МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ВКАЗІВКИ

до контрольної роботи з дисципліни “Вища математика”
для студентів економічних спеціальностей заочної форми навчання
Частина 1

2020

Індивідуальні завдання та вказівки до контрольної роботи з дисципліни “Вища математика” для студентів економічних спеціальностей заочної форми навчання. Частина 1. / Укл.: Н.О.Нечипоренко, О.А. Щербина - Запоріжжя: НУ “Запорізька політехніка ”, 2020. – 42 с.

Укладачі: Н.О. Нечипоренко, доцент, к. ф.-м. н.
О.А. Щербина, асистент

Рецензент: О.В. Коротунова, доцент, к. т. н.

Відповідальний за випуск: Н.О. Нечипоренко, доцент, к. ф.-м. н.

Затверджено
на засіданні кафедри
прикладної математики
Протокол № 6 від 22.01.2020 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету
економіки та управління
Протокол № 24 від 12.02.2020 р.

ЗМІСТ

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Розглянемо розв’язок типового варіанту контрольної роботи.

ЗАВДАННЯ 1.

Трикутник ABC задано координатами точок A(6,6,5), B(4,9,5), C(4,6,11). Знайти кут при вершині A.

Розв'язок

Кут між двома векторами $\bar{a} = (a_1, a_2, a_3)$ та $\bar{b} = (b_1, b_2, b_3)$ знаходиться за формулою

$$\cos\varphi = \frac{(\bar{a}, \bar{b})}{|\bar{a}| \cdot |\bar{b}|},$$

де $(\bar{a}, \bar{b})$ – скалярний добуток векторів,

$|\bar{a}|, |\bar{b}|$ - довжина векторів $\bar{a}, \bar{b}$.

Вони обчислюються за формулами:

$$(\bar{a}, \bar{b}) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3;$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_1^{\ 2} + a_2^{\ 2} + a_3^{\ 2}};$$

$$|\bar{b}| = \sqrt{b_1^{\ 2} + b_2^{\ 2} + b_3^{\ 2}};$$

В нашому прикладі:

$$\bar{a} = \overline{AB} = (4-6, 9-6, 5-5) = (-2, 3, 0),$$

$$\bar{b} = \overline{AC} = (4-6, 6-6, 11-5) = (-2, 0, 6).$$

$$\cos\angle A = \frac{(-2)\cdot(-2) + 3\cdot 0 + 0\cdot 6}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 6^2}} = \frac{4}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{40}} = \frac{2}{\sqrt{130}}.$$

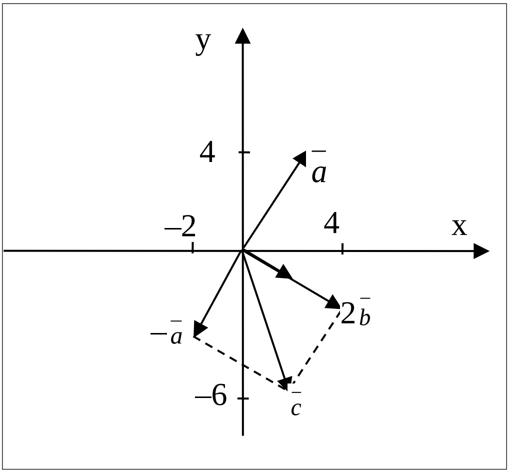
$$\angle A = \arccos\frac{2}{\sqrt{130}}.$$

ЗАВДАННЯ 2.

По заданим векторам $\overline{a} = (2,4)$, $\overline{b} = (2,-1)$ побудувати вектор $\overline{c} = -\overline{a} + 2 \cdot \overline{b}$.

Розв'язання

Розглянемо прямокутну декартову систему координат на площині, побудуємо на ній вектори $\overline{a}$ і $\overline{b}$.



Вектори $-\overline{a}$ та $2 \cdot \overline{b}$ мають координати $-\overline{a} = (-2,-4)$, $2 \cdot \overline{b} = (4,-2)$. Тоді сума $\overline{c}$ цих векторів зображується як діагональ паралелограма, побудованого на векторах $-\overline{a}$ та $2 \cdot \overline{b}$, і має координати

$$\overline{c} = (-2 + 4, -4 - 2) = (2,-6).$$

ЗАВДАННЯ 3.

Знайти вектор $\overline{a}$, колінеарний вектору $\overline{b} = (-1,3,5)$, якщо відомо, що $\overline{a} \cdot \overline{b} = 5$

Розв'язання

З умови колінеарності векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ виявляється, що $\overline{a} = \lambda \cdot \overline{b}$, тобто вектор $\overline{a}$ має координати $\overline{a} = (-\lambda, 3 \cdot \lambda, 5 \cdot \lambda)$.

Обчислимо скалярний добуток

$$\overline{a} \cdot \overline{b} = (-\lambda) \cdot (-1) + 3 \cdot \lambda \cdot 3 + 5 \cdot \lambda \cdot 5 = 35 \cdot \lambda .$$

Тоді маємо

$$35 \cdot \lambda = 5, \ \lambda = \tfrac{1}{7} .$$

Остаточно, $\overline{a} = (-\tfrac{1}{7}, \tfrac{3}{7}, \tfrac{5}{7})$.

ЗАВДАННЯ 4.

Задані вершини трикутника АВС: А(3,6), В(2,3), С(-3,1). Знайти:

а) рівняння сторони АВ;
б) рівняння висоти СН;
в) рівняння медіани АМ;
г) рівняння прямої, що проходить через точку С паралельно АВ;
д) відстань від точки С до прямої АВ.

Розв'язання

а) Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки має вигляд:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} .$$

Тоді рівняння сторони АВ:

$$\frac{x-3}{2-3} = \frac{y-6}{3-6}; \ \Rightarrow \ \frac{x-3}{-1} = \frac{y-6}{-3}; \ \Rightarrow \ 3 \cdot (x-3) = y - 6;$$

$y = 3 \cdot x - 3$ - рівняння АВ, кутовий коефіцієнт k=3;

б) Висота CH перпендикулярна до сторони AB. Тоді з умови перпендикулярності:

$$k_{AB} \cdot k_{CH} = -1$$

знаходимо $k_{CH} = -\frac{1}{3}$.

Застосовуємо рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

та отримаємо

$$y - 1 = -\tfrac{1}{3} \cdot (x + 3).$$

Отже, рівняння CH: $y = -\frac{1}{3} \cdot x$;

в) Координати середини сторони знаходяться за формулою:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \ y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Тоді координати точки M, яка є серединою BC, будуть такі:

$$x_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}; \ y_M = \frac{3+1}{2} = 2;$$

Рівняння медіани AM знаходимо як рівняння прямої, що проходить через дві задані точки (A і M):

$$\frac{x-3}{-\frac{1}{2}-3} = \frac{y-6}{2-6}; \qquad \Rightarrow \qquad -4 \cdot x + 12 = -\frac{7}{2} \cdot y + 21;$$

Отже, рівняння AM: $-8 \cdot x + 7 \cdot y - 18 = 0$;

г) Оскільки пряма, що проходить через вершину C, паралельна AB, то їх кутові коефіцієнти однакові: $k = k_{AB} = 3$.

З рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом маємо

$$y - 1 = 3(x + 3),$$

$$y = 3 \cdot x + 10;$$

д) Відстань d від точки C до прямої AB знайдемо за формулою:

$$d = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}};$$

$$d = \frac{|3 \cdot x_C - y_C - 3|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 \cdot (-3) - 1 - 3|}{\sqrt{10}} = \frac{13}{\sqrt{10}}.$$

ЗАВДАННЯ 5.

Задана система лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Розв'язати її: а) за формулами Крамера;
б) за допомогою оберненої матриці;
в) методом Гауса.

Розв'язання

а) За формулами Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 52; \qquad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 7 & -3 & 4 \\ -10 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -104;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 3 & -10 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 52; \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 3 & 5 & -10 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 156.$$

Знаходимо $x_1 = \frac{-104}{52} = -2; \quad x_2 = \frac{52}{52} = 1; \quad x_3 = \frac{156}{52} = 3.$

б) Для розв'язку системи за допомогою оберненої матриці запишемо систему рівнянь в матричній формі $AX = B$. Розв'язок системи в матричній формі має вигляд $X = A^{-1}B$. Обернена матриця обчислюється за формулою:

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta}\{A_{ji}\}$, де A_{ij} - алгебраїчні доповнення до елементів a_{ij} матриці A, а Δ – визначник матриці A.

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 17; \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -9; \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 2;$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 19; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -7; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -10;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = -11; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 15; \quad A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 14;$$

$$A^{-1} = \frac{1}{52}\begin{pmatrix} 17 & 19 & -11 \\ -9 & -7 & 15 \\ 2 & -10 & 14 \end{pmatrix}.$$

Розв'язок системи

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{52}\begin{pmatrix} 17 & 19 & -11 \\ -9 & -7 & 15 \\ 2 & -10 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{52}\begin{pmatrix} -104 \\ 52 \\ 156 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Тобто $x_1 = -2; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 3.$

в) Розв'яжемо систему методом Гауса. Для цього систему запишемо у вигляді розширеної матриці, де кожен рядок представляє собою рівняння:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & -3 & -10 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{array}\right).$$

Виключимо x_1 з другого та третього рядків. Для цього перше рівняння помножимо на (-3) та додамо до другого, потім перше рівняння помножимо на (-2) та додамо до третього. Отримаємо:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 14 & -15 & -31 \\ 0 & 10 & -7 & -11 \end{array}\right).$$

Віднімемо третій рядок від другого та отриманий рядок поділимо на 4.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 4 & -8 & -20 \\ 0 & 10 & -7 & -11 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 10 & -7 & -11 \end{array}\right).$$

Додаємо до третього рівняння друге помножене на (-10). Отримаємо:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & 13 & 39 \end{array}\right).$$

Система прийме вигляд

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7; \\ x_2 - 2x_3 = -5; \\ 13x_3 = 39. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 + 3x_2 - 4x_3 = -2; \\ x_2 = -5 + 2x_3 = 1; \\ x_3 = 3. \end{cases} \Rightarrow$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 3.$$

ЗАВДАННЯ 6.

Знайти границі функцій, не користуючись правилами Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-7x+5}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{x^2-16}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$.

Розв'язання

а) Оскільки чисельник та знаменник дробу перетворюються в нуль при $x=1$, то для розкриття невизначеності ($\dfrac{0}{0}$) розкладемо чисельник та знаменник на множники :

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{2x^2-7x+5}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{2(x-1)\left(x-\frac{5}{2}\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{2\left(x-\frac{5}{2}\right)}=\frac{0}{-3}=0;$$

б) Щоб розкрити невизначеність виду ($\dfrac{\infty}{\infty}$), треба чисельник та знаменник дробу поділити почлено на найвищу степінь змінної.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2\left(3+\frac{2}{x}+\frac{9}{x^2}\right)}{x^2\left(2-\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}=\frac{3}{2},$$

оскільки $\dfrac{const}{\infty}\to 0$;

в) Якщо чисельник або знаменник є ірраціональні функції, то для розкриття невизначеності необхідно виконати перетворення з ірраціональністю (наприклад, помножити на спряжений вираз).

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{x^2-16}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}{\left(x^2-16\right)\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{(2x+1-9)}{(x-4)(x+4)\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{2(x-4)}{(x-4)(x+4)\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{2}{(x+4)\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=\frac{2}{48}=\frac{1}{24};$$

г) Невизначеність виду (1^{∞}) розкривається за допомогою другої стандартної границі

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e;$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x-3}\right)^{x-5}=\left(1^{\infty}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x}{x-3}-1\right)^{x-5}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{x-x+3}{x-3}\right)^{x-5}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{3}{x-3}\right)^{\frac{x-3}{3}}\right]^{\frac{3(x-5)}{x-3}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{3(x-5)}{x-3}}=e^{3}.$$

ЗАВДАННЯ 7.

Знайти похідні функцій:

а) $y=\left(6x^{4}-3\sqrt[5]{x^{4}}+\frac{10}{x^{2}}+4\right)^{5};$ б) $y=\arcsin 4x+\ln^{4}5x;$

в) $y=tg^{6}3x\cdot 2^{6x+1};$ г) $y=\frac{e^{\cos 2x}}{(x+1)^{3}}$.

Розв'язання

При диференціюванні функцій треба використовувати таблицю похідних та основні правила диференціювання.

Таблиця похідних:

1. $\left(u^{\alpha}\right)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$; $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2}$; $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$;

2. $\left(a^{u}\right)' = a^{u} \ln a \cdot u'$; $\left(e^{u}\right)' = e^{u} u'$;

3. $\left(\log_a u\right)' = \frac{1}{u \ln a} u'$; $\left(\ln u\right)' = \frac{u'}{u}$;

4. $\left(\sin u\right)' = \cos u \cdot u'$;

5. $\left(\cos u\right)' = -\sin u \cdot u'$;

6. $\left(tgu\right)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$;

7. $\left(ctgu\right)' = -\frac{1}{\sin^2 u} u'$;

8. $\left(\arcsin u\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u'$;

9. $\left(\arccos u\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u'$;

10. $\left(arctgu\right)' = \frac{1}{1+u^2} u'$;

11. $\left(arcctgu\right)' = -\frac{1}{1+u^2} u'$.

Основні правила диференціювання:

1. $c' = 0$, де c = const;

2. $\left(u(x) + v(x)\right)' = u'(x) + v'(x)$;

3. $\left(u(x) \cdot v(x)\right)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$;

4. $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$;

5. Нехай функції y=f(u) та u=u(x) диференційовані у відповідних точках, тоді похідна складної функції y=f(u(x)) дорівнює:

$$y'_x = f'_u \cdot u'_x .$$

Обчислимо тепер похідні заданих функцій:

а) $y = \left(6x^4 - 3\sqrt[5]{x^4} + \dfrac{10}{x^2} + 4\right)^5$;

$$y' = 5 \cdot \left(6x^4 - 3\sqrt[5]{x^4} + \frac{10}{x^2} + 4\right)^4 \cdot \left(6 \cdot 4x^3 - 3 \cdot \frac{4}{5} x^{-\frac{1}{5}} + 10 \cdot (-2) \cdot x^{-3}\right) =$$

$$= 5 \cdot \left(6x^4 - 3\sqrt[5]{x^4} + \frac{10}{x^2} + 4\right)^4 \cdot \left(24x^3 - \frac{12}{5 \cdot \sqrt[5]{x}} - \frac{20}{x^3}\right);$$

б) $y = \arcsin 4x + \ln^4 5x$;

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-(4x)^2}} \cdot 4 + 4 \cdot \ln^3 5x \cdot \frac{1}{5x} \cdot 5 = \frac{4}{\sqrt{1-16x^2}} + \frac{4\ln^3 5x}{x};$$

в) $y = tg^6 3x \cdot 2^{6x+1}$;

$$y' = \left(tg^6 3x\right)' \cdot 2^{6x+1} + tg^6 3x \cdot \left(2^{6x+1}\right)' = 6tg^5 3x \cdot \frac{1}{\cos^2 3x} \cdot 3 \cdot 2^{6x+1} +$$

$$+ tg^6 3x \cdot 2^{6x+1} \cdot \ln 2 \cdot 6 = \frac{18}{\cos^2 3x} \cdot 6tg^5 3x \cdot 2^{6x+1} + 6tg^6 3x \cdot 2^{6x+1} \cdot \ln 2;$$

г) $y = \dfrac{e^{\cos 2x}}{(x+1)^3}$;

$$y' = \frac{\left(e^{\cos 2x}\right)' \cdot (x+1)^3 - e^{\cos 2x} \cdot \left((x+1)^3\right)'}{(x+1)^6} =$$

$$= \frac{e^{\cos 2x} \cdot (\cos 2x)' \cdot (x+1)^3 - e^{\cos 2x} \cdot 3(x+1)^2 \cdot (x+1)'}{(x+1)^6} =$$

$$=\frac{e^{\cos 2x}\left(-\sin 2x\cdot 2\right)\left(x+1\right)^{3}-e^{\cos 2x}\cdot 3\left(x+1\right)^{2}\cdot 1}{\left(x+1\right)^{6}}=$$

$$=\frac{-e^{\cos 2x}\left(2\sin 2x\left(x+1\right)-3\right)}{\left(x+1\right)^{4}}.$$

ЗАВДАННЯ 8.

Обчислити границю функції за правилом Лопиталя:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-7x+10}{\ln\left(x^2-3\right)}.$$

Розв'язання

Правило Лопиталя застосується для невизначеності виду ($\frac{0}{0}$) та ($\frac{\infty}{\infty}$). Згідно цього правила границя відношення двох функцій дорівнює границі відношення їх похідних, якщо вона існує.

Тому

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-7x+10}{\ln\left(x^2-3\right)}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 2}\frac{\left(x^2-7x+10\right)'}{\left(\ln\left(x^2-3\right)\right)'}=\lim_{x\to 2}\frac{2x-7}{\frac{2x}{x^2-3}}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\left(2x-7\right)\left(x^2-3\right)}{2x}=\frac{-3\cdot 1}{4}=-\frac{3}{4}.$$

ЗАВДАННЯ 9.

Підприємство за місяць виготовляє x одиниць продукції. Сумарні витрати виробництва описуються функцією *:*

$$V=\tfrac{1}{30}x^2+8x+300.$$

Залежність між питомою ціною p і кількістю одиниць продукції x, яку можна продати по цій ціні, описуються функцією :

$$p = 40 - \frac{1}{10}x.$$

Розрахувати, за яких умов прибуток буде максимальним. Визначити маржинальні і сумарні витрати та прибуток при цих умовах.

Розв'язання

Прибуток P визначається як різниця між доходами і сумарними витратами виробництва $P = D - V$.

Дохід $D = p \cdot x = \left(40 - \frac{1}{10}x\right) \cdot x = 40x - \frac{1}{10}x^2$, сумарні витрати $V = \frac{1}{30}x^2 + 8x + 300$, тоді прибуток буде таким:

$P = 40x - \frac{1}{10}x^2 - \frac{1}{30}x^2 - 8x - 300 = -\frac{2}{15}x^2 + 32x - 300$.

Знайдемо маржинальний прибуток: $P' = -\frac{4}{15}x + 32$.

Максимальний прибуток буде тоді, коли $P' = 0$,оскільки $P'' = -\frac{4}{15} < 0$.

При цьому $-\frac{4}{15}x + 32 = 0$; $-4x + 480 = 0$; $x = 120$.

Отже, щоб прибуток був максимальним, треба випускати 120 одиниць продукції.

Маржинальні витрати: $V'(120) = \frac{1}{15} \cdot 120 + 8 = 16$,

Сумарні витрати: $V(120) = \frac{1}{30} \cdot 120^2 + 8 \cdot 120 + 300 = 1740$.

Максимальний прибуток:

$P(120) = -\frac{2}{15} \cdot 120^2 + 32 \cdot 120 - 300 = 1620$.

ЗАВДАННЯ 10.

При відомій функції попиту $Q = Q(p) = 7 - p$ і пропозиції $S = S(p) = p+1$, де Q і S - кількість товару, p – ціна товару, знайти:

а) рівноважну ціну;
б) еластичність попиту і пропозиції для рівноважної ціни;
в) зміну доходу при підвищені ціни на 5% від рівноважної.

Розв'язання

а) рівноважна ціна – ціна, при який попит і пропозиція врівноважуються. Тому рівноважна ціна визначається рівнянням

$Q(p) = S(p); \qquad 7 - p = p + 1, \qquad p = 3$ (ум.од.).

б) знаходимо еластичність попиту і пропозиції за формулами:

$$E_p(Q) = \frac{p}{Q} \cdot \frac{dQ}{dp}; \qquad E_p(S) = \frac{p}{S} \cdot \frac{dS}{dp};$$

в даному випадку

$$E_p(Q) = \frac{p}{7-p} \cdot (-1) = -\frac{p}{7-p}; \qquad E_p(S) = \frac{p}{S} \cdot 1 = \frac{p}{p+1}.$$

Для рівноважної ціни $p = 3$ маємо:

$$E_{p=3}(Q) = -0{,}75; \; E_{p=3}(S) = 0{,}75.$$

Знайдені значення еластичності за абсолютною величиною менші за 1, тоді і попит і пропозиція даного товару при рівноважній ціні нееластичні відносно ціни, тобто зміна ціни не призведе до різкої зміни попиту і пропозиції. Так, при підвищенні ціни на 1% попит зменшиться на 0,75%, а пропозиція підвищиться на 0,75%;

в) при підвищенні ціни *p* на 5% від рівноважної попит зменшиться на 3,75%, а пропозиція підвищиться на 3,75%.

ЗАВДАННЯ 11.

Дослідити функцію $y = \dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$ та побудувати її графік.

Розв'язання

Для дослідження функції та побудови її графіка доцільно дотримуватися такої схеми:

1) знаходимо область визначення функції ;

2) досліджуємо функцію на парність чи непарність, періодичність;

3) знаходимо асимптоти графіка функції ;

4) знаходимо критичні точки першого роду, інтервали зростання та спадання функції, точки екстремумів;

5) знаходимо критичні точки другого роду, інтервали опуклості, точки перегину функції;

6) будуємо графік функції за результатами отриманого дослідження.

Розв'язування проведемо згідно вказаної схеми.

1. Задана функція має розрив в точці x=1, тому $x \in (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$.

2. Задана функція не буде парною, оскільки $f(-x) \neq f(x)$ и не буде непарною, оскільки $f(-x) \neq -f(x)$.

3. Знайдемо асимптоти графіка функції. Обчислимо:

$$\lim_{x \to 1-0} \frac{2x-1}{(x-1)^2} = \infty, \qquad \lim_{x \to 1+0} \frac{2x-1}{(x-1)^2} = \infty.$$

Отже, пряма $\underline{x = 1}$ є вертикальна асимптота. Перевіримо, чи має графік функції похилі асимптоти. Обчислимо

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x-1}{x(x-1)^2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x\left(2 - \frac{1}{x}\right)}{x^3\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{x^2\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2} = 0.$$

$$b = \lim_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - k \cdot x \right) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 0.$$

Тому пряма $y = k \cdot x + b = 0 \cdot x + 0$, тобто $\underline{y = 0}$ буде горизонтальною асимптотою.

4. Похідна функції буде

$$y' = \frac{2(x-1)^2 - 2(x-1)(2x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2x - 2 - 4x + 2}{(x-1)^3} = -\frac{2x}{(x-1)^3}.$$

Похідна не існує у точці x=1 і дорівнює нулю при x=0.

Складаємо таблицю:

x	**(-∞, 0)**	**0**	**(0, 1)**	**1**	**(1, ∞)**
$f'(x)$	—	0	+	не існує	—
$f(x)$	↘	min	↗	не існує	↘

$$y_{\min} = y(0) = -1.$$

5. Друга похідна має вигляд:

$$y'' = -\frac{2(x-1)^3 - 2x\cdot 3(x-1)^2}{(x-1)^6} = -\frac{2x-2-6x}{(x-1)^4} = \frac{4x+2}{(x-1)^4}.$$

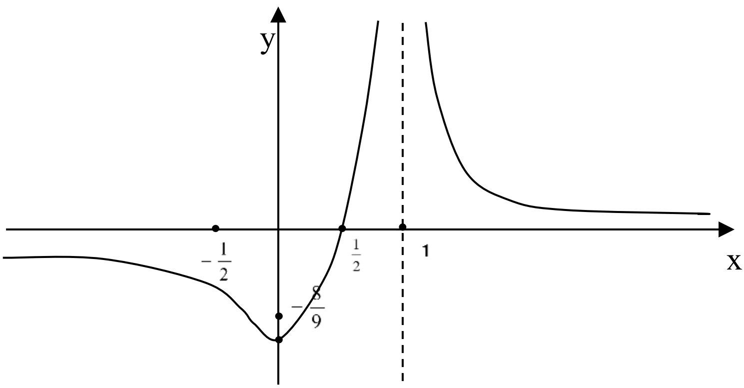
$y''=0$ при $x=-\dfrac{1}{2}$, y'' не існує при x=1.

Складаємо таблицю:

x	$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$	$-\frac{1}{2}$	$\left(-\frac{1}{2},1\right)$	1	$(1,\infty)$
$f'(x)$	—	0	+	не існує	+
$f(x)$	$\cap$	точка перетину	$\cup$	не існує	$\cup$

x$=-\dfrac{1}{2}$ - точка перетину, $y_{пер} = f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{8}{9}$.

6. За одержаними результатами будуємо графік заданої функції.



ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

ЗАВДАННЯ 1.

Трикутник ABC задано координатами своїх вершин. Знайти внутрішній кут при вершині A.

№	A	B	C
1.	(1,3,6)	(2,2,1)	(-1,0,1)
2.	(-4,2,6)	(2,-3,0)	(-10,5,8)
3.	(7,2,4)	(7,-1,-2)	(3,3,1)
4.	(2,1,4)	(-1,5,-2)	(-7,-3,2)
5.	(-1,-5,2)	(-6,0,-3)	(3,6,-3)
6.	(0,-1,-1)	(-2,3,5)	(1,-5,-9)
7.	(5,2,0)	(2,5,0)	(1,2,,4)
8.	(2,-1,-2)	(1,2,1)	(5,0,-6)
9.	(-2,0,-4)	(-1,7,1)	(4,-8,-4)
10.	(14,4,5)	(-5,-3,2)	(-2,-6,-3)
11.	(1,2,0)	(3,0,-3)	(5,2,6)
12.	(2,-1,2)	(1,2,-1)	(3,2,1)
13.	(1,1,2)	(-1,1,3)	(2,-2,4)
14.	(2,3,1)	(4,1,-2)	(6,3,7)
15.	(1,1,-1)	(2,3,1)	(3,2,1)
16.	(1,5,-7)	(-3,6,3)	(-2,7,3)
17.	(-3,4,-7)	(1,5,-4)	(-5,-2,0)
18.	(-1,2,-3)	(4,-1,0)	(2,1,-2)
19.	(4,-1,3)	(-1,2,0)	(0,-5,1)
20.	(1,-1,1)	(-2,0,3)	(2,1,-1)
21.	(1,2,0)	(1,-1,2)	(0,1,-1)
22.	(1,0,2)	(1,2,-1)	(2,-2,1)
23.	(1,2,-3)	(1,0,1)	(-2,-1,6)
24.	(3,10,-1)	(-2,3,-5)	(-6,0,-3)
25.	(-1,2,4)	(-1,-2,-4)	(3,0,-1)
26.	(0,-3,1)	(-4,1,2)	(2,-1,5)
27.	(1,3,0)	(4,-1,2)	(3,0,1)
28.	(-2,-1,-1)	(0,3,2)	(1,3,-4)
29.	(-3,-5,6)	(2,1,-4)	(0,-3,-1)
30.	(2,-4,-3)	(5,-6,0)	(-1,3,-3)

ЗАВДАННЯ 2.

По даним векторам $\vec{a}$ и $\vec{в}$ побудувати вектор $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{в}$.

№	α	β	$\vec{a}$	$\vec{в}$
1.	1	-2	(1,3)	(-2,1)
2.	-1	0.5	(-2,2)	(4,6)
3.	2	-1	(4,0)	(-3,3)
4.	-3	1	(2,3)	(4,8)
5.	0.5	2	(6,2)	(0,5)
6.	-2	4	(1,-1)	(2,1)
7.	3	1	(2,3)	(1,2)
8.	4	-2	(2,0)	(1,4)
9.	-5	0.5	(2,-1)	(4,10)
10.	-4	2	(3,1)	(1,2)
11.	2	1.5	(0,3)	(3,6)
12.	-1.5	-2	(3,6)	(1,4)
13.	3	-2	(2,-5)	(4,1)
14.	-1	5	(1,6)	(3,2)
15.	4	3	(-1,4)	(2,0)
16.	-1	2	(-1,-3)	(2,-1)
17.	1	-0.5	(2,-2)	(-4,-6)
18.	-2	1	(-4,0)	(3,-3)
19.	3	-1	(-2,-3)	(-4,-8)
20.	-0.5	-2	(-6,-2)	(0,-5)
21.	2	-4	(-1,1)	(-2,-1)
22.	-3	-1	(-2,3)	(-1,-2)
23.	-4	2	(-2,0)	(-1,-4)
24.	5	-0.5	(-2,1)	(-4,-10)
25.	4	-2	(-3,-1)	(-1,-2)
26.	-2	-1.5	(0,-3)	(-3,-6)
27.	1.5	2	(-3,-6)	(-1,4)
28.	-3	2	(-2,5)	(-4,-1)
29.	1	-5	(-1,-6)	(-3,-2)
30.	-4	-3	(1,-4)	(-2,0)

ЗАВДАННЯ 3.

Знайти вектор $\vec{a}$, колінеарний вектору $\vec{в}$, якщо відомо, що $\vec{a}\vec{в} = c$.

№	$\vec{в}$	c
1.	(2 ,1 ,-1)	3
2.	(3, 4, 0)	10
3.	(-5, -3, 1)	4
4.	(2, -1, 4)	5
5.	(-3, 0, -2)	7
6.	(2, -1, 3)	6
7.	(-7, -2, -4)	-8
8.	(3, 1, 2)	-1
9.	(-4, 0, 3)	-3
10.	(-5, 4, 3)	4
11.	(-4, 3, 5)	2
12.	(-5, -4, 4)	10
13.	(2, 3, 4)	-4
14.	(7, 2, -1)	16
15.	(6, -2, 1)	8

№	$\vec{в}$	c
16.	(-2, -1, 1)	3
17.	(-3, -4, 0)	10
18.	(5, 3, -1)	4
19.	(-2, 1, -4)	5
20.	(3, 0, 2)	7
21.	(-2, 1, -3)	6
22.	(7, 2, 4)	-8
23.	(-3, -1, -2)	-1
24.	(4, 0, -3)	-3
25.	(5, -4, -3)	4
26.	(4, -3, -5)	2
27.	(5, 4, -4)	10
28.	(-2, -3, -4)	-4
29.	(-7, -2, 1)	16
30.	(-6, 2, -1)	8

ЗАВДАННЯ 4.

Задано вершини трикутника АВС: А(x_1, y_1), В(x_2, y_2), С(x_3, y_3). Знайти:

а) рівняння сторони АВ;
б) рівняння висоти СН;
в) рівняння медіани АМ;
г) рівняння прямої, що проходить через вершину С паралельно стороні АВ;
д) відстань від точки С до прямої АВ.

№	A	B	C
1.	(-2, 4)	(3, 1)	(10, 7)
2.	(-3, -2)	(14, 4)	(6, 8)

№	A	B	C
3.	(1, 7)	(-3, -1)	(11, -3)
4.	(1, 0)	(-1, 4)	(9, 5)

№	A	B	C
5.	(1, -2)	(7, 1)	(3, 7)
6.	(-2, -3)	(1, 6)	(6, 1)
7.	(-4, 2)	(-6, 6)	(6, 2)
8.	(4, -3)	(7, 3)	(1, 10)
9.	(4, -4)	(8, 2)	(3, 8)
10.	(-3, -3)	(5, -7)	(7, 7)
11.	(1, -6)	(3, 4)	(-3, 3)
12.	(-4, 2)	(8, -6)	(2, 6)
13.	(-5, 2)	(0, -4)	(5, 7)
14.	(4, -4)	(6, 2)	(-1, 8)
15.	(-3, 8)	(-6, 2)	(0, -5)
16.	(6, -9)	(10, -1)	(-4, 1)
17.	(4, 1)	(-3, -1)	(7, -3)

№	A	B	C
18.	(-4, 2)	(6, -4)	(4, 10)
19.	(3, -1)	(11, 3)	(-6, 2)
20.	(-7, -2)	(-7, 4)	(5, -5)
21.	(-1,-4)	(9, 6)	(-5, 4)
22.	(10, -2)	(4, -5)	(-3, 1)
23.	(-3, -1)	(-4, -5)	(8, 1)
24.	(-2, -6)	(-3, 5)	(4, 0)
25.	(-7, -2)	(3, -8)	(-4, 6)
26.	(0, 2)	(-7, -4)	(3, 2)
27.	(7, 0)	(1, 4)	(-8, -4)
28.	(1, -3)	(0, 7)	(-2, 4)
29.	(-5, 1)	(8, -2)	(1, 4)
30.	(2, 5)	(-3, 1)	(0, 4)

ЗАВДАННЯ 5.

Задана система лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь. Розв’язати її:

а) за формулами Крамера;
б) за допомогою оберненої матриці;
в) методом Гауса.

1. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 9x_3 = 1750, \\ 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2200, \\ 8x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 2800. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1100, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 180, \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2600. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 630, \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 780, \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 440. \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 390, \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 420, \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 = 350. \end{cases}$$

5. $\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 820, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 = 820, \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 460. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 480, \\ 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 720, \\ 8x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 540. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 350, \\ 3x_1 + 10x_2 + 7x_3 = 490, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 180. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 460, \\ 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 420, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 470. \end{cases}$

9. $\begin{cases} 6x_1 + x_2 + 8x_3 = 530, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 490, \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 = 430. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 340, \\ 6x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 340, \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 240. \end{cases}$

11. $\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + x_3 = 270, \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 280, \\ 7x_1 + 5x_2 + x_3 = 210. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 280, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 250, \\ 3x_1 + 4x_2 + 10x_3 = 1020. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 880, \\ 9x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 1150, \\ 10x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 1070. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 450, \\ 10x_1 + 6x_2 + x_3 = 720, \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 450. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 630, \\ 5x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 1410, \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 440. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 390, \\ 6x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 810, \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 = 350. \end{cases}$

17. $\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 820, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 = 820, \\ 14x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 1280. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 180, \\ 4x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 670, \\ 5x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 350. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 10x_3 = 430, \\ 7x_1 + 5x_2 + 13x_3 = 920, \\ 8x_1 + 2x_2 + 18x_3 = 960. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 280, \\ 3x_1 + 11x_2 + 3x_3 = 530, \\ 4x_1 + 10x_2 + 12x_3 = 1300. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 880, \\ 10x_1 + 15x_2 + 9x_3 = 2030, \\ 11x_1 + 14x_2 + 8x_3 = 1950. \end{cases}$

22. $\begin{cases} 2x_1 + 9x_2 + x_3 = 680, \\ 4x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 810, \\ 8x_1 + 5x_2 + x_3 = 1080. \end{cases}$

23. $\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 800, \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 460, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 = 700. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 670, \\ 10x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 660, \\ 15x_1 + x_2 + x_3 = 730. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 170, \\ 9x_1 + x_2 + 3x_3 = 125, \\ 10x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 155. \end{cases}$

26. $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 180, \\ 8x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 150, \\ 10x_1 + x_2 + x_3 = 80. \end{cases}$

27. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 170, \\ 10x_1 + 8x_2 + 7x_3 = 295, \\ 19x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 280. \end{cases}$

28. $\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 800, \\ 9x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 1260, \\ 15x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 1160. \end{cases}$

29. $\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 115, \\ 7x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 145, \\ 14x_1 + 2x_2 + x_3 = 100. \end{cases}$

30. $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 155, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 85, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 80. \end{cases}$

ЗАВДАННЯ 6.

Знайти границі функцій, не користуючись правилами Лопиталя:

1. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4+x}{x+8}\right)^{-3x}$.

2. a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+7x}{2x^3-4x^2+5}$;

c) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$.

3. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6+x-x^2}{x^3-27}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$;

c) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{1+2x}\right)^{-4x}$.

4. a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}$;

c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$.

5. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-7x+4}{x^2-5x+6}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{4+x}}{3x^2-4x+1}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$.

6. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{12+x-x^2}{x^3-27}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$;

c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{-5x}$.

7. a) $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}$;

c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$.

8. a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4}$;

c) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$.

9. a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+x-1}{-x^2+x+2}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}$;

c) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{6+x}}{2x^2-7x-15}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$.

10. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2+10}{7x^3+2x+1}$;

c) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{17+3x}-\sqrt{12+2x}}{x^2+8x+15}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{1+2x}$.

11. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2+x-6}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x-7}{3x^2-x+11}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+4}\right)^{2+3x}$.

12. a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x+2}$.

13. a) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-5x^2+3x+4}{-2x^2-5x+8}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$.

14. a) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}$;

c) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$.

15. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}$;

c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x+5}-2}{\sqrt{8-x}-3}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$.

16. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4+x}{x+8}\right)^{-3x}$.

17. a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+7x}{2x^3-4x^2+5}$;

c) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$.

18. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6+x-x^2}{x^3-27}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$;

c) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{1+2x}\right)^{-4x}$.

19. a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}$;

c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$.

20. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-7x+4}{x^2-5x+6}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$;

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{4+x}}{3x^2-4x+1}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$.

21. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{12+x-x^2}{x^3-27}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$;

c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{-5x}$.

22. a) $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}$;

c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$.

23. a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4}$;

c) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$.

24. a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{3x^2+x-1}{-x^2+x+2}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}$;

c) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{6+x}}{2x^2-7x-15}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$.

25. a) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-3x^2+10}{7x^3+2x+1}$;

c) $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{\sqrt{17+3x}-\sqrt{12+2x}}{x^2+8x+15}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{1+2x}$.

26. a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x^2+x-6}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^2+5x-7}{3x^2-x+11}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-1}{x+4}\right)^{2+3x}$.

27. a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x+2}$.

28. a) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-5x^2+3x+4}{-2x^2-5x+8}$;

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$.

29. a) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}$;

c) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$.

30. a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}$; b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}$;

c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x+5}-2}{\sqrt{8-x}-3}$; d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$.

ЗАВДАННЯ 7.

Знайти похідні функцій.

1. а) $y=(x^4+5\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{x}+6)^3$; б) $y=\sin^4 x-\ln\sqrt{x}$;

в) $y=x\cdot\arcsin(x^2+3)$; г) $y=\dfrac{2x^3+9}{tg6x}$.

2. а) $y=(7x^5-2\sqrt[5]{x}+\dfrac{8}{x^4}+2)^6$; б) $y=\ln\sqrt{x}+\cos^3 5x$;

в) $y=\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$; г) $y=2x\cdot\ln(x^2-5x)$.

3. а) $y=(6\sqrt[4]{x^5}+2x^4-\dfrac{3}{x^2}+1)^3$; б) $y=e^{\cos x}+\ln^3 x$;

в) $y=e^{4x}\cdot\sin(x^2+2)$; г) $y=\dfrac{1+\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}}$.

4. а) $y=(2x^4+\dfrac{4}{x^2}-7\sqrt[6]{x^5}+1)^5$; б) $y=tg\sqrt{x}+\sin^6 x$;

в) $y=2^x\cdot\operatorname{ctg}\dfrac{x^3}{2}$; г) $y=\dfrac{\sin x+x^2}{5x-3}$.

5. а) $y=(3x^6+\dfrac{8}{x^3}-7\sqrt[3]{x^2}+9)^2$; б) $y=arctgx^4+\cos 8x$;

в) $y=\sqrt{x}\cdot tg5x$; г) $y=\dfrac{\sin 4x}{\cos^2 x}$.

6. а) $y=(15\sqrt{x^7}+\dfrac{3}{x^3}+4x+5)^4$; б) $y=\cos^3 x-ctg\sqrt{x}$;

в) $y=\dfrac{\arcsin 6x}{(6x-4)}$; г) $y=\ln\sqrt{x}\cdot(x^2+5)$.

7. а) $y=(9x^5-\dfrac{6}{x^7}+3\sqrt[4]{x^3}+2)^8$; б) $y=e^{tgx}+\sin x^5$;

в) $y=\dfrac{1+x^4}{\mathrm{tg}\,2x}$; г) $y=(e^{5x}+x)\cdot x^2$.

8. а) $y=(2\sqrt[9]{x^5}+8x^3-\dfrac{9}{x^4}+10)^2$; б) $y=arctg5x+\cos^3 x$;

в) $y=tg7x\cdot\sqrt{x^3+1}$; г) $y=\dfrac{\sin 2x}{3+2\cos x}$.

9. а) $y=(5x^3+\dfrac{4}{x^6}+9\sqrt[6]{x}+15)^3$; б) $y=\lg^2 x+ctgx^5$;

в) $y=\sin^2 3x\cdot\cos 2x$; г) $y=\dfrac{2x+3}{\sqrt{5x^2-4x+1}}$.

10. а) $y=(5x^6+4\sqrt[3]{x^7}+\dfrac{10}{x^6}-8)^4$; б) $y=\sqrt{\sin 6x}+tg^8 2x$;

в) $y=\dfrac{\ln 6x^4}{3-4\cos x}$; г) $y=x^5\cdot\lg(9x+7)$.

11. а) $y=(\sqrt[7]{x^4}+2x^5-\dfrac{8}{x^3}+1)^6$; б) $y=e^{ctgx}+\cos^4 7x$;

в) $y=\sqrt[3]{81+x^3}\cdot\arcsin 2x$; г) $y=\dfrac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$.

12. а) $y=(10x^2-\dfrac{1}{x^9}+7\sqrt[5]{x}+8)^9$; б) $y=\ln^2 x^4+tg9x^2$;

в) $y=(5x-8)\cdot e^{\sin x}$; г) $y=\dfrac{arctg4x}{1-x^2}$.

13. а) $y=(3\sqrt[5]{x^4}-12x^6+\dfrac{4}{x^9}-5)^3$; б) $y=\cos x^4+ctg^2 4x$;

в) $y=\dfrac{\sin(x+1)}{\cos x^4}$; г) $y=2x\cdot\ln(3x^2-4x)$.

14. а) $y=(7x^3-5\sqrt[3]{x^8}-\dfrac{1}{x^4}+3)^5$; б) $y=\sqrt{ctg3x}+2^{\sin 5x}$;

в) $y=3\sin^3 x\cdot(\cos x+1)$; г) $y=\dfrac{1-\cos 8x}{tg2x}$.

15. а) $y=(9\sqrt[6]{x^5}+2x^7+\dfrac{14}{x^3}+7)^4$; б) $y=e^{cos6x}+\sin^2 3x$;

в) $y=\dfrac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}$; г) $y=(1-\cos 2x)\cdot ctgx^6$.

16. а) $y=(4x^2-\dfrac{7}{x^9}+2\sqrt[7]{x^6}+5)^5$; б) $y=\lg^3 4x+tgx^4$;

в) $y=\dfrac{\arcsin 4x}{5-5e^{-3x}}$; г) $y=(x-1)^4\cdot 6^{-2x}$.

17. а) $y=(4x^9+8\sqrt[5]{x^3}-\dfrac{6}{x^2}-5)^7$; б) $y=\sin\sqrt{x}+ctg^5 2x$;

в) $y=\dfrac{e^{tgx}-1}{\cos x-x}$; г) $y=x\cdot\sin\dfrac{1}{6x}$.

18. а) $y=(6\sqrt[6]{x^7}-12x^5+\dfrac{4}{x^8}+9)^5$; б) $y=arctg7x+\sin^3 2x$

в) $y=\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot tgx^2$; г) $y=\dfrac{1-2\sin x^3}{\cos 3x}$.

19. а) $y=(3x^9+4\sqrt[5]{x^8}+\dfrac{9}{x^2}-3)^3$; б) $y=lg\sqrt{x}+tg^5 7x$;

в) $y=(x+\cos 2x)\cdot\ln x^3$; г) $y=\dfrac{tgx-x^4}{2\sin 4x}$.

20. а) $y=(15x^3+\dfrac{3}{x^6}+8\sqrt[5]{x^4}-2)^4$; б) $y=e^{tg2x}+\ln^2 6x$;

в) $y=\dfrac{\ln(\cos x)}{x}$; г) $y=arc\cos 6x\cdot(x^2)$.

21. а) $y=(5\sqrt[4]{x^5}-7x^4+\dfrac{4}{x^8}-3)^2$; б) $y=\sqrt{\cos 5x}+7^{ctg\,8x}$;

в) $y=\dfrac{e^{\sin x}-1}{tg(3x)}$; г) $y=7x^5\cdot\ln(3x+4)$.

22. а) $y=(8x^3-10\sqrt[3]{x^5}-\dfrac{5}{x^6}-9)^7$; б) $y=\ln^4 x^2+ctgx^3$;

в) $y=x^4\cdot\cos\dfrac{5}{x}$; г) $y=\dfrac{e^{7x}+6}{\ln(1-4x^2)}$.

23. а) $y=(4x^9-\dfrac{7}{x^4}+8\sqrt[3]{x^2}+12)^5$; б) $y=arc\cos 6x+\lg^3 x$;

в) $y=\dfrac{e^{x^2}-1}{\cos 3x}$; г) $y=(x^2-\ln 2x)\cdot tg8x$.

24. а) $y=(7\sqrt[4]{x^5}-6x^9+\dfrac{8}{x^4}+4)^6$; б) $y=e^{2x-6}+\sin^2 6x$;

в) $y=\dfrac{x-arctgx^2}{x^3}$; г) $y=(x^2+\cos 4x)\cdot\ln x$.

25. а) $y=(12x^2+9\sqrt[7]{x^4}+\dfrac{3}{x^5}-8)^5$; б) $y=\sqrt[3]{tgx}+5^{\ln 8x}$;

в) $y=x^2\cdot tg\,\dfrac{1}{x}$; г) $y=\dfrac{e^x-e^{\sin x}}{x^3}$.

26. а) $y=(2x^7-\dfrac{9}{x^6}-3\sqrt[7]{x^2}+2)^3$; б) $y=\ln 5x^2+tg\sqrt{4x}$;

в) $y=\dfrac{4x+\arcsin x^2}{x^3}$; г) $y=4x^5\cdot\sin(3x^4-4)$.

27. а) $y=(5\sqrt[4]{x^9}+2x^6-\dfrac{3}{x^5}+1)^7$; б) $y=\lg^5 x+4^{2x-3}$;

в) $y=\dfrac{e^{7x}+6}{\ln(1-4x^2)}$; г) $y=(x+\cos 2x)\cdot x^3$.

28. а) $y=(3x^8-9\sqrt[3]{x^4}-\frac{4}{x^2}-7)^3$; б) $y=arc\sin^2 x+tgx^5$;

в) $y=\frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$; г) $y=(x+6)^4\cdot cos\sqrt{x}$.

29. а) $y=(3x^9+\frac{5}{x^4}+6\sqrt[5]{x^2}-12)^4$; б) $y=e^{\sin 5x}+\cos^3 2x$;

в) $y=(5x+6)^4\cdot e^{-2x}$; г) $y=\frac{2\ln x}{ctgx^3}$.

30. а) $y=(9\sqrt[3]{x^2}-7x^9+\frac{5}{x^6}-10)^6$; б) $y=\sqrt[5]{lgx}+6^{tg4x}$;

в) $y=\frac{\arccos 9x}{1+5e^{-3x}}$; г) $y=ctg3x\cdot arctgx^3$.

ЗАВДАННЯ 8.

Обчислити границю функції за правилом Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{1-\cos x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{x-\sin x}$.

4. $\lim\limits_{x\to\infty}x^3e^{-x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln x}{1+2\ln\sin x}$.

6. $\lim\limits_{x\to\pi/4}\frac{\text{ctg}\,x-1}{\sin 4x}$.

7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x-e^{-x}}$.

8. $\lim\limits_{x\to\pi/2}(x-\pi/2)\,\text{tg}\,x$.

9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{1-\cos 4x}$.

10. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sin x}$.

11. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\frac{\text{tg}\,3x}{\text{tg}\,x}$.

12. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin 3x\cos x}$.

13. $\lim\limits_{x\to\pi/6} \dfrac{1-2\sin x}{\cos 3x}$.

14. $\lim\limits_{x\to\infty} x^2 e^{-2x}$.

15. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln^2 x}{x}$.

16. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\ln(1+x)}$.

17. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$.

18. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x^3-7x+6}$.

19. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}$.

20. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cos x-\sin x}{x^3}$.

21. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{x^4}$.

22. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{\sin 2x}$.

23. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{\ln(\sin x)}$.

24. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x-1}{c^x-1}$;

25. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{ctgx}$.

26. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1+2x)}$.

27. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$.

28. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

29. $\lim\limits_{x\to\infty} x^3 e^{-10x}$.

30. $\lim\limits_{x\to 0} (1-\cos 2x)\,ctg 4x$.

ЗАВДАННЯ 9.

Підприємство за місяць виготовляє x одиниць продукції. Сумарні витрати виробництва описуються функцією $V=V(x)$, а $p=p(x)$ - залежність між ціною і кількістю одиниць продукції x, яку можна продати за цією ціною. Розрахувати, при яких умовах прибуток буде максимальним. Визначити маржинальні і сумарні витрати, а також прибуток при цих умовах.

1. $V(x)=\frac{1}{15}x^2+13x+400$; $p(x)=44-\frac{1}{16}x$;
2. $V(x)=\frac{1}{50}x^2+15x+400$; $p(x)=51-\frac{1}{10}x$;
3. $V(x)=\frac{1}{54}x^2+15x+80$; $p(x)=47-\frac{1}{10}x$;
4. $V(x)=\frac{1}{30}x^2+8x+300$; $p(x)=40-\frac{1}{10}x$;
5. $V(x)=\frac{1}{50}x^2+20x+400$; $p(x)=50-\frac{1}{10}x$;
6. $V(x)=\frac{1}{50}x^2+12x+400$; $p(x)=33-\frac{1}{12}x$;
7. $V(x)=\frac{1}{50}x^2+15x+200$; $p(x)=50-\frac{1}{20}x$;
8. $V(x)=\frac{1}{40}x^2+20x+400$; $P(x)=50-\frac{1}{20}x$;
9. $V(x)=\frac{1}{50}x^2+19x+200$; $p(x)=50-\frac{1}{12}x$;
10. $V(x)=\frac{1}{30}x^2+15x+200$; $p(x)=50-\frac{1}{5}x$;
11. $V(x)=\frac{1}{50}x^2+20x+600$; $p(x)=50-\frac{1}{10}x$;
12. $V(x)=\frac{1}{36}x^2+16x+300$; $P(x)=50-\frac{1}{22}x$;
13. $V(x)=\frac{1}{22}x^2+14x+200$; $p(x)=30-\frac{1}{10}x$;
14. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+5x+400$; $p(x)=25-\frac{1}{8}x$;
15. $V(x)=\frac{1}{20}x^2+8x+200$; $p(x)=24-\frac{1}{12}x$;
16. $V(x)=\frac{1}{22}x^2+6x+300$; $p(x)=23-\frac{1}{12}x$;
17. $V(x)=\frac{1}{16}x^2+12x+150$; $p(x)=43-\frac{1}{15}x$;
18. $V(x)=\frac{1}{14}x^2+18x+400$; $p(x)=32-\frac{1}{10}x$;
19. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+12x+200$; $p(x)=32-\frac{1}{8}x$;
20. $V(x)=\frac{1}{18}x^2+14x+400$; $p(x)=24-\frac{1}{12}x$;
21. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+24x+300$; $p(x)=48-\frac{1}{24}x$;
22. $V(x)=\frac{1}{14}x^2+5x+200$; $p(x)=37-\frac{1}{18}x$;
23. $V(x)=\frac{1}{40}x^2+14x+200$; $p(x)=27-\frac{1}{12}x$;
24. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+8x+200$; $p(x)=30-\frac{1}{10}x$;
25. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+6x+100$; $p(x)=42-\frac{1}{12}x$;

26. $V(x)=\frac{1}{14}x^2+18x+100$; $p(x)=41-\frac{1}{8}x$;

27. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+5x+300$; $p(x)=26-\frac{1}{16}x$;

28. $V(x)=\frac{1}{14}x^2+9x+600$; $p(x)=36-\frac{1}{13}x$;

29. $V(x)=\frac{1}{12}x^2+5x+500$; $p(x)=38-\frac{1}{15}x$;

30. $V(x)=\frac{1}{14}x^2+8x+300$; $p(x)=40-\frac{1}{18}x$.

ЗАВДАННЯ 10.

При відомій функції попиту *Q = Q(p)* і пропозиції *S = S(p)*, де *Q* і *S* - кількість товару, *p* – ціна товару, знайти:
а) рівноважну ціну;
б) еластичність попиту і пропозиції для рівноважної ціни;
в) зміну доходу при підвищені ціни на 5% від рівноважної.

$Q(p)=\dfrac{Np+1}{Np-1}$, $S(p)=\dfrac{Np+2}{Np-1}$, де *N* – номер варіанту.

ЗАВДАННЯ 11.

Дослідити функцію та побудувати графік

1. $y=\dfrac{x}{x^2-1}$.

2. $y=x\ln x$.

3. $y=\dfrac{x^3-1}{4x^2}$.

4. $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.

5. $y=\dfrac{2x+1}{x+3}$.

6. $y=\dfrac{e^x}{x}$.

7. $y=\dfrac{x}{(x+2)^2}$.

8. $y=\dfrac{x^2}{x^2-4}$.

9. $y=\dfrac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$.

10. $y=xe^x$.

11. $y=\dfrac{x^2}{x^2-16}$.

12. $y=\dfrac{x^2}{x^2+9}$.

13. $y=\dfrac{x}{x^2-4}$.

14. $y=\dfrac{\ln x}{x}$.

15. $y=\dfrac{5x}{4-x^2}$.

16. $y=\dfrac{2+x}{(x+1)^2}$.

17. $y=(x+2)e^{1-x}$.

18. $y=x+\dfrac{\ln x}{x}$.

19. $y=\dfrac{x}{9-x}$.

20. $y=e^{\frac{1}{5+x}}$.

21. $y=x^2-2\ln x$.

22. $y=\ln\left(x^2+1\right)$.

23. $y=\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)^2$.

24. $y=\dfrac{e^{2x}+1}{e^x}$.

25. $y=\dfrac{x^2+6}{x^2+1}$.

26. $y=\dfrac{x^5}{x^4-1}$.

27. $y=\dfrac{x^2}{(x+2)^2}$.

28. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x+1}$.

29. $y=\dfrac{x^4}{x^3-1}$.

30. $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$.

Контрольні запитання

1. Що таке матриця, які є види матриць ?
2. Які існують операції над матрицями ?
3. Як обчислюють визначник квадратної матриці другого, третього порядку ?
4. Що таке обернена матриця, як обчислити обернену матрицю ?
5. Що називають системою лінійних рівнянь ?
6. Що називають розв'язком системи лінійних рівнянь ?
7. За якої умови система лінійних рівнянь має єдиний розв'язок ?
8. Що можна сказати про систему лінійних рівнянь , якщо її основний визначник дорівнює нулю ?
9. У чому полягає основна ідея методу Гаусса ?
10. У чому полягає матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь ?
11. Як можна розв'язати систему лінійних рівнянь за формулами Крамера ?
12. Що таке вектор, координати вектора у просторі ?
13. Які лінійні операції можна виконувати над векторами ?
14. Як визначають скалярний добуток векторів та які його властивості ?
15. Як записується рівняння лінії у загальному випадку ?
16. Які є види рівнянь прямої на площині ?
17. За якою формулою обчислюють кут між двома прямими ? Які умови паралельності та перпендикулярності прямих ?
18. Як формулюється означення границі функції у точці ?
19. Як формулюються основні теореми про границі функцій ?
20. Які функції називають нескінченно малими функціями ? Які їх властивості ?
21. Які функції називають еквівалентними нескінченно малими? Як їх застосовують при обчисленні границь ?
22. Як формулюються перша та друга важливі границі ?
23. Яке означення неперервності функції в точці ?
24. Які точки називають точками розриву функції ? Як їх класифікують ?
25. Що таке похідна функції однієї змінної ?
26. За якими правилами обчислюють похідну суми, добутку, частки двох функцій ?

27. За якими правилами обчислюють похідну складної функції ?
28. За якими правилами обчислюють похідну функції, заданої неявно ?
29. У чому полягає геометричний зміст похідної ?
30. Який вигляд має рівняння дотичної до кривої ?
31. У чому полягає економічний зміст похідної ?
32. Що називають диференціалом функції ?
33. Якою формулою користуються для наближених обчислень за допомогою диференціала ?
34. Як визначають похідні другого, третього ,… порядків ?
35. У чому полягає правило Лопиталя розкриття невизначеностей ?
36. Для невизначеностей яких типів використовують правило Лопиталя ?
37. Яке формулювання теореми Ролля?
38. Яке формулювання теореми Лагранжа ?
39. Як записується формула Тейлора ?
40. Як записується формула Маклорена ?
41. Як розвиваються елементарні функції за формулою Маклорена?
42. Яка ознака монотонності функції ?
43. Які необхідні умови локального екстремуму функції ?
44. Які достатні умови локального екстремуму функції ?
45. Який графік функції називають опуклим угору, а який – опуклим униз ?
46. Що таке точки перегину графіка функції ?
47. Які необхідні умови точки перегину графіка функції ?
48. Які достатні умови точки перегину графіка функції ?
49. Як визначають асимптоти графіка функції ?
50. Як можна знайти найбільше та найменше значення функції на відрізку?

ЛІТЕРАТУРА

1. Барковський В. В. Вища математика для економістів: навчальний посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська.- 5-те вид. – Київ : Центр навч. літератури, 2010. – 448 с.
2. Васильченко І. П. Вища математика для економістів: основні розділи: підручник для студ. вищ. навч. закл.: затв. МОНУ / І. П. Васильченко.- 2-ге вид. – Київ : Кондор, 2012. – 608 с.
3. Васильченко І. П. Вища математика для економістів: спеціальні розділи: підручник для студ. вищ. навч. закл.: затв. МОНУ / І. П. Васильченко.- 2-ге вид. – Київ : Кондор, 2012. – 352 с.
4. Грисенко М.В. Математика для економістів. Методи й моделі, приклади й задачі: Навч. посіб.для студ. екон. спец. вищ. навч. закл. /М.В. Грисенко. -– К.: Либідь,2007. – 720 с.
5. Мастиновский, Ю.В. Короткий курс математики для економістів [Текст] : конспект лекцій / Ю.В. Мастиновский, Д.І. Анпілогов, Т.І. Левицька. – Запоріжжя: Акцент Інвест-Трейд, 2014. – 228 с.