МІНІМСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних і лабораторних занять
та самостійної робіт з дисципліни

“НАДІЙНІСТЬ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ”

для студентів спеціальності
152 „Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка“
(освітня програма: „Якість, стандартизація та сертифікація“)
денної й заочної форм навчання

2020

Методичні вказівки до практичних і лабораторних занять та самостійної робіт з дисципліни "Надійність інформаційно-вимірювальної техніки" для студентів спеціальності 152 „Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка“ (освітня програма: „Якість, стандартизація та сертифікація“) денної й заочної форм навчання /Укл.: О.В.Томашевський − Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2020.− 44 с.

Укладачі: Томашевський О.В., доц., канд. техн. наук

Рецензент: Сніжной Г.В., проф., доктор техн. наук

Відповід. за випуск: А.В. Коротун, доц., канд. фіз.-мат. наук

Затверджено
на засіданні кафедри
мікро- та наноелектроніки
Протокол №5
від “ 20 “ жовтня 2020 р.

Рекомендовано до видання
НМК ФРЕТ
Протокол №3
від “ 22 “ жовтня 2020 р.

ЗМІСТ

1 ПОЧАТКОВА СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ДАНИХ

1.1 Теоретичні відомості

Дослідження показників надійності інформаційно-вимірювальної техніки основана на вибіркових результатах спостережень (чи вимірювань), що представляють собою випадкові величини. Зазначимо, що *випадкова величина* − це така величина, одержання конкретного значення якої пов’язується з імовірністю її винекнення.

За результатами вибірки можна оцінити статистичний розподіл, центр групування, розсіювання і розподіл імовірностей випадкової величини.

Статистичним розподілом випадкової величини називають розміщену в порядку зростання сукупність значень випадкових величин (варіаційний ряд) із вказівкою ймовірності їхнього виникнення.

Статистичний розподіл можна надати у вигляді гістограми або полігону.

Гістограма – це ступінчастий графік, ординати якого відповідають частоті або частості попадання даного випадкового значення у визначений інтервал значень, відкладених по осі абсцис.

Полігон від гістограми відрізняється тим, що роль ступінчастого графіка відіграє багатокутник, кути якого відповідають частоті або частості. Частість f_i (або відносну частоту) визначають за формулою

$$f_i = \frac{m_i}{n} \tag{1.1}$$

де: m_i – кількість попадань значень випадкової величини в i-ий інтервал (абсолютна частота);

n – об’єм вибірки.

Для оцінки *центру групування* вибірки випадкових величин $x_1, x_2, ..., x_n$ використовують

- середнє арифметичне $\bar{x}$;
- медіану;
- моду.

Медіана дорівнює середньому члену вибірки випадкових чисел $x_1, x_2, ..., x_n$, розміщених у зростаючому порядку, при непарному n. Якщо n – парне, медіана дорівнює півсумі двох середніх членів.

Модою називають таке значення випадкової величини, ймовірність одержання якого найбільша.

Розсіювання випадкових величин усередині вибірки $x_1, x_2, ..., x_n$ характеризують

- емпіричною дисперсією s^2;
- розмахом (різниця максимального й мінімального членів вибірки).

1.2 Приклади розв'язання типових задач

Надійность інформаційно-вимірювальноъ техніки, перш за все, надійністю її елементної бази, основу якої складають інтегральні мікросхеми (ІМС). Надійность ІМС визначаається за результатами випробувань. Проводились дослідження впливу випробувань на міцність клейового з'єднання кристал – корпус ІМС при циклічній зміні температур і тривалій температурній дії. Отримані дані наведені в таблиці 1.1.

<u>*Завдання.*</u> Визначити числові характеристики розподілу отриманих значень руйнівного зусилля відривання. Зробити висновки про надійність клейового з'єднання.

<u>*Вказівки.*</u> Для знаходження числових характеристик можна використовувати методику, описану у [2].

<u>*Розв'язок.*</u> Перш за все, необхідно значення випадкової величини упорядкувати у вигляді зростаючого ряду, а потім знайти значення основних числових характеристик. Отримані результати наведені в табл.1.2. Модальним буде те значення випадкової величини, яке має найбільше число повторень. Медіанним значенням, згідно визначення, буде середнє значення в розподіленому за зростанням ряду, при парному n (тобто у нашому випадку) медіанне значення буде дорівнювати середньому арифметичному двох значень випадкової величини всередині ряду.

Таблиця 1.1 – Значення руйнівного зусилля зсуву, МПа

Перед герметизацією ІМС	Після випробу-вань	Після 100 термоциклів	Після термотренування при 125 °С протягом 1000 год
1,1	2,1	3,3	4,0
1,8	3,0	2,0	3,5
1,9	2,0	2,3	3,1
0,8	1,5	3,0	2,6
1,8	2,0	1,9	3,1
2,0	2,6	3,5	3,3
0,7	2,0	1,8	2,3
0,9	3,0	2,0	3,0
0,7	3,9	2,0	4,1
1,4	2,9	3,6	3,6
0,6	2,9	2,3	3,7
0,8	2,0	1,6	3,9
1,1	3,7	3,1	4,4
0,9	1,9	1,4	3,2
1,3	2,4	3,3	3,2
1,6	1,8	3,0	4,0
1,3	2,2	2,3	3,6
1,1	2,0	1,4	4,1
2,0	1,8	2,3	4,1
1,4	2,6	2,3	3,1

Таблиця 1.2 − Значення числових характеристик *X*, Мпа

Середнє	1,26	2,415	2,42	3,495
Медіана	1,20	2,15	2,30	3,55
Мода	1,10	2,00	2,30	3,10
Стандартні відхилення	0,4627	0,6467	0,6978	0,5530
Ексцес	-1,2333	0,2424	-1,1412	-0,4003
Асиметрія	0,2913	0,9237	0,2903	-0,3624
Мінімум	0,60	1,50	1,40	2,30
Максимум	2,00	3,90	3,60	4,40

Аналізуючи табл. 1.2, можна зробити наступні висновки:

– міцність клейового з'єднання після випробувань збільшується, що видно із збільшення мінімального, максимального і середнього значень;

– розподіл значень зусиль відривання– одномодальний.

– розкид значень руйнуючих зусиль зсуву кристалів для даної конструкції ІМС у випадку розглянутих видів випробувань укладається в межі розкиду $\pm 3s$, що говорить про стабільність цих етапів технологічного процесу.

1.3 Задачі для самостійного розв'язування

При вимірюванні на 100 тестових кристалах ємності МОН-структури (структури метал-оксид-напівпровідник) у режимі збагачення отримані значення (у пФ), наведені в таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Результати вимірювань

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	704	663	675	672	623	648	645	686	679	684
2	679	672	658	671	694	709	665	693	670	700
3	655	679	710	702	669	662	676	643	684	705
4	700	651	713	682	692	696	663	678	707	652
5	683	672	644	692	648	673	657	643	674	676
6	711	701	662	643	691	691	629	667	693	694
7	692	661	664	657	657	654	663	669	664	647
8	659	684	636	618	634	678	661	620	680	701
9	692	661	640	641	647	701	637	690	674	724
10	677	678	708	687	661	659	708	689	670	704

За наведеними у табл. 1.3 результатами обчисліть основні статистичні характеристики:

- середнє арифметичне $\bar{x}$;
- медіану;
- моду;
- емпіричну дисперсію s^2;
- розмах;

і побудувати гістограму.

2 ОСНОВНІ ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

2.1 Теоретичні відомості

Основними законами розподілу *неперервних* випадкових величин є експоненційний закон, закон розподілу Вейбулла і нормальний закон розподілу (закон Гаусса).

Випадкова величина *x* розподілена за *експоненційним законом*, якщо густина ймовірності має вигляд

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \tag{2.1}$$

де *x* – випадкова величина, а λ − стала.

Якщо за випадкову величину прийняти час безвідмовної роботи *t*, то вираз (2.1) можна переписати так:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} = \frac{1}{\overline{T}} e^{-\frac{t}{\overline{T}}}, \tag{2.2}$$

де λ – інтенсивність відмов

$$\lambda = \frac{N(t) - N(t+\Delta t)}{N(t)\Delta t}, \tag{2.3}$$

де $N(t)$, $N(t+\Delta t)$ – кількість працездатних виробів відповідно в моменти часу *t* і $t+\Delta$;

$\overline{T}$ – середній час безвідмовної роботи.

Інтегральна функція розподілу

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt, \tag{2.4}$$

або

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} + Q(t), \tag{2.5}$$

де $Q(t)$ – імовірність відмови.

Імовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \qquad \lambda = \text{const}. \tag{2.6}$$

За реальних умов інтенсивність відмов λ не завжди є незмінною.

За законом *Вейбулла* диференційна функція розподілу (густина ймовірності):

$$f(t) = b\frac{t^{b-1}}{T_0}\mathrm{e}^{-\frac{t^b}{T_0}}. \tag{2.7}$$

Від експоненційної функції розподілу вона відрізняється наявністю коефіцієнта форми b, який для інтегральних мікросхем має значення b<1. В цілому b може бути і більшим від 1. При b=1 закон Вейбулла співпадає з експоненційним.

Імовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = \mathrm{e}^{-\frac{t^b}{T_0}}. \tag{2.8}$$

Нормальний закон розподілу (закон Гаусса) часто використовують для опису наробітку до відмови, опису помилок вимірювання та інших величин.

Взагалі нормальний закон застосовують до неперервних величин, які розподілені в інтервалі від $-\infty$ до $+\infty$, у той час як наробіток до відмови може приймати тільки позитивні значення. В останньому випадку використовують зрізаний (усеченный) нормальний закон, але за умови, що відношення $\frac{M(t)}{\sigma(t)} > 2$, що звичайно має місце на практиці. Ці закони практично нічим не відрізняються один від одного. Тут *M(t),* $\sigma(t)$ – математичне очікування і дисперсія наробітку до відмови.

Густина розподілу (густина ймовірності) наробітку до відмови має вигляд:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(t-M(t))^2}{2\sigma^2}}. \tag{2.9}$$

Крива нормального розподілу має дзвоноподібний вигляд, симетричний відносно центра розсіювання в точці $M(t) = \overline{t}$. Якщо змінювати *M(t)* без зміни $\sigma(t)$, то крива розподілу буде зсуватись вздовж осі часу без зміни своєї форми (рис. 2.1 а); при збільшенні $\sigma(t)$ обернено пропорційно буде зменшуватись максимальна ордината кривої (рис. 2.1 б).

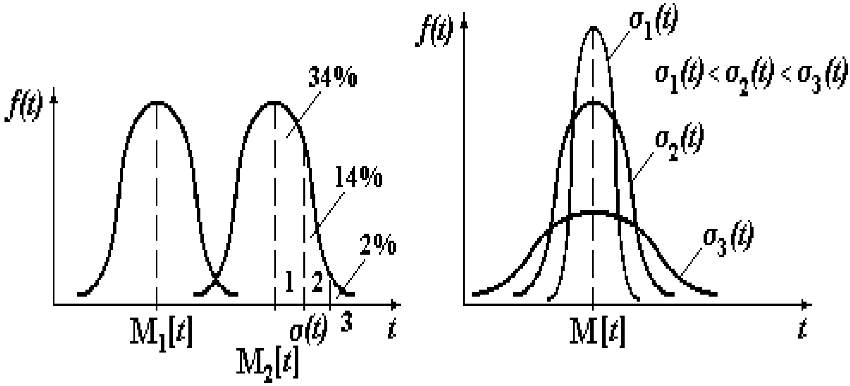

Рисунок 2.1 – Густина ймовірності при нормальному законі розподілу

2.2 Задачі для самостійного розв’язування

2.2.1 За наведеними в табл.2.1 даними визначити, в межах якого часового інтервалу $\lambda \cong$const, а ймовірність безвідмовної роботи ІМС визначатиметься експоненційним законом.

2.2.2 Побудувати графік залежності $\lambda=f(t)$. Визначити середню інтенсивність відмов $\overline{\lambda}$ і середній наробіток ІМС до відмови $\overline{T}$. Побудувати графік залежності $P = f(t)$. Вихідні дані наведені в табл.2.1. Зробити висновки.

2.2.3 Вибрати самостійно значення середнього часу безвідмовної роботи ІМС $\overline{T}$ в межах 50÷200 тис.год. Задавши ймовірність γ у межах від 0 до 100%, визначити гама-процентний час безвідмовної роботи як функцію від γ. Особливо звернути увагу, як змінюється t_γ при зміні γ від 90 до 99; 99,9; 99,99; 99,999%. Вихідні дані наведені в табл. 2.1. Зробити висновки.

Таблиця 2.1 – Дані для розрахунку

Час роб. ІМС, t, год	Варіант 1		Варіант 2	
	Кільк.праце-здатних ІМС, N, шт	Інтенсивність відмов $\lambda(t)$, 1/год	Кільк.праце-здатних ІМС, N,шт	Інтенсивність відмов $\lambda(t)$, 1/год
0	10000		20000	
100	9990		19732	
200	9980		19473	
300	9972		19239	
400	9966		19008	
500	9961		18867	
700	9956		18609	
1000	9944		18279	
1500	9925		17763	
2000	9905		17242	
3000	9865		16228	
4000	9826		15288	
6000	9748		13503	
10000	9590		10305	
15000	9397		7312	
20000	9195		5199	
25000	8979		-	
30000	8741		2168	
40000			895	
50000			342	

2.2.4 Побудувати графік залежності гама-процентного терміну служби як функцію від γ. Побудувати графік залежності ймовірності безвідмовної роботи від часу $P=f(t)$. Вихідні дані наведені в табл.2.1. Зробити висновки.

2.2.5 За наведеними в табл.2.2 даними визначити параметри b, T_0 закону розподілу Вейбулла, де b - коефіцієнт форми кривої, T_0 за своїм змістом близький до середнього часу безвідмовної роботи.

2.2.6 Побудувати графік залежності $P(t)$. Дані для розрахунку наведені в табл.2.2. Зробити висновки.

Таблиця 2.2 – Дані для розрахунку

	Імовірність безвідмовної роботи *P(t)*, %	
	Варіант 1	Варіант 2
0	100	100
100	99,70	99,72
200	99,42	99,45
400	98,89	98,96
800	97,87	98,01
1 600	95,93	96,21
3 200	92,28	92,86
6 400	85,52	86,74
12 500	74,59	75,58
25 000	56,75	59,94
50 000	33,48	37,45
100 000	12,07	15,20
200 000	1,68	2,69
400000	$3{,}74\cdot10^{-2}$	$9{,}72\cdot10^{-2}$

2.2.7 Порівняти, як змінювалась би ймовірність безвідмовної роботи *P(t)* при *b*=1. Дані для розрахунку наведені в табл.2.2. Зробити висновки.

2.2.8 За наведеними в табл.2.2 даними визначити середній час $\overline{T}$ безвідмовної роботи (математичне очікування), середньоквадратичне відхилення σ і величину 3σ- інтервалу (від $\overline{T}-\sigma$ до $\overline{T}+\sigma$), в який попадає, як правило, 97% статистичних даних.

3 НАДІЙНІСТЬ. ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ

3.1 Теоретичні відомості

Надійність – це властивість об’єкта зберігати в потрібних межах значення всіх параметрів, які характеризують здатність об’єкта виконувати свої функції за певних умов експлуатації, обслуговування і зберігання. Складовими надійності є *безвідмовність, довговічність і збережуваність.*

Найважливіша складова надійності – це безвідмовність. Кількісно безвідмовність оцінюють такими показниками, як ймовірність безвідмовної роботи, ймовірність появи відмови та інтенсивність відмов.

Ймовірність безвідмовної роботи виробу $P(t)$ – це ймовірність того, що при заданих режимах і умовах роботи в заданому інтервалі часу відмова не виникає.

Середня інтенсивність відмов $\lambda(t,\Delta t)$ – це кількість виробів, які відмовили, віднесене до кількості виробів, які неперервно працювали до початку випробувань і до часу, на протязі якого відбувались випробування:

$$\overline{\lambda}(t,\Delta t)=\frac{\Delta n}{(N-n)\Delta t}\ , \tag{3.1}$$

де Δn − кількість виробів, які відмовили протягом часу випробувань Δt; n – кількість виробів, що відмовили до початку випробувань; $(N-n)$ – кількість виробів на початок випробувань; $\lambda(t,\Delta t)$ має розмірність 1/годину (1/год).

Якщо необхідно визначити величину інтенсивності відмов за період наробітку T, то формула матиме вигляд:

$$\lambda = n/(NT), \tag{3.2}$$

де λ − середня інтенсивність відмов;

n − кількість відмов за період T.

Уведемо поняття *миттєвої інтенсивності відмов* $\lambda(t)$. Кількість виробів на початок випробувань можна визначити як $NP(t)$, а кількість виробів, що відмовили за час випробувань $[t,t+\Delta t]$, як

$$\Delta n=N\cdot F(t+\Delta t) - N\cdot F(t) = N\cdot F(t+\Delta t) - F(t).$$

Тоді

$$\lambda(t) = \lim \overline{\lambda}(t, \Delta t) = -\frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}. \qquad (3.3)$$

Із (3.3) після нескладних перетворень отримаємо:

$$P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]. \qquad (3.4)$$

Якщо *λ(t) = const = λ*, то

$$P(t) = exp(-\lambda t). \qquad (3.5)$$

Середній наробіток до відмови – математичне очікування наробітку до першої відмови:

$$\overline{T} = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty P(t)dt. \qquad (3.6)$$

При експоненційному законі розподілу і *λ = const*

$$\overline{T} = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = 1/\lambda. \qquad (3.7)$$

У більшості технічних умов на вироби електронної техніки вказують не термін збережуваності, а *гама-відсотковий час наробітку до відмови* T_γ - термін, протягом якого виріб не досягає граничного стану із заданою ймовірністю γ процентів:

$$T_\gamma = -\left(\frac{1}{\lambda}\right)\ln\left(\frac{\gamma}{100}\right). \qquad (3.8)$$

Отже, при заданому значенні γ і відомій постійній інтенсивності відмов λ за формулами (3.7) і (3.8) можна визначити середній час наробітку до відмови і гама-процентний час наробітку до відмови.

3.2 Приклади розв'язання типових задач

Вказівки. Якщо необхідно визначити величину інтенсивності відмов за період наробки Т, з урахуванням достовірності отриманих результатів, то формула (3.2) перетвориться в формулу

$$\lambda = K_{P*}/(NT), \qquad (3.9)$$

де K_{P*} – коефіцієнт, який вибирається із табл. 3.1 в залежності від кількості відмов n і значення довірчої ймовірності $P*$.

1 фит=10^{-9}год$^{-1}$.

Таблиця 3.1 − Значення коефіцієнта K_{P*}

$P*$	K_{P*} при n										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.6	0.92	2.0	3.1	4.2	5.2	6.3	7.3	8.4	9.4	10.5	11.5
0.9	2.3	3.9	5.3	6.6	8.0	9.3	10.5	11.8	13.0	14.2	15.4

Завдання. Визначити кількість виробів в партії ІМС, в якій виникло 4 відмови, якщо $T\gamma$ = 5 років при ймовірності 95%. Термін випробувань - 5000 г.

Розв'язок.

Визначимо, що 5 років =43 800 год.

З формули $T_\gamma = -\left(\frac{1}{\lambda}\right)\ln\left(\frac{\gamma}{100}\right)$ визначимо

$\lambda = -\left(\frac{1}{T_\gamma}\right)\ln\left(\frac{\gamma}{100}\right)$ = (1/43800)* ln(95/100)=1,171*10^{-6}год$^{-1}$.

З формули $\lambda = n/(NT)$

визначимо N = n/(λT) = 4/(1,171*10^{-6}*5000) = 683 виробів.

3.3 Задачі для самостійного розв'язування

1. При випробуванні 300 ІМС на протязі 1000 г маємо 4 відмови. Визначити λ при довірчій ймовірності 0.6 і 0.9.
2. Визначити значення інтенсивності відмов, якщо ІМС досягає граничного стану за 20000 г з ймовірністю 5%.
3. Визначити кількість відмов ІМС з партії 200 шт., якщо гамма-процентний термін збережуваності склав 8 років з ймовірністю 95%.Термін випробувань - 25000 г.
4. При випробуванні 200 ІМС на протязі Т г маємо 3 відмови. Визначити Т, якщо інтенсивність відмов складає 1.5%/1000 г. при довірчій ймовірності 0.6.

5. Визначити гамма-процентний термін збережуваності, за який ІМС не досягне граничного стану з ймовірністю 95%, якщо λ = 15000 фіт.
6. При випробуванні партії ІМС на протязі 1000 г маємо 1 відмову. Визначити кількість виробів в партії, якщо інтенсивність відмов складає 5000 фіт при довірчій ймовірності 0.6.
7. Визначити $T\gamma$, за який ІМС досягає граничного стану з ймовірністю 5%, якщо інтенсивність відмов складає 0.9%/1000 г.
8. Визначити термін випробування партії ІМС кількістю 500 шт., якщо гамма-процентний термін збережуваності складає 6 років з ймовірністю 95%. За час випробувань відбулось 5 відмов.
9. Визначити кількість відмов ІМС із партії, яка випробувалась 2000г. Розмір партії − 300 шт. Інтенсивність відмов складає $2{*}10^{-6}$ 1/г при довірчій ймовірності 0.9.
10. Визначити значення інтенсивності відмов, якщо гамма-процентний термін збережуваності складає 40000г з ймовірністю 95%.
11. Визначити кількість відмов ІМС із партії 100 шт, яка проходила випробування на протязі 1000 г. За 3 роки повинні вийти із ладу 5% виробів.
12. При випробуванні 100 ІМС на протязі 5000 г виникло 4 відмови. Визначити інтенсивність відмов при довірчій ймовірності 0.6 і 0.9.
13. Визначити термін, на протязі якого ІМС не досягає граничного стану з ймовірністю 95%, якщо інтенсивність відмов 2.1%/1000г.
14. При випробуванні партії ІМС, гамма-процентний термін збережуваності яких складає 10 років з ймовірністю 95%, за 25000 г виникло 3 відмови. Визначити кількість виробів в партії.
15. При випробуванні 400 ІМС на протязі Т г маємо 2 відмови. Визначити Т, якщо інтенсивність відмов складає 6000 фіт при довірчій ймовірності 0.9.
16. Визначити значення інтенсивності відмов ІМС, якщо з ймовірністю 5% можна стверджувати, що через 3 роки вона вийде з ладу.
17. Під час випробувань 300 ІМС виникло 6 відмов. Гамма-процентний термін збережуваності склав 1.4 роки з ймовірністю 95%. Визначити термін випробувань.

18. При випробуванні ІМС на протязі 3000 год маємо 4 відмови. Визначити кількість виробів у партії, якщо інтенсивність відмов складає 0.67%/1000 год при довірчій ймовірності 0.9.
19. Визначити гамма-процентний термін збережуваності, на протязі якого ІМС виходить з ладу з ймовірністю 5%, якщо λ складає 2000 фіт.
20. Партія ІМС в кількості 200 шт. проходила випробування на протязі 1000 год. За 2 роки досягає граничного стану 5% таких ІМС. Визначити кількість відмов під час випробувань.

4 НАДІЙНІСТЬ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ПРИ ПОСЛІДОВНОМУ З’ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ

4.1 Теоретичні відомості

Більшість систем спроектовані так, що при відмові будь-якого з елементів вся система відмовляє. Аналізуючи надійність такої системи вважають, що відмова будь-якого з елементів системи носить випадковий і незалежний характер і не змінює характеристики (не порушує працездатності) решти елементів. З точки зору теорії надійності в системі, де відмова будь-якого з елементів призводить до відмови системи, елементи включені за основною схемою або послідовно. У поняття відмови закладений фізичний аналог електричної схеми з послідовним ввімкненням елементів, коли відмова будь-якого з елементів пов’язана з розривом ланцюга. Проте дуже часто при розрахунках надійності доводиться фізичне паралельне ввімкнення елементів розглядати як послідовне ввімкнення розрахункових елементів. Наприклад, деякий споживач споживає електроенергію по двом однаковим кабелям, причому переріз жил одного кабелю неспроможний пропустити все електричне навантаження споживача. При виході з ладу одного кабелю, другий кабель зазнає неприпустимого навантаження, і цей кабель за допомогою захисту відключається – система електропостачання відмовляє, тобто відмова одного з кабелів призводить до відмови електропостачання. Отже, при розрахунку надійності кабелі, як розрахункові елементи, мають послідовну основну схему ввімкнення.

Припустимо, що система складається з n послідовно ввімкнених елементів. З теорії ймовірностей відомо, що коли визначені ймовірності появи декількох незалежних випадкових подій, то збіг цих подій визначається як добуток ймовірностей їх появ. У нашому випадку *працездатний стан* будь-якого з n елементів системи оцінюється як ймовірність безвідмовної роботи елемента. Система буде знаходитися в працездатному стані лише за умови збігу працездатних станів усіх елементів. Отже, працездатність системи оцінюється як добуток ймовірностей безвідмовної роботи елементів.

З'єднання елементів називається *послідовним*, якщо відмова хоча б одного елемента призводить до відмови системи. Система послідовно з'єднаних елементів працездатна тоді, коли працездатні всі її елементи.

Імовірність безвідмовної роботи системи за час t визначають за формулою:

$$P_c(t) = P_1(t)P_2(t)\cdot\ldots\cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \qquad (4.1)$$

де $P_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи i-го елемента за час t.

Якщо $P_i(t) = P(t)$, то

$$P_c(t) = P^n(t). \qquad (4.2)$$

Виразимо $P_c(t)$ через інтенсивність відмов $\lambda_i(t)$ елементів системи. Маємо:

$$P_c(t) = \mathrm{e}^{-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt} \qquad (4.3)$$

або

$$P_c(t) = \mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda_c(t)dt}, \qquad (4.4)$$

де

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \qquad (4.5)$$

Тут $\lambda_i(t)$ – інтенсивність відмов i-го елемента; $\lambda_c(t)$ – інтенсивність відмов системи.

Імовірність відмови системи в інтервалі часу $(0, t)$ дорівнює

$$q_c = 1 - \prod_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \tag{4.6}$$

Частоту відмов системи $f_c(t)$ задають співвідношенням

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt}. \tag{4.7}$$

Інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)}. \tag{4.8}$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)\,dt. \tag{4.9}$$

У випадку експоненціального закону надійності всіх елементів системи маємо

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const}; \tag{4.10}$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t) = \lambda_c; \tag{4.11}$$

$$P_i(t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}; \tag{4.12}$$

$$P_c(t) = \mathrm{e}^{-\lambda_c t}; \tag{4.13}$$

$$f_c(t) = \lambda_c \mathrm{e}^{-\lambda_c t}; \tag{4.14}$$

$$q_c(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda_c t}. \tag{4.15}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i}; \tag{4.16}$$

$$m_{ti} = \frac{1}{\lambda_i}, \tag{4.17}$$

де m_{ti} – середній час безвідмовної роботи i-го елемента.

При розрахунку надійності систем часто приходиться перемножувати ймовірності безвідмовної роботи окремих елементів розрахунку, підносити їх до степеня і добувати корені. При значеннях $P(t)$, близьких до одиниці, ці розрахунки можна з достатньою для практики точністю виконувати за такими наближеними формулами:

$$\left.\begin{aligned} P_1(t)P_2(t)\cdot\ldots\cdot P_n(t) &\approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t), \\ P_i^n(t) &= 1 - nq_i(t), \\ \sqrt[n]{P_i(t)} &= 1 - \frac{q_i(t)}{n}, \end{aligned}\right\} \tag{4.18}$$

де $q_i(t)$ – ймовірність відмови i-го елемента.

4.2 Приклади розв'язування задач

4.2.1 Система складається з двох пристроїв. Ймовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом часу $t = 100$ год дорівнюють $P_1(100) = 0,95$, $P_2(100) = 0,97$. Справедливий експоненціальний закон надійності. Знайдіть середній час безвідмовної роботи системи.

Розв'язання

Імовірність безвідмовної роботи системи знайдемо, скориставшись формулою (4.1):

$$P_c(100) = P_1(100)P_2(100) = 0,95 \cdot 0,97 = 0,92.$$

Використовуючи вираз (4.13), знайдемо інтенсивність відмов виробу λ_c:

$$P_c(t) = \mathrm{e}^{-\lambda_c t}$$

Тоді середній час безвідмовної роботи буде дорівнювати:

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,83 \cdot 10^{-3}} = 1200 \text{ год}^{-1}$$

Відповідь: $m_{tc} = 1200$ год.

4.2.2. Ймовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t дорівнює $P(t) = 0,9997$. Знайдіть ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з $n = 100$ таких самих елементів.

Розв'язання

Ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з $n = 100$ ідентичних елементів можна знайти за допомогою виразу (4.2):

$$P_c(t) = P^n(t) = 0,9997^{100}.$$

Оскільки $P(t)$ близька до одиниці, то обчислення $P_c(t)$ зручно виконати за формулою (4.18):

$$P^n(t) = 1 - nq(t).$$

У нашому випадку

$$q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0,9997 = 0,0003.$$

Тоді

$$P_c(t) = 1 - 100 \cdot 0,0003 = 0,97.$$

Відповідь: $P_c(t) = 0,97$.

4.2.3. Ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює $P_c(t) = 0,95$. Система складається з $n = 120$ рівнонадійних елементів. Знайдіть ймовірність безвідмовної роботи елемента.

Розв'язання

Очевидно, що ймовірність безвідмовної роботи елемента буде дорівнювати:

$$P(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}\,.$$

Оскільки $P_c(t)$ близька до одиниці, то обчислення $P(t)$ зручно виконати за формулою (4.18):

$$P(t) = 1 - \frac{q_c(t)}{n}\,.$$

У нашому випадку

$$q_C(t) = 1 - P_C(t) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05\,.$$

Тоді

$$P(t) = 1 - \frac{0{,}05}{120} = 0{,}9996\,.$$

Відповідь: $P(t) = 0{,}9996$.

4.3 Задачі для самостійного розв'язування

4.3.1 Система складається з 2000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{сер} = 0{,}33 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{год}$. Визначте ймовірність безвідмовної роботи апаратури протягом $t = 200\ год$ і середній час безвідмовної роботи апаратури.

4.3.2 Невідновлювана в процесі роботи електронна машина містить 200000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{сер} = 0{,}2 \cdot 10^{-6}\ год^{-1}$. Визначте ймовірність безвідмовної роботи електронної машини протягом $t = 24\ год$ і середній час безвідмовної роботи електронної машини.

4.3.3 Система керування складається з 6000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{сер} = 0{,}16 \cdot 10^{-6}\ год^{-1}$. Визначте ймовірність безвідмовної роботи електронної машини протягом $t = 50\ год$ і середній час безвідмовної роботи.

4.3.4 Прилад складається з $n = 5$ вузлів. Надійність вузлів характеризується ймовірністю безвідмовної роботи протягом часу t, яка дорівнює $P_1(t)=0,98$; $P_2(t)=0,99$; $P_3(t)=0,998$; $P_4(t)=0,975$; $P_5(t)=0,985$. Визначте ймовірність безвідмовної роботи приладу.

4.3.5 Система складається з п'яти приладів, середній час роботи яких дорівнює $m_{t1}=83$ *год*; $m_{t2}=220$ *год*; $m_{t3}=280$ *год*; $m_{t4}=400$ *год*; $m_{t5}=700$ *год*. Для приладів справедливий експоненціальний закон надійності. Знайдіть середній час безвідмовної роботи системи.

4.3.6 Прилад складається з п'яти блоків. Ймовірність безвідмовної роботи кожного блока протягом часу $t=50$ ãî ä дорівнює: $P_1(50)=0,98$; $P_2(50)=0,99$; $P_3(50)=0,998$; $P_4(50)=0,975$; $P_5(50)=0,985$. Справедливий експоненціальний закон надійності. Знайдіть середній час безвідмовної роботи приладу.

4.3.7 Імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює $P_c(t)=0,9654$. Система складається з $n=150000$ рівнонадійних елементів. Знайдіть ймовірність безвідмовної роботи елемента.

4.3.8 Імовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t дорівнює $P(t)=0,9867$. Знайдіть ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з $n=50000$ таких же елементів.

4.3.9 Система містить 11 750 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{сер}=0,32\cdot10^{-6}$ *год*$^{-1}$. Визначте ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, ймовірність відмови системи $q_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$ і середній час безвідмовної роботи системи m_{tc} для $t=120$ *год*.

4.3.10 Система містить 21 300 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{сер}=0,33\cdot10^{-5}$ *год*$^{-1}$. Визначте ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, ймовірність відмови системи $q_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$ і середній час безвідмовної роботи системи m_{tc} для $t=250$ *год*.

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1 "ВИЗНАЧЕННЯ ТА АНАЛІЗ ТАБЛИЦЬ НАРОБІТКУ ДО ВІДМОВИ ПО ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМ ДАНИМ"

У деяких випадках часи відмов (failure time) подаються у вигляді згрупованих даних. Це пояснюється тим, що в багатьох реальних дослідженнях складно оцінити час відмов з достатньою точністю, проте можна визначити, скільки відмов сталося або скільки виробів виявилося придатними протягом певного інтервалу часу. Такого роду дані називаються таблицями часів життя вироби (наробітку до відмови)

5.1 Методика виконання роботи

У робочу книгу системи STATISTICA необхідно внести вихідні дані, для чого з меню програми STATISTICA вибрати пункт меню File → New. Відкривається вікно, де визначається необхідна кількість змінних (стовбців) і кількість строк. Для викладення методики використовується контрольний варіант з 3 змінних і 7 строк.

Для визначення таблиць наработки до відмови використається модуль Survival Analysis (рис. 5.1)програми STATISTICA. [1]. Для відкриття модуля Survival Analysis необхідно з меню програми STATISTICA вибрати Statistics → Nonlinear Models → Survival Analysis. У модулі Survival Analysis відкривається вікно Survival and Failure Time Analysis, де вибирається вкладка Life tables & Distributions (рис.5.2)

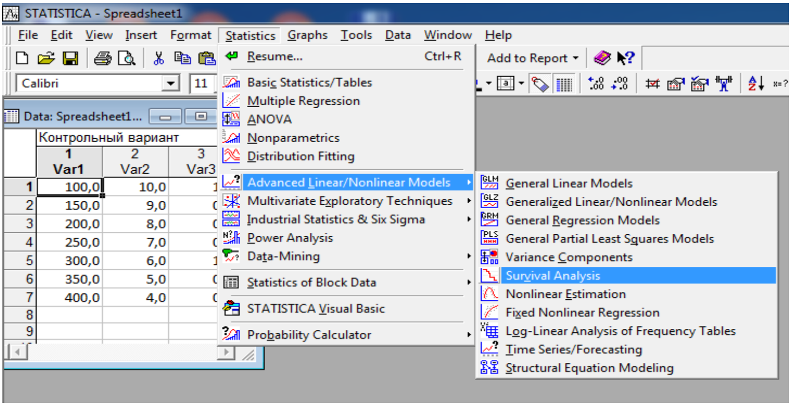

Рисунок 5.1 – Шлях до модуля Survival Analysis

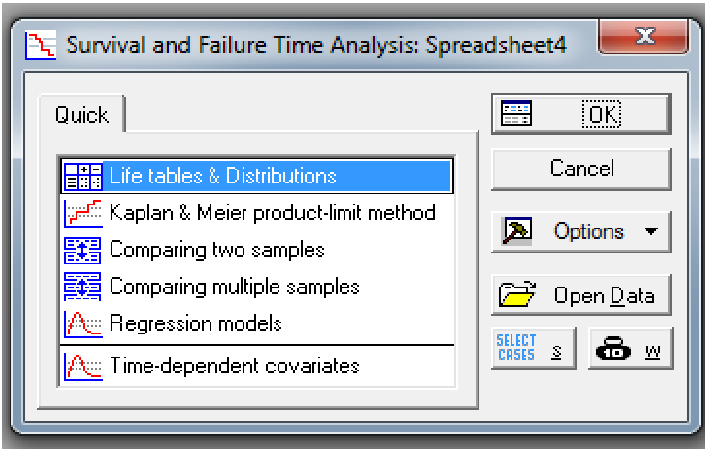

Рисунок 5. 2 – Вікно Survival and Failure Time Analysis

Далі відкривається діалогове вікно Life tables & Distributions of Survival Times, де вибирається вкладка Table of Survival Times, в якій визначаються необхідні для розрахунку зміні, а саме

(1) Нижні межі для кожного часового інтервалу (The lower limits for each time interval);

(2) Кількість виробів годних на кожному інтервалі (The number of individuals withdrawn alive from each interval);

(3) Кількість виробів, які відмовили в кожному інтервалі The number of individuals dying in each interval).

Також, у вікно Number entering first interval вводиться початок першого інтервалу (рис. 5.3).

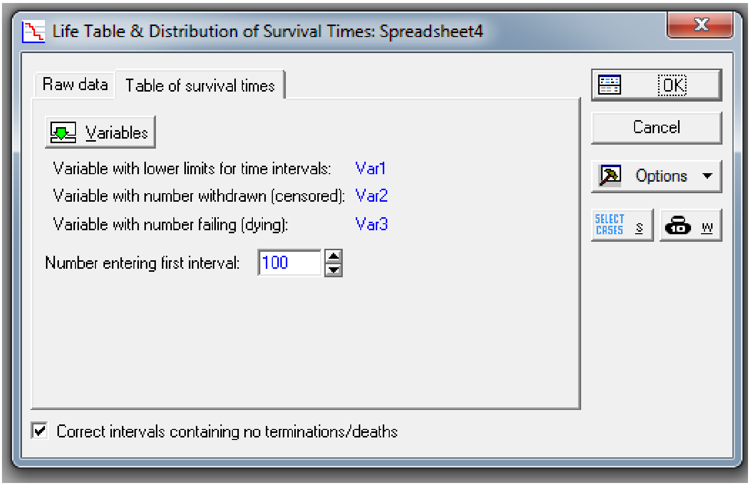

Рисунок 5. 3 – Вікно Life tables & Distributions of Survival Times

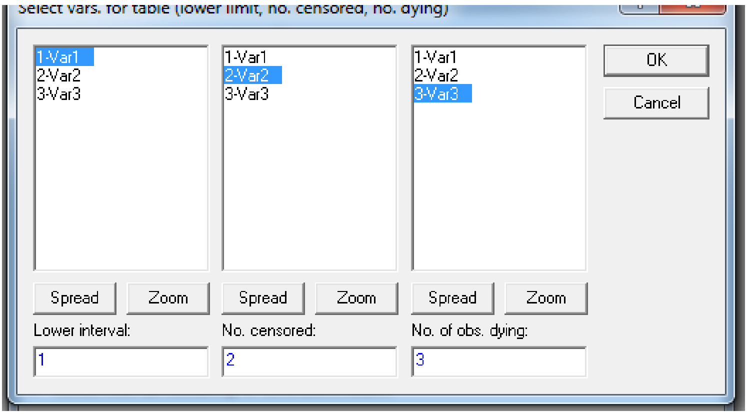

Рисунок 5.4 – Вікно для визначення змінних

Після визначення змінних відкривається вікно Life Table & Survival Time Distribution Results (рис. 5.4), в якому вибирається вкладка Summary: Life table.

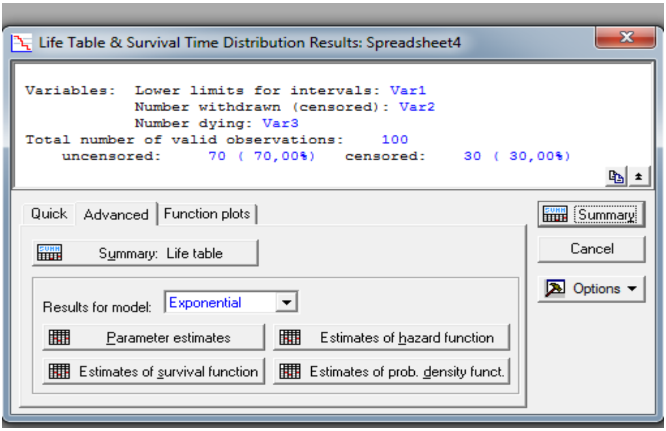

Рисунок 5. 5 – Вікно Life Table & Survival Time Distribution Results

Далі відкривається Таблиця часів відмов (наробок) (рис.5. 5)

adsheet4)

Life Table (Spreadsheet4)
Log-Likelihood for data: -12,4748

Interval	Interval Start	Mid Point	Interval Width	Number Entering	Number Withdrwn	Number Exposed	Number Dying	Proportn Dead	Proportn Survivng	Cum.Prop Survivng
Intno.1	100,0000	125,0000	50,00000	100	10	95,00000	0	0,005263	0,994737	1,000000
Intno.2	150,0000	175,0000	50,00000	90	9	85,50000	1	0,011696	0,988304	0,994737
Intno.3	200,0000	225,0000	50,00000	80	8	76,00000	0	0,006579	0,993421	0,983102
Intno.4	250,0000	275,0000	50,00000	72	7	68,50000	0	0,007299	0,992701	0,976635
Intno.5	300,0000	325,0000	50,00000	65	6	62,00000	0	0,008065	0,991935	0,969506
Intno.6	350,0000	375,0000	50,00000	59	5	56,50000	1	0,017699	0,982301	0,961687
Intno.7	400,0000			53	4	51,00000	0	0,009804	0,990196	0,944666

Life Table (Spreadsheet4)

(продовження таблиці)

)	Problty Density	Hazard Rate	Std.Err. Cum.Surv	Std.Err. Prob.Den	Std.Err. Haz.Rate	Median Life Exp	Std.Err. Life Exp
0	0,000105	0,000106	0,000000	0,000148	0,000149	300,0000	0,00
7	0,000233	0,000235	0,007424	0,000231	0,000235	250,0000	0,00
2	0,000129	0,000132	0,013697	0,000182	0,000187	200,0000	0,00
5	0,000143	0,000147	0,016379	0,000201	0,000207	150,0000	0,00
6	0,000156	0,000162	0,019112	0,000220	0,000229	100,0000	0,00
7	0,000340	0,000357	0,021924	0,000337	0,000357	50,0000	0,00
6			0,027357				

Рисунок 5.6 – Вікно з результатами розрахунку

Інтерпретація змінних, які складають зміст отриманої електронної таблиці часів відмов (по стовпцях):

• Номер інтервалу (Interval / Intno = Interval Number) для згрупованих даних.
• Нижня межа інтервалу (Interval Start)
• Середина інтервалу (Mid Point)
• Ширина інтервалу (Interval Width)
• Число на початку (Number Entering)
• Число вилучених об'єктів (Number Withdrwn) об'єктів
• Число досліджуваних об'єктів (Number Exposed) об'єктів
• Число об'єктів, що відмовили (Number Dying)
• Частка об'єктів, що відмовили (Proportn Dead)
• Кумулятивна частка придатних об'єктів (Cum. Prop Survivng)
• Щільність ймовірності (Problty Density)

5.2 Завдання до лабораторної роботи 1

1 Одержати варіант вихідних даних у викладача,які ввести чи імпортувати (наприклад, з Excel) вихідні дані в робочу книгу системи STATISTICA.

2 Виконати роботу згідно методики, описаної по контрольному варіанту.

3 Підготувати звіт, в якому описати послідовність виконання роботи і зробити аналіз одержаних результатів.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані для лабораторної роботи 1

Варіант 1			Варіант 2			Варіант 3			Варіант 4		
Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.
100	10	0	200	9	0	60	8	0	100	12	0
130	9	1	250	8	1	80	7	1	130	11	1
160	9	0	300	8	0	100	7	0	160	11	0
190	9	0	350	8	0	120	7	0	190	11	0
220	9	0	400	9	1	140	7	0	220	11	0

250	8	1	450	7	1	160	6	1	250	10	2
280	8	0	500	7	0	180	6	0	280	8	0
310	8	0	550	7	0	200	6	0	310	8	0
340	8	0	600	7	0	220	6	0	340	8	0
370	8	0	650	7	0	240	6	0	370	8	0
400	7	1	700	6	1	260	5	1	400	7	1

Варіант 5			Варіант 6			Варіант 7			Варіант 8		
Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.
1000	15	0	180	9	0	600	8	0	110	12	0
1300	14	1	200	7	2	800	7	1	130	11	1
1600	14	0	220	7	0	1000	7	0	150	11	0
1900	14	0	240	7	0	1200	7	0	170	11	0
2200	13	1	260	6	1	1400	7	0	190	11	0
2500	12	2	280	5	1	1600	6	1	210	10	2
2800	12	0	300	5	0	1800	6	0	230	8	0
3100	12	0	320	5	0	2000	5	1	250	8	0
3400	12	0	340	5	0	2200	5	0	270	8	0
3700	12	0	360	5	0	2400	5	0	290	8	0
4000	11	1	380	4	1	2600	4	1	310	7	1

Варіант 9			Варіант 10			Варіант 11			Варіант 12		
Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.	Нижн. межа	годн.	отказ.
315	10	0	2000	9	0	650	8	0	550	8	0
330	9	1	2100	8	1	850	7	1	600	7	1
345	9	0	2200	8	0	1050	7	0	650	7	0
360	9	0	2300	8	0	1250	7	0	700	7	0
375	9	0	2400	9	1	1450	7	0	750	7	0

390	8	1	2500	7	1	1650	6	1	800	5	2
405	8	0	2600	7	0	1850	6	0	850	5	0
420	8	0	2700	7	0	2050	6	0	900	5	0
435	8	0	2800	7	0	2250	6	0	950	5	0
450	8	0	2900	7	0	2450	6	0	1000	5	0
465	7	1	3000	6	1	2650	5	1	1050	5	0

6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2 " ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ НАДІЙНОСТІ ПРИ НЕПОВНИХ ДАНИХ "

На практиці при визначенні показників надійності часто маємо справу з неповними даними. Це пов'язане з тим, що важко спостерігати систему увесь час від початку експлуатації до відмови, тому інформація про час відмови може бути невідома, тобто інформація від початку експлуатації (випробувань) до відмови неповна. Такі дані називаються неповними або цензурированными (censored). Якщо час від моменту початку експлуатації (випробувань) до відмови відомо, то дані називаються повними (complete).

Для визначення функції надійності при неповних даних використається модуль Survival Analysis програми STATISTICA. Основне завдання, що вирішується в модулі Survival Analysis, полягає в оцінці функції виживаності (функції надійності) по даним, де включені як повні, так і неповні дані щодо часу роботи до відмови.

Модуль містить процедури для опису часів життя досліджуваного об'єкта і дозволяє визначити функцію надійності, інтенсивності й щільності ймовірності відмов.

6.1 Методика виконання роботи

У робочу книгу системи STATISTICA необхідно внести вихідні дані, для чого з меню програми STATISTICA вибрати пункт меню File → New. Відкривається вікно, де визначається необхідна кількість змінних (стовбців) і кількість строк. Для викладення методики використовується контрольний варіант з 2 змінних (перша- стовбець з результати спостережень, друга - коди complete або censored) і 30 строк, де містяться результати спостережень за конкретною системою. Розглянемо визначення функції надійності при неповних даних на прикладі результатів випробувань основного елемента інформаційно-вимірювальної техніки,що визначає її надійність - інтегральної мікросхеми (ІМС).

Відкрити вікно Survival and Failure Time Analysis, для чого необхідно з меню програми STATISTICA вибрати Statistics → Nonlinear Models → Survival Analysis (рис.6.1).

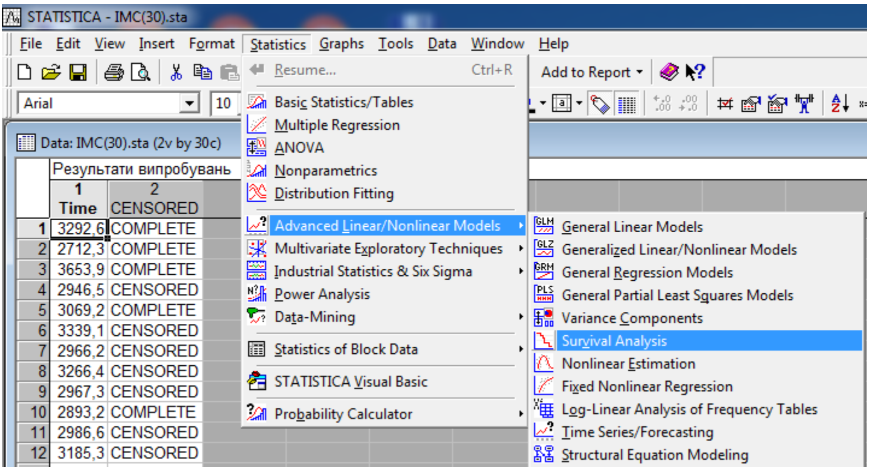

Рисунок 6.1 – Вибір модуля Survival Analysis

У модулі Life tables & Distributions of Survival Times вибирається вкладка Raw data (рис.6.2), де задаються зміні Var1, Var2, у яких відображені час роботи до відмови (Time) та коди (Code) з визначенням повноти данних (рис.6.2., 6.3).

Після натискання на Ok, відкривається вікно Life Table & Survival Time Distribution Results (рис. 6.4), де на вкладці Function Plots послідовно вибираються кнопки - Plot of survival function (для відображення функції надійності) та Plot of probability density function (для відображення густини функції надійності) (рис.6.5., 6.6)

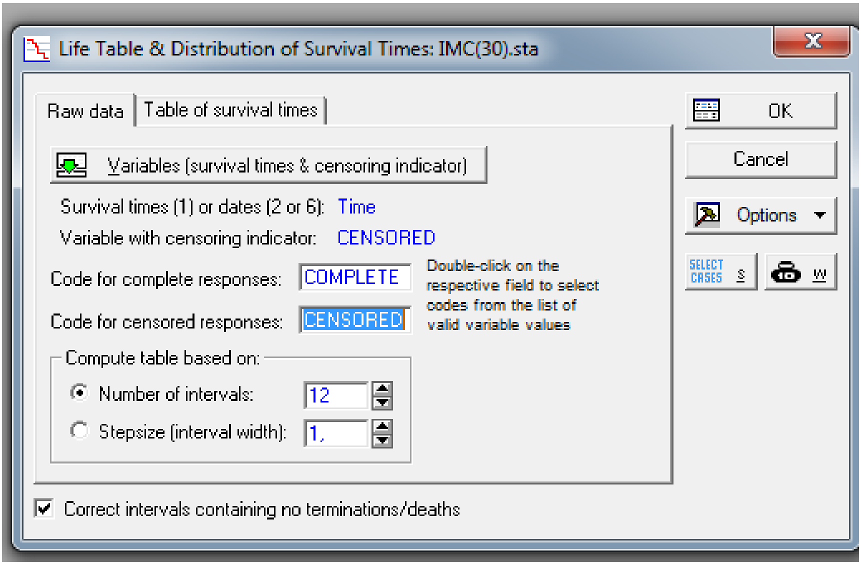

Рисунок 6.2 – Вікно Life tables & Distributions of Survival Times

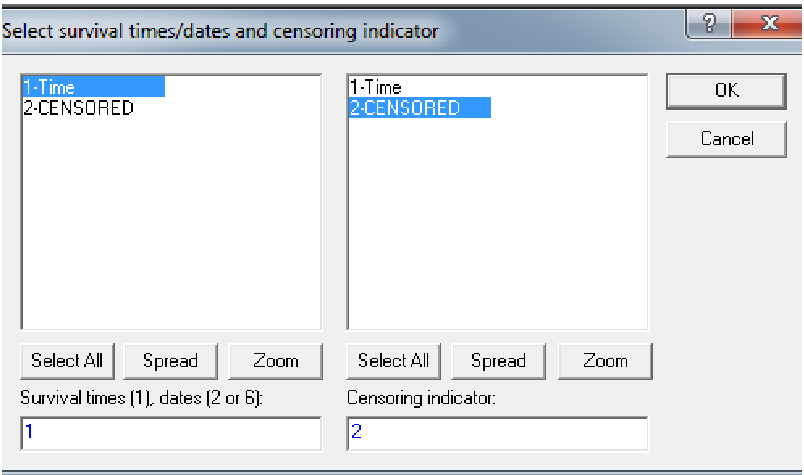

Рисунок 6.3 – Вікно для вибіра зміних.

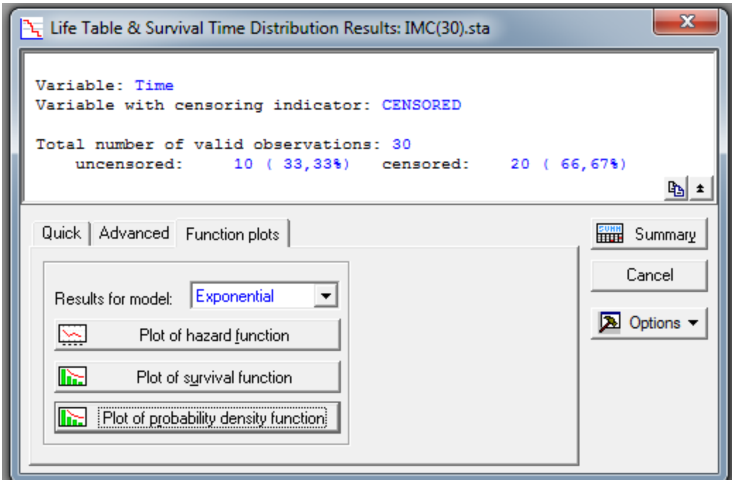

Рисунок 6.4 – Вікно Life Table & Survival Time Distribution Results

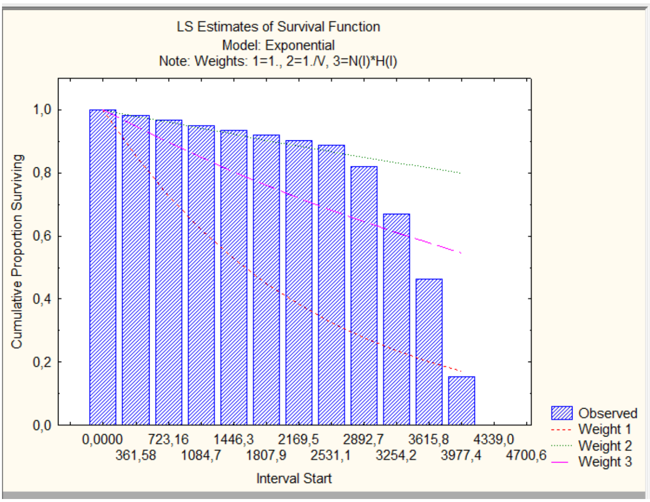

Рисунок 6.5 – Функція надійності

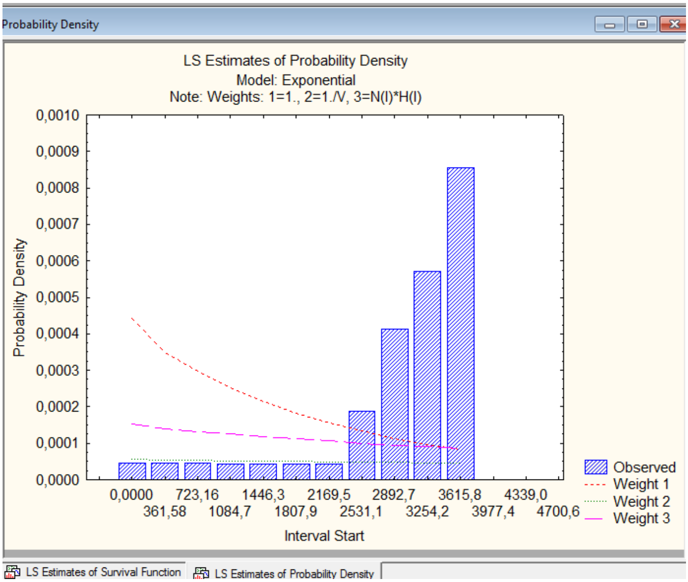

Рисунок 6.6 – Густина (щільність) функції надійності

6.2 Завдання до лабораторної роботи 2

1 Одержати варіант вихідних даних у викладача,які ввести чи імпортувати (наприклад, з Excel) вихідні дані в робочу книгу системи STATISTICA.

2 Виконати роботу згідно описаної методики.

3 Підготувати звіт, в якому описати послідовність виконання роботи і зробити аналіз одержаних результатів.

Таблиця 6.1 – Вихідні дані для лабораторної роботи 2

Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3	
Time	CENSORED	Time	CENSORED	Time	CENSORED
3293	COMPLETE	982	CENSORED	1016	COMPLETE
2712	CENSORED	1009	CENSORED	972	COMPLETE
3654	COMPLETE	1033	COMPLETE	978	COMPLETE
2947	CENSORED	985	CENSORED	982	CENSORED
3069	COMPLETE	1017	CENSORED	1005	COMPLETE
3339	CENSORED	1034	CENSORED	931	CENSORED

2966	CENSORED	1034	CENSORED	989	CENSORED
3266	CENSORED	1012	CENSORED	962	CENSORED
2967	CENSORED	997	CENSORED	1006	CENSORED
2893	COMPLETE	983	COMPLETE	1019	COMPLETE
2987	CENSORED	1062	CENSORED	1048	CENSORED
3185	CENSORED	981	CENSORED	973	COMPLETE
3827	COMPLETE	1034	COMPLETE	1057	CENSORED
3263	CENSORED	945	CENSORED	1032	CENSORED
3144	CENSORED	1041	CENSORED	1017	CENSORED
2666	CENSORED	984	CENSORED	1025	CENSORED
3151	CENSORED	975	CENSORED	948	CENSORED
3207	CENSORED	1000	COMPLETE	1025	CENSORED
3130	CENSORED	978	CENSORED	1000	CENSORED
2721	CENSORED	1059	CENSORED	1007	COMPLETE
2825	COMPLETE	996	CENSORED	1027	COMPLETE
2832	CENSORED	989	CENSORED	1030	CENSORED
3239	COMPLETE	993	CENSORED	1028	COMPLETE
1816	CENSORED	997	CENSORED	970	CENSORED
2203	CENSORED	987	CENSORED	971	CENSORED
2636	CENSORED	973	COMPLETE	992	CENSORED
3601	COMPLETE	986	COMPLETE	1004	COMPLETE
3012	CENSORED	1009	CENSORED	1027	CENSORED
3977	COMPLETE	972	COMPLETE	1079	COMPLETE
2898	CENSORED	1036	CENSORED	960	CENSORED

Варіант 4		Варіант 5		Варіант 6	
Time	CENSORED	Time	CENSORED	Time	CENSORED
10094	COMPLETE	886	COMPLETE	10043	COMPLETE
9948	CENSORED	1017	CENSORED	10034	CENSORED
9878	COMPLETE	997	COMPLETE	9976	COMPLETE
10154	CENSORED	961	CENSORED	9851	CENSORED
9838	CENSORED	963	CENSORED	10023	CENSORED
9949	COMPLETE	977	CENSORED	10052	CENSORED
10047	CENSORED	1014	CENSORED	9918	CENSORED
9968	CENSORED	962	CENSORED	10027	CENSORED
10032	CENSORED	990	CENSORED	10118	CENSORED
10023	COMPLETE	997	COMPLETE	10057	COMPLETE

9846	CENSORED	1043	CENSORED	9985	CENSORED
10062	CENSORED	982	CENSORED	10063	COMPLETE
9717	COMPLETE	988	COMPLETE	9798	CENSORED
9963	CENSORED	1099	CENSORED	10197	CENSORED
10027	CENSORED	981	CENSORED	9898	CENSORED
9878	CENSORED	1054	CENSORED	9973	CENSORED
9886	CENSORED	1017	CENSORED	10018	CENSORED
9954	CENSORED	943	COMPLETE	10146	CENSORED
9931	CENSORED	986	CENSORED	9898	CENSORED
10054	CENSORED	1000	COMPLETE	10094	COMPLETE
10085	COMPLETE	961	CENSORED	9976	COMPLETE
9896	CENSORED	978	COMPLETE	9966	CENSORED
9994	COMPLETE	1011	CENSORED	10149	COMPLETE
10060	CENSORED	1001	CENSORED	10150	CENSORED
10035	COMPLETE	1012	CENSORED	9960	CENSORED
10001	CENSORED	1070	COMPLETE	9980	CENSORED
10111	COMPLETE	1001	COMPLETE	10156	COMPLETE
10011	CENSORED	1020	CENSORED	10043	CENSORED
9986	COMPLETE	955	COMPLETE	10116	COMPLETE

7 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3 "ВИЗНАЧЕННЯ АНАЛІТИЧНОГО ВИДУ ФУНКЦІЇ НАДІЙНОСТІ"

7.1 Методика виконання роботи

Для визначення аналітичного виду функції надійності при неповних даних використається результати лабораторної роботи 2. Після виконання п.1-3 у вікні Life Table & Survival Time Distribution Results (рис. 4 з лабораторної роботи 2) вибирається вкладка Advanced, де у віконці Results for model послідовно задаються розподіли − експоненціальний, Вейбулла і Гомпертца. функції розподілу яких, відповідно:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \text{ де } \lambda > 0,\ x \in [0, +\infty);$$

$$W(x) = 1 - e^{-\lambda x^{\gamma}}, \text{ де } \lambda > 0,\ \gamma > 0,\ x \in [0, +\infty);$$

$$G(t) = \exp\left(-e^{-\beta t}\right),\ t = (x - \lambda)/\gamma,\ \beta = -\ln\ln 2,$$

$$\text{де } \lambda \in (-\infty, +\infty),\ \gamma > 0,\ x \in [0, +\infty).$$

Параметри теоретичного розподілу, найбільш близького до емпіричного, визначаються за допомогою звичайного методу найменших квадратів з вагами, рівними $w_i = 1$ (незважені найменші квадрати), і двох методів зважених квадратів $w_i = 1/v_i$, $w_i = n_i \cdot h_i$, де v_i − емпірична дисперсія, n_i , h_i − ширина i -го інтервалу й число відмов на початку i -го інтервалу. Надалі, будемо позначати ці ваги як Weight1, Weight2 і Weight3, відповідно. З домопогою кнопки Parameter estimates визначаються параметри і статистичні оцінки відповідності теоретичного і емпіричного розподілів. Оцінка відповідності проводиться за допомогою -критерію Пірсона [2]. Як приклад, наведемо результати визначення аналітичного виду функції надійності по ланним варіанта 1 з лабораторної роботи 2. (рис. 7.1).

Parameter Estimates, Model: Exponential (IMC(30).sta)
Note: Weights: 1=1., 2=1./V, 3=N(I)*H(I)

Estimatn Method	Lambda	Variance Lambda	Std.Err. Lambda	Log-Likelhd.	Chi-Sqr.	df	p
Weight 1	0,000443	0,000000	0,000170	-57,1934	65,73554	10	0,000000
Weight 2	0,000056	0,000000	0,000025	-32,6821	16,71287	10	0,081018
Weight 3	0,000152	0,000000	0,000042	-37,3813	26,11138	10	0,003603

а) Експоненціальний розподіл

Parameter Estimates, Model: Weibull (IMC(30).sta)
Note: Weights: 1=1., 2=1./V, 3=N(I)*H(I)

Estimatn Method	Lambda	Variance Lambda	Std.Err. Lambda	Gamma	Variance Gamma	Std.Err. Gamma	Covarnce Gam-Lamd	Log-Likelhd.	Chi-Sqr.	df	p
Weight 1	0,000000	0,000000	0,000000	2,058863	0,183165	0,427978	-0,000000	-32,7270	16,80270	9	0,051940
Weight 2	0,000000	0,000000	0,000000	2,580769	0,159637	0,399546	-0,000000	-35,5496	22,44796	9	0,007577
Weight 3	0,000001	0,000000	0,000004	1,546852	0,248508	0,498505	-0,000002	-32,2197	15,78809	9	0,071489

в) Розподіл Вейбулла

Parameter Estimates, Model: Gompertz (IMC(30).sta)
Note: Weights: 1=1., 2=1./V, 3=N(I)*H(I)

Estimatn Method	Lambda	Variance Lambda	Std.Err. Lambda	Gamma	Variance Gamma	Std.Err. Gamma	Covarnce Gam-Lamd	Log-Likelhd.	Chi-Sqr.	df	p
Weight 1	-11,1188	0,666640	0,816481	0,001089	0,000000	0,000291	-0,000219	-28,5785	8,50567	9	0,484115
Weight 2	-11,5084	0,622632	0,789070	0,001325	0,000000	0,000270	-0,000199	-28,3746	8,09801	9	0,524314
Weight 3	-10,6821	0,781449	0,883996	0,000719	0,000000	0,000392	-0,000308	-30,2078	11,76424	9	0,226981

с) Розподіл Гомпертца

Рисунок 7.1 – Визначення параметрів для різних розподілів

Отримані результати (таблиця 1) показали, що найбільш близьким до емпіричного розподіла є розподіл Гомпертца з параметрами, які визначені методом зважених найменших квадратів Weight 2 Одержаний рівнь значимості p=0,524 набагато перевищує критичний рівень, що дорівнює 0,05.

7.2 Завдання до лабораторної роботи 3

1 Варіант вихідних даних взяти відповідний попередній лабораторної роботі 2.

2 Виконати роботу згідно описаної методики.

3 Підготувати звіт, в якому описати послідовність виконання роботи і зробити аналіз одержаних результатів.

8 САМОСТІЙНА РОБОТА "РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ ПРИ ПОСТІЙНІЙ ІНТЕНСИВНОСТІ ВІДМОВ"

8.1 Розрахунок ймовірності безвідмовної роботи при постійній інтенсивності відмов

Під ймовірністю безвідмовної роботи розуміється ймовірність того, що в межах заданого часу напрацювання відмова не виникає. Конкретне чисельне значення ймовірності безвідмовної роботи може бути розраховане тільки для заданого часу напрацювання t, в перебігу якого можливе виникнення відмови.

Основний закон надійності визначається як:

$$P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)\partial t\right] \tag{8.1}$$

Припускаючи інтенсивність відмов постійною величиною, що справедливо, якщо відмови відбуваються внаслідок прихованих дефектів і не пов'язані з процесами старіння, з рівняння (8.1) прийме вигляд:

$$P(t) = \exp(-\lambda t) \tag{8.2}$$

На підстав (8.2) при відомому значенні λ. та, якщо задаватись певними значеннями часу t, можна графік залежності ймовірності безвідмовної роботи від часу напрацювання (t змінюється від значення, при якому P(t) дорівнює одиниці до значень, коли P(t) близьке до нуля).

8.2 Розрахунок середнього та гамма – відсоткового часу наробки до відмови при постійній інтенсивності відмов

Середній час наробки до відмови являє собою математичне очікування часу наробки до відмови

$$\bar{t} = \int_0^\infty t \cdot f(t)\, dt \tag{8.3}$$

і може буто виражен через ймовірність безвідмовної роботи як

$$\bar{t} = \int_0^\infty P(t)\, dt \; . \tag{8.4}$$

При постійній інтенсивності відмов *P(t)* середній час наробки до відмови підпорядковується експоненційному розподілу, і тоді

$$\bar{t} = \frac{1}{\lambda} \tag{8.5}$$

Підставляючи чисельне значення λ, отримаємо середній час наробки (напрацювання) до відмови.

Гамма-відсотковий час наробки до відмови t_γ визначається як час, протягом якого відмова не виникає з імовірністю γ. Значення t_γ отримується досить просто з рішення рівняння:

$$\gamma = P(t_\gamma) \tag{8.6}$$

Для експоненційного розподілу вираз для t_γ отримується

$$t_\gamma = -\frac{1}{\lambda}\ln(\gamma) \tag{8.7}$$

8.3 Завдання

На підставі виразів (8.2), (8.5), (8.7) побудувати графік залежності ймовірності безвідмовної роботи від часу, розрахувати середній і гамма-відсотковий час наробки до відмови.

Вихідні дани наведені в табл.8.1. Підготувати звіт, де навести зроблені розрахунки.

Таблиця 8.1 − Вихідні дани

Варіант	$\boxed{\lambda * 10^6}$	$\boxed{\gamma * 10^2}$			Варіант	$\boxed{\lambda * 10^7}$	$\boxed{\gamma * 10^2}$		
1	1	75	90	95	16	1	99	95	95
2	2	80	91	96	17	2	98	95	96
3	3	85	92	97	18	3	97	94	97
4	4	90	93	98	19	4	97	93	98
5	5	95	94	99	20	5	96	92	99
6	10	95	75	90	21	10	96	91	90
7	20	96	80	91	22	20	95	90	91
8	30	97	85	92	23	30	95	90	92
9	40	98	90	93	24	40	95	90	93
10	50	99	95	94	25	50	95	85	94
11	60	90	75	97	26	60	90	85	97
12	70	95	80	98	27	70	90	80	98
13	80	95	85	99	28	80	85	80	99
14	90	96	90	90	29	90	80	75	90
15	100	97	95	91	30	100	75	75	91

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНИХ ПОСИЛАНЬ

1 **Боровиков В.** STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. В. Боровиков. – СПб: Питер, 2001.- 656 с.

2 **Томашевський О. В.**, Рисіков В. П. Комп'ютерні технології статистичної обробки даних / Навчальний посібник. [Текст] / О. В. Томашевський, В. П. Рисіков – Запоріжжя: Запорізький національний технічний університет, 2015. – 175 с.

3 **Метрологічне забезпечення контролю якості продукції**: монографія / [Ігнаткін В. У., Туз Ю. М., Левківський К. М., Томашевський О. В.]. за ред. Ігнаткін В. У. – Запоріжжя: Запорізький національний технічний університет, – 2017. – 202 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/309

4 **Ігнаткін В. У.** Основи метрології / Навчальний посібник. [Електронний ресурс] / Ігнаткін В. У., Томашевський О. В., Матюшин В. М. - Запоріжжя:ЗНТУ, 2017-119 с. – Режим доступу: http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/2174

Додаток А
Вимоги до оформлення звіту з лабораторної роботи

Кожний звіт з лабораторної роботи повинен містити наступні пункти:

1 Мета роботи.
2 Завдання до лабораторної роботи.
3 Практичні результати.
4 Аналіз отриманих результатів і висновки.