac{\ln^2(2x+3) dx}{2x+3}$; б) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} x \arccos x dx$.
- № 29. a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$; б) $\int_0^1 \ln(x+1) dx$.

$$\text{№ 30. а) } \int_0^1 (e^x + 1)^{10} e^x dx;$$

$$\text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \sin 2x dx .$$

2.3 Завдання № 2.3.

Дослідити на збіжність невласні інтеграли.

$$\text{№ 1. } \int_0^{\infty} \frac{\arctg(2x) dx}{\pi(1+4x^2)} .$$

$$\text{№ 10. } \int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^6} dx .$$

$$\text{№ 2. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3} .$$

$$\text{№ 11. } \int_1^{\infty} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx .$$

$$\text{№ 3. } \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx .$$

$$\text{№ 12. } \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx .$$

$$\text{№ 4. } \int_0^{\infty} (x+1) \cos 2x dx .$$

$$\text{№ 13. } \int_{\pi/6}^{\infty} \frac{\cos x dx}{\sqrt[6]{(1-\sin x)^5}} .$$

$$\text{№ 5. } \int_1^{\infty} \frac{xdx}{(x^2+2)^3} .$$

$$\text{№ 14. } \int_1^{\infty} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx .$$

$$\text{№ 6. } \int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x-1)^2} .$$

$$\text{№ 15. } \int_{-\infty}^0 x \sin(x^2) dx .$$

$$\text{№ 7. } \int_0^{\infty} \frac{\arctg^5 x dx}{1+x^2} .$$

$$\text{№ 16. } \int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+1}} .$$

$$\text{№ 8. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} .$$

$$\text{№ 17. } \int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin(3x) dx}{\sqrt[7]{\cos^2(3x)}} .$$

$$\text{№ 9. } \int_0^{\infty} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx .$$

$$\text{№ 18. } \int_1^{\infty} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x-1}} .$$

$$\text{№ 19. } \int_e^{\infty} x \ln x \, dx .$$

$$\text{№ 20. } \int_{\pi^2}^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx .$$

$$\text{№ 21. } \int_{-\infty}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x \, dx .$$

$$\text{№ 22. } \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} .$$

$$\text{№ 23. } \int_1^{\infty} \frac{4dx}{x(1+\ln^2 x)} .$$

$$\text{№ 24. } \int_0^{\infty} x \sin x \, dx .$$

$$\text{№ 25. } \int_{-\infty}^2 \frac{xdx}{1-x^4} .$$

$$\text{№ 26. } \int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} \, dx .$$

$$\text{№ 27. } \int_{\pi/4}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} x \, dx}{\cos^2 x} .$$

$$\text{№ 28. } \int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{x^2+3} .$$

$$\text{№ 29. } \int_0^{\infty} x e^{-x^2} \, dx .$$

$$\text{№ 30. } \int_0^{\infty} \frac{e^{\operatorname{tg} x} \, dx}{\cos^2 x} .$$

2.4 Завдання № 2.4.

Обчислити площу фігури, що задана лініями.

$$\text{№ 1. } y = \frac{1}{x}, \quad y = x, \quad y = 0, \quad x = 4 .$$

$$\text{№ 2. } xy = 1, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = 4 .$$

$$\text{№ 3. } xy = 1, \quad x = 4, \quad y = 4, \quad x = 0, \quad y = 0 .$$

$$\text{№ 4. } y = x^2 + 5x + 6, \quad 2x - y + 6 = 0 .$$

$$\text{№ 5. } y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{7}{6}x - 1, \quad x - 2y - 2 = 0 .$$

$$\text{№ 6. } x = (y+1)^2, \quad x^2 = y+1 .$$

№ 7. $y = (x-1)^2$, $y = x-1$.

№ 8. $xy = 8$, $y = 8x^3$, $y = 27$.

№ 9. $y = x^2$, $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$.

№ 10. $y = (x-1)^2$, $y^2 = x-1$.

№ 11. $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

№ 12. $y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 2$, $x - y - 1 = 0$.

№ 13. $y = x^2 - x$, $y^2 = 2x$.

№ 14. $x = 4 - y^2$, $x = y^2 - 2y$.

№ 15. $y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$, $3x - 2y + 1 = 0$.

№ 16. $y = x^2$, $y = 2x$, $y = x$.

№ 17. $x = (y-1)^3$, $x = 9y - 9$.

№ 18. $y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$, $x - y + 2 = 0$.

№ 19. $y = x^2$, $y = 2x$, $y = x$.

№ 20. $y = 2x^2 - \frac{2}{3}x - 1$, $2x - 3y + 5 = 0$.

№ 21. $y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{11}{2}x + 1$, $3x - 2y - 3 = 0$.

№ 22. $y = -x^2 + 2x + 1$, $x - y - 1 = 0$.

№ 23. $y = x^2 + 5x + 6$, $2x - y + 6 = 0$.

№ 24. $y = x^2 + x$, $x - y + 1 = 0$.

$$\text{№ 25. } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2, \quad 2x - y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 26. } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1, \quad x - 2y - 1 = 0.$$

$$\text{№ 27. } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2, \quad 2x - y - 3 = 0.$$

$$\text{№ 28. } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1, \quad 3x - 2y + 1 = 0.$$

$$\text{№ 29. } y = x^2, \quad y = \sqrt{-x}.$$

$$\text{№ 30. } y = x^2, \quad y = \frac{x^3}{3}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Вища математика: Підручник. У 2-х кн. – Кн. 1. Основні розділи / За ред. Г.Л. Кулініча. – К.: Либідь, 2003. – 400 с.
2. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / П. П. Овчинников [та ін.] – К.: Техніка, 2003. – 600 с.
3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів: затв. МОНУ / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – К.: Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.
4. Ковтонюк І. Ю. Вища математика: Навч. посібник: рек. МОНУ. Модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї змінної / І. Ю. Ковтонюк, Є. Ю. Корнілович, Т. І. Олешко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 112 с.

5. Коновалюк В. С. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 3. Вступ до математичного аналізу / В. С. Коновалюк, Т. І. Олешко, В. П. Петрусенко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 140 с.
6. Ластівка І. О. Вища математика: Навчальний посібник. Модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї змінної / І. О. Ластівка, Т. А. Левковська, Т. І. Олешко; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ: Книжкове вид-во НАУ, 2005.– 120 с.
7. Мазур К. І. Вища математика: навчальний посібник. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних / К. І. Мазур, Т. І. Олешко, В. І. Трофименко ; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.