

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять та самостійної роботи
з дисципліни

„МІКРО- І НАНОСЕНСОРИ“

для студентів спеціальності
153 „Мікро- та наносистемна техніка“,
освітня програма
„Мікро- та нанoeлектронні прилади та пристрої“
денної й заочної форм навчання

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи з дисципліни „Мікро- і наносенсиори“ для студентів спеціальності 153 „Мікро- та наносистемна техніка“, освітня програма „Мікро- та наноелектронні прилади та пристрої“ денної й заочної форм навчання / Укл.: А. В. Коротун, Н. А. Смирнова, Я. В. Карандась. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2019. – 85 с.

Укладачі: А. В. Коротун, доц., канд. фіз.-матем. наук,
Н. А. Смирнова, ст. викладач,
Я. В. Карандась, аспірант

Рецензент: Василенко О. В. , доц., канд. техн. наук

Відповідальний за випуск: Коротун А.В., доц., канд. фіз.-матем. наук

Затверджено
на засіданні кафедри
мікро- та наноелектроніки

Протокол №8
від “ 20 “ травня 2019 р.

Рекомендовано до видання
НМК ФРЕТ
Протокол №9
від “ 23 “ травня 2019 р.

ЗМІСТ

1 Механічні та акустичні сенсори	4
1.1 Основні формули та визначення	4
1.2 Приклади розв'язування задач	10
1.3 Задачі для самостійного розв'язування	15
2 Електричні сенсори	17
2.1 Основні формули і визначення	17
2.2. Приклади розв'язування задач	32
2.3 Задачі для самостійного розв'язування	44
3 Електромагнітні сенсори	48
3.1 Основні формули і визначення	48
3.2. Приклади розв'язування задач	56
3.3 Задачі для самостійного розв'язування	63
4 Спектрофотометричні сенсори	65
4.1 Основні формули і визначення	66
4.2. Приклади розв'язування задач	78
4.3 Задачі для самостійного розв'язування	83
Рекомендована література	85

1 МЕХАНІЧНІ ТА АКУСТИЧНІ СЕНСОРИ

1.1 Основні формули та визначення

Принципи роботи глобальної системи орієнтування. Основою цієї системи, її «космічною складовою», є сукупність 28 штучних супутників Землі, які обертаються навколо нашої планети на висоті близько 20 тис. км в семи різних площинах по 4 супутника на кожній (рис. 1.1). Період їх обертання складає приблизно 12 годин. Ці навігаційні супутники декілька разів на секунду передають радіосигнали з інформацією про свої точні координати і поточний момент часу. Параметри орбіт розраховані так, що у будь-який момент часу з будь-якої точки на поверхні Землі видно від 5 до 12 супутників. Для роботи системи досить було б бачити 4 супутника і мати в цілому 24 супутника.

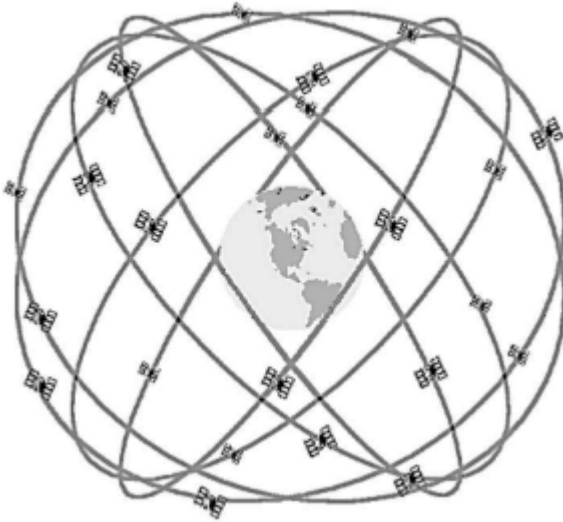


Рисунок 1.1 – Схема розташування орбіт штучних супутників Землі, які входять в систему GPS. Кожний розрахований на 10 років роботи

Додаткові видимі супутники значно підвищують надійність роботи системи і точність визначення координат. Сукупність навігацій-

них супутників GPS образно називають «Сузір'ям, штучно створеним людиною».

На кожному навігаційному супутнику встановлені високоточні еталонні годинники (для надійності навіть по два годинники різних типів). За синхронізацією і точністю ходу всіх годинників на супутниках GPS і за стабільністю їх орбіт невинно стежить мережа контрольно-вимірювальних станцій, розташованих по всій земній кулі. На кожному супутнику розміщені також комп'ютер, який розраховує його точні координати у момент посилки радіосигналу, і радіопередавач, що працює у діапазоні частот вище 1 ГГц. У нових моделях навігаційних супутників є також і двигун для точного коригування орбіти. Через досить короткі проміжки часу супутник передає в ефір у передбаченому форматі свій номер, показання свого годинника і свої поточні координати. В якості системи відліку GPS взяті загальноприйняті географічна довгота і широта, висота над рівнем моря і так званий «час GPS» – час за еталонним годинником.

Завдяки наявності такої системи супутників задача точного визначення географічних координат об'єктів на земній кулі значно спростилася. Для цього достатньо мати при собі відповідний інтелектуальний сенсор – так званий GPS-приймач (або GPS-ресивер). До його складу входять багатоканальний приймач радіохвилі від супутників GPS, мікропроцесор і точний власний годинник, який відраховує час GPS. Звичайно, щоб задовольнити вимоги мобільності, портативності і прийнятної вартості, годинники ці простіші і не такі точні, як використовуються на супутниках. Тому їх невелика часова поправка розглядається також як одна з невідомих величин. Отримавши сигнали від 4-х супутників GPS, мікропроцесор визначає часи запізнювання кожного з сигналів, обчислює відповідну відстань до кожного супутника і вирішує систему з 4-х алгебраїчних рівнянь з чотирма невідомими: три просторові координати GPS-приймача і часова поправка його годин. Обчислені координати видаються користувачеві. Якщо приймаються сигнали більш ніж від 4-х супутників, то і число рівнянь виявляється більше 4-х, що дозволяє значно зменшити похибку обчислень, використовуючи алгоритми мінімізації середньоквадратичного відхилення. GPS-приймачі масового користування забезпечують похибку визначення своїх географічних координат в межах $\pm 10 - 20$ м, а

високоточні GPS-приймачі для геодезичних вимірювань – не більше декількох сантиметрів!

Фізичні основи роботи акустичних сенсорів. В акустичних сенсорах первинні інформаційні сигнали є акустичними. Це, наприклад, звуки живої мови, музика, спів птахів, сигнали ехолокації дельфінів або акустичні сигнали в ультразвуковій діагностиці, поверхневі акустичні хвилі тощо.

Нагадаємо, що *акустичні хвилі* – це коливання тиску, що поширюються у повітрі (газах), рідини або у твердому середовищі. Відомо, що акустичні хвилі поширюються значно повільніше, ніж радіохвилі: у повітрі, наприклад, зі швидкістю близько 340 м/с, у воді – близько 1,5 км/с, у твердих тілах – 3–6 км/с. І це має свої позитивні риси.

За частотою коливань акустичні хвилі поділяють на:

- інфразвуки (частота менше 16 Гц);
- звуки (діапазон частот від 16 Гц до 20 кГц), які сприймає людське вухо;
- ультразвуки (від 20 кГц до 1 ГГц);
- гіперзвуки (понад 1 ГГц, аж до 10^{13} Гц).

Інфразвуки у воді (напр., у морях і океанах) можуть поширюватися на сотні кілометрів. Сприймаючи їх, мешканці моря заздалегідь «чують» наближення шторму. Гіперзвуки та ультразвуки сильно розсіюються, поглинаються і тому загасають набагато швидше.

Ультразвукові хвилі за частотою зазвичай поділяють на три діапазони:

- низькочастотний (16–100 кГц, довжина хвилі у повітрі 3–20 мм, у воді 15–90 мм);
- середніх частот (0,1–10 МГц, довжина хвилі у повітрі 0,034–3,4 мм, у воді 0,15–15 мм);
- високочастотний ($10–10^3$ МГц, довжина хвилі у повітрі 0,34–34 мкм, у воді 1,5–150 мкм).

Акустичні хвилі природного походження, як правило, є складними, несуть із собою коливання різних частот. Їх частотний склад зазвичай характеризують *частотно-амплітудним спектром* – залежністю інтенсивності або амплітуди коливань від частоти. Музичні зву-

ки мають переважно дискретний спектр, інші – неперервний спектр. Звукові шуми мають дуже широкий неперервний спектр частот.

Інтенсивність акустичних, як і усіх інших видів хвиль характеризують середньою енергією, яка переноситься ними за одиницю часу через одиницю площі, перпендикулярної до напрямку поширення, і вимірюють у $\text{Вт}/\text{м}^2$. Специфічною характеристикою інтенсивності акустичних хвиль є амплітуда коливань тиску (Па). В області звуків, які чує людина, використовують і логарифмічну міру гучності звуку – так званий *рівень звукового тиску*. Його виражають у децибелах (дБ) і обчислюють за формулою

$$N = 20 \lg \frac{p}{p_0}, \quad (1.1)$$

де p – амплітуда коливань тиску у паскалях, $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па – так званий «поріг чутності», тобто мінімальна амплітуда звукових коливань, які здатне почути людське вухо.

При вільному поширенні в однорідному середовищі без поглинання і розсіювання інтенсивність акустичних хвиль зменшується пропорційно квадрату відстані від джерела. У реальних середовищах мають місце поглинання, а також розсіювання акустичних хвиль на неоднорідностях, через що інтенсивність їх із відстанню зменшується швидше.

В акустичних сенсорах часто використовують ефект Доплера – зміну частоти коливань, які сприймає спостерігач, при русі джерела хвиля або спостерігача один відносно одного або відносно того середовища, в якому поширюються хвилі.

Якщо спостерігач нерухомий відносно середовища поширення, а джерело акустичних хвиль наближується до спостерігача зі швидкістю v , то частота коливань, які сприймає спостерігач, визначається формулою

$$f = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{v_{\text{ак}}}}, \quad (1.2)$$

де f_0 – частота коливань у джерелі акустичних хвиль, $v_{\text{ак}}$ – швидкість поширення акустичних хвиль у середовищі. Частота акустичних

хвиль, що сприймається нами, від джерела, яке до нас наближується, вище, а від джерела, яке від нас віддаляється – нижче.

За величиною частотного зсуву можна визначити швидкість руху джерела акустичних хвиль щодо спостерігача. Якщо, навпаки, джерело акустичних хвиль рухається відносно середовища поширення, а спостерігач наближується до джерела зі швидкістю v , то частота коливань, які сприймаються спостерігачем, визначається за формулою

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{v_{\text{ак}}} \right), \quad (1.3)$$

Сприймана нами частота вище, коли ми наближуємося до джерела; і нижче, коли ми віддаляємося від нього. Якщо джерело акустичних хвиль рухається щодо середовища зі швидкістю $v_{\text{дж}}$, а приймач – зі швидкістю $v_{\text{пр}}$ на зустріч джерела, то частота коливань, яку він сприймає, визначається формулою

$$f = f_0 \frac{1 + \frac{v_{\text{пр}}}{v_{\text{ак}}}}{1 - \frac{v_{\text{дж}}}{v_{\text{ак}}}}, \quad (1.4)$$

У ехолокації важливу роль відіграє і так званий *подвійний ефект Доплера* – зміна частоти коливань звуку при відбиванні акустичних хвиль від рухомих об'єктів. Рухомий об'єкт спочатку виступає у ролі приймача, а потім (при перевипромінюванні) – у ролі джерела вторинних акустичних хвиль. У цьому випадку зміна частоти обчислюється за формулою

$$f = f_0 \frac{1 + \frac{v \cos \alpha_{\text{пад}}}{v_{\text{ак}}}}{1 - \frac{v \cos \alpha_{\text{відб}}}{v_{\text{ак}}}}, \quad (1.5)$$

де $\alpha_{\text{пад}}$ і $\alpha_{\text{відб}}$ – кути між хвильовим вектором падаючої або відбитої хвилі і перпендикулярної складової швидкості руху поверхні об'єкта відповідно. Якщо об'єкт наближується до приймача, то частота вище,

а якщо віддаляється – нижче. За зміною частоти можна визначити швидкість руху об'єкта.

Приймачі акустичних сигналів. Оскільки акустичні хвилі – це коливання тиску, то для сприйняття їх застосовують елементи, чутливі до швидких коливань зовнішнього тиску. Як правило, це легкі мембрани або діафрагми, що перетворюють коливання тиску повітря, рідини або твердого тіла у механічні коливання, які, у свою чергу, перетворюються далі в електричні сигнали або у сигнали іншої природи.

Датчики, чутливі до звукових хвиль, що поширюються у повітрі або у газах, зазвичай називають *мікрофонами*; датчики, чутливі до акустичних хвиль, які поширюються у воді або у рідинах, – *гідрофонами*; а датчики акустичних хвиль у твердих тілах, – *стетоскопами*.

Основними параметрами акустичних датчиків є: частотний і динамічний діапазони, чутливість, діаграма спрямованості та амплітудно-частотна характеристика (АЧХ).

Перші мікрофони були резистивним. Для перетворення механічних коливань в електричний сигнал у них використовували вугільний (графітовий) порошок, електричний опір якого зменшувався зі збільшенням тиску. Потім набір принципів роботи акустичних датчиків значно розширився. Нині використовуються: електростатичні (конденсаторні, ємнісні), волоконно-оптичні, п'єзоелектричні, п'єзорезистивні, електретні та інші типи таких датчиків.

В електростатичних мікрофонах мембрана, що вібрує під впливом акустичних сигналів, служить одночасно і однією з обкладинок конденсатора. Якщо електричний заряд q на конденсаторі залишається незмінним, а вібрації мембрани, тобто переміщення однієї з його пластин відносно іншої, призводять до зміни ємності, то наслідком є зміна напруги на конденсаторі за законом

$$U = \frac{qd}{\epsilon_0 S}, \quad (1.6)$$

де d – змінна відстань між пластинами конденсатора, S – їх площа; ϵ_0 – відома електрична постійна. Змінна напруга у даному випадку і є вихідним сигналом, який далі посилюється.

1.2 Приклади розв'язування задач

Приклад 1.2.1. Відомо, що радіохвилі поширюються зі швидкістю $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Зробити розрахунки, пов'язані з глобальною системою позиціонування. Яка буде похибка у визначенні відстані до навігаційного супутника, якщо похибка відліку часу запізнювання прийнятого від нього радіосигналу становить $\pm 0,5$ нс?

Розв'язок

Оскільки радіосигнали поширюються зі швидкістю $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, то похибка у визначенні відстані до навігаційного супутника складатиме

$$(3 \cdot 10^8 \text{ м/с}) \cdot (\pm 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ с}) = \pm 0,15 \text{ м} = \pm 15 \text{ см}.$$

Відповідь: ± 15 см.

Приклад 1.2.2. Яка повинна бути точність відліку часу запізнювання радіосигналу, якщо відстань до навігаційного супутника треба визначати з точністю до ± 1 см?

Розв'язок

Якщо відстань до навігаційного супутника треба визначати з точністю ± 1 см, то точність відліку часу повинна бути

$$(\pm 0,01 \text{ м}) : (3 \cdot 10^8 \text{ м/с}) = 3,33 \cdot 10^{-11} \text{ с} \approx 33 \text{ пс}.$$

Відповідь: 33 пс.

Приклад 1.2.3. З огляду на те, що навігаційні супутники системи GPS літають на висоті близько 20 тис. км, розрахувати час запізнювання радіосигналу, прийнятого від супутника, що знаходиться в зеніті.

Розв'язок

Час запізнювання радіосигналу, прийнятого від супутника, що знаходиться в зеніті, знаходимо наступним чином

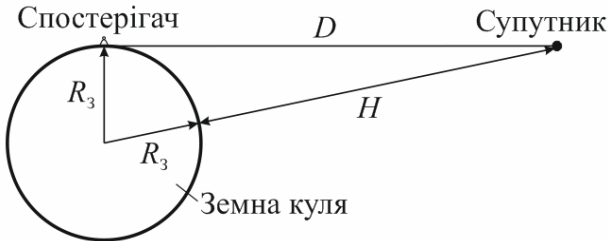
$$(2 \cdot 10^7 \text{ м}) : (3 \cdot 10^8 \text{ м / с}) = 0,0667 \text{ с} \approx 67 \text{ мс}.$$

Відповідь: 67 мс .

Приклад 1.2.4. З огляду на те, що навігаційні супутники GPS літають на висоті близько 20 тис. км, розрахуйте час запізнювання радіосигналу, прийнятого від супутника, що знаходиться поблизу від лінії горизонту.

Розв'язок

Визначимо спочатку відстань до навігаційного супутника, який видно з Землі у лінії горизонту. Геометрична схема задачі наведена на рисунку.



Тут $R_3 = 6400$ км – радіус Землі, $H = 20\,000$ км – висота орбіти супутника над поверхнею Землі, D – відстань від супутника, відомого у лінії горизонту, до приймача GPS. Видно, що відстань D можна обчислити за теоремою Піфагора:

$$D = \sqrt{(H + R_3)^2 - R_3^2} = \sqrt{H(H + 2R_3)} \approx 25600 \text{ км} = 2,56 \cdot 10^7 \text{ м}.$$

Час запізнювання радіосигналу, прийнятого від супутника, що знаходиться поблизу від лінії горизонту, знаходимо наступним чином:

$$(2,56 \cdot 10^7 \text{ м}) : (3 \cdot 10^8 \text{ м / с}) = 0,0583 \text{ с} \approx 85 \text{ мс}.$$

Відповідь: 85 мс .

Приклад 1.2.5. Складіть систему рівнянь, що пов'язує просторові координати тіла (x, y, z) і чотири видимих з точки його

положення навігаційні супутники $(x_i, y_i, z_i; i=1...4)$ з вимірними часами запізнювання радіосигналів від них $t_i (i=1...4)$ і з поправкою τ ходу годинника в GPS-приймачі. Які величини є в цій системі рівнянь відомими, а які такими, що потрібно знайти?

Розв'язок

Квадрат відстані від навігаційного супутника з координатами (x_i, y_i, z_i) до тіла з просторовими координатами (x, y, z) дорівнює $[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2]$. Радіосигнал проходить цю відстань за час $(t_i + \tau)$, рухаючись зі швидкістю c . Тому отримуємо наступну систему рівнянь, що зв'язує просторові координати тіла і чотири видимих з точки його розташування навігаційні супутники з часом запізнювання радіосигналів від них $t_i (i=1...4)$ і з поправкою τ ходу годинника в GPS-приймачі:

$$\begin{cases} (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = c^2(t_1 + \tau)^2; \\ (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 = c^2(t_2 + \tau)^2; \\ (x-x_3)^2 + (y-y_3)^2 + (z-z_3)^2 = c^2(t_3 + \tau)^2; \\ (x-x_4)^2 + (y-y_4)^2 + (z-z_4)^2 = c^2(t_4 + \tau)^2. \end{cases}$$

У цій системі рівнянь відомими є координати супутників (x_i, y_i, z_i) , часи запізнювання $t_i (i=1...4)$ і швидкість c , а такими, що потрібно знайти – координати тіла (x, y, z) і поправка τ ходу годинника в GPS-приймачі.

Приклад 1.2.6. Скільки рівнянь має система з прикладу 4.3.5. у випадку, коли GPS-приймач отримує сигнали більш ніж від 4-х навігаційних супутників? Записати цю систему рівнянь. Чи є проблемою те, що число рівнянь більше, ніж число невідомих? Як це можна використати для уточнення координат об'єкта, на якому встановлений GPS-навігатор?

Розв'язок

Коли GPS-приймач отримує сигнали більш ніж від 4-х навігаційних супутників, то система має стільки рівнянь n , від скількох супутників отримані навігаційні радіосигнали. Система з n рівнянь має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = c^2 (t_1 + \tau)^2; \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = c^2 (t_2 + \tau)^2; \\ \dots; \\ \dots; \\ (x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2 = c^2 (t_n + \tau)^2. \end{array} \right.$$

Число невідомих як і раніше 4: координати тіла (x, y, z) і поправка τ ходу годинника в GPS-приймачі. Через наявність випадкових похибок така система рівнянь зазвичай є, строго кажучи, несумісною. Однак це можна використовувати для пошуку "оптимального" рішення. Можна скористатися, наприклад, методом "найменших квадратів", тобто шукати такі значення невідомих (x, y, z, τ) , при яких сума нев'язок $(\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n)$ виходить найменшою. "Нев'язками" називають модулі різниці лівої і правої частин рівнянь

$$\Delta_2 = \left| (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 - c^2 (t_2 + \tau)^2 \right|.$$

Вплив на результат випадкових похибок при цьому значно зменшується, і визначення координат виходить більш точним.

Приклад 1.2.7. Порівняйте інтенсивності акустичних інфразвукових хвиль частотою 2 Гц і звукових хвиль частотою 4 кГц, які мають однакову амплітуду коливань тиску, але різну частоту.

Розв'язок

Інтенсивності акустичних хвиль, які мають однакову амплітуду коливань тиску, але різну частоту, відносяться як квадрати їх частот. Тому інтенсивність звукових хвиль частотою 4 кГц більша інтенсивності інфразвукових хвиль частотою 2 Гц в

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 = \left(\frac{4000}{2} \right)^2 = 4 \text{ млн. разів.}$$

Відповідь: $I_2 / I_1 = 4$ млн. разів.

Приклад 1.2.8. Приймаючи до уваги, що швидкість поширення УЗ хвиль у воді складає 1500 м/с, знайдіть:

- а) час запізнення УЗ сигналу, відбитого від об'єкта, віддаленого від гідролокатора на 30 м ;
- б) максимальну тривалість УЗ імпульсу, якщо необхідно спостерігати підводну обстановку, починаючи з відстаней у 30 м ;
- в) найменший період генерування зондуючих УЗ імпульсів, якщо необхідно спостерігати підводну обстановку на відстанях до 4,5 км ;
- г) відстань до підводного об'єкта, якщо відбитий від нього УЗ сигнал запізнюється на 128 мс ;
- д) число повних коливань тиску в УЗ зондуючому імпульсі тривалістю 24 мс, якщо частота УЗ коливань дорівнює 80 кГц .

Розв'язок

а) час запізнення УЗ сигналу дорівнює

$$\left(\frac{30}{1500} \right) \cdot 2 = 0,04 \text{ с} = 40 \text{ мс} ;$$

б) якщо необхідно спостерігати підводну обстановку, починаючи з відстаней у 30 м, тоді максимальна тривалість зондуючого УЗ імпульсу можна знайти за формулою

$$\tau = \frac{2l}{v},$$

де l – мінімальна дальність, яку «проглядає» або «прослуховує» гідролокатор, v – швидкість поширення УЗ хвиль у воді. Тривалість зондуючого УЗ імпульсу не повинна перевищувати цей час, оскільки сигнали, відображені від найбільш близьких цілей, не будуть прийняті. Отже,

$$\tau = \frac{2 \cdot 30}{1500} = 0,04 \text{ с} = 40 \text{ мс};$$

в) якщо необхідно спостерігати підводну обстановку на відстанях до 4,5 км, то період генерування зондуючих УЗ імпульсів повинен бути не менше

$$T = \frac{2L}{v},$$

де L – максимальна дальність, яку «проглядає» або «прослуховує» гідролокатор. Період посилення зондуючих УЗ імпульсів не повинен бути менше цього часу, оскільки сигнали, відображені від найбільш далеких цілей, не будуть прийняті. Отже, діапазон відстаней до об'єктів, виявлених гідролокатором від l до L . Тоді

$$T = \frac{2 \cdot 4500}{1500} = 6 \text{ с};$$

г) якщо відбитий від об'єкта УЗ сигнал запізнюється на 128 мс, то відстань до нього складає $\frac{0,128 \cdot 1500}{2} = 96 \text{ м};$

д) спочатку знайдемо період УЗ коливань з частотою 80 кГц:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{80\,000} = 0,000125 \text{ с} = 0,125 \text{ мс}.$$

Число повних коливань тиску в УЗ зондуючому імпульсі тривалістю 24 мс складає $\frac{24}{0,125} = 192$.

Відповідь: а) 40 мс; б) $\tau = 40 \text{ мс}$; в) $T = 6 \text{ с}$; г) 96 м; д) 192.

1.3 Задачі для самостійного розв'язування

1.3.1. Назвіть основні сфери застосування СР8-навігаторів. Заповнити таблицю, поставивши в кожному стовпці «+» в тих рядках, які відповідають функціям даного СР8-навігатора.

Функція	Ки- шень- кові	Автомо- більні	Про- фесійні	Сліпої поса- дки	Геоде- зичні
Точність визначення координат					
±10м					
±1м					
±1дм					
Карта місцевості					
Орієнтири					
Хронометрування і запам'ятовування ма- ршруту					
Оптимізація маршру- ту					
Автозаправки та інш.					
Визначення швидко- сті					
Зв'язок з диспетчером					

- 1.3.2. Порівняйте інтенсивність звукових хвиль частотою 20 Гц з інтенсивністю звукових хвиль частотою 10 кГц з однаковою амплітудою коливань тиску, але різною частотою.
- 1.3.3. Порівняйте інтенсивність УЗ хвиль частотою 100 кГц з інтенсивністю звукових хвиль частотою 2 кГц з однаковою амплітудою коливань тиску, але різною частотою.
- 1.3.4. Порівняйте інтенсивність УЗ хвиль частотою 1 МГц з інтенсивністю звукових хвиль частотою 1 кГц з однаковою амплітудою коливань тиску, але різною частотою.
- 1.3.5. Порівняйте інтенсивність УЗ хвиль низькочастотного діапазону частотою 40 кГц з інтенсивністю УЗ хвиль високочастотного діапазону частотою 400 МГц з однаковою амплітудою коливань тиску, але різною частотою.
- 1.3.6. Приймаючи до уваги, що швидкість поширення УЗ хвиль у воді складає 1500 м/с, знайдіть:

- а) час запізнювання УЗ сигналу, відбитого від об'єкта, віддаленого від гідролокатора на 1800 м ;
 б) відстань до підводного об'єкта, якщо відбитий від нього УЗ сигнал запізнюється на 2,4 с .

2 ЕЛЕКТРИЧНІ СЕНСОРИ

2.1 Основні формули і визначення

Фізичні основи роботи електричних сенсорів. Класифікація електричних сенсорів. До електричних відносять сенсори, первинні сигнали в яких з'являються у вигляді зміни електричних властивостей фізичних тіл, речовин або зв'язаних з ними електричних ланцюгів. У широкому сенсі всі або майже всі *інтелектуальні сенсори* можна віднести до класу електричних, оскільки будь-які сигнали в *інтелектуальних сенсорах* перетворюються на електричні сигнали, з якими працює мікрокомп'ютер.

За фізичним принципом дії чутливого елемента електричні сенсори зазвичай поділяють (рис. 2.1) на сенсори з пасивними і з активними чутливими елементами.



Рисунок 2.1 – Класифікація електричних сенсорів за фізичним принципом дії

До *активних чутливих елементів* відносять транзистори, діоди, нелінійні електронні елементи, що мають ділянки вольт-амперної характеристики з негативним нахилом, газорозрядні та інші елементи, всередині яких викликані зовнішнім впливом невеликі зміни відразу ж значно підсилюються за рахунок зовнішнього джерела енергії.

Зазвичай вважають, що всі активні чутливі елементи є «струмовими», тобто під впливом контрольованого зовнішнього фактора змінюється протікаючий крізь них електричний струм.

Пасивні чутливі елементи класифікують за видом електричної характеристики, що змінюється під впливом контрольованого фактора, на резистивні, ємнісні тощо. Далі їх можна класифікувати на підвиди залежно від того, під дією якого саме зовнішнього фактора змінюються їх електричні характеристики (п'єзорезистори, терморезистори, фоторезистори тощо).

Резистивні сенсори. Одними з найпростіших електричних сенсорів є резистивні сенсори, в яких під дією зовнішнього фактора змінюється опір тієї чи іншої ділянки електричного кола. Їх ми класифікуватимемо, виходячи з того зовнішнього фактора, під дією якого змінюється електричний опір резистора.

Відомим прикладом резисторів, що реагують на механічний вплив, є сенсори-«вахтери» для спостереження за цілісністю шибок. По поверхні скла простягають «мереживо» з тонких, майже непомітних дротів. Сенсор вимірює і контролює загальний опір цього «мережива» дротів. Якщо скло розбивається, то деякі дроти розриваються, внаслідок чого загальний електричний опір змінюється. Реєструючи таку зміну, сенсор подає сигнал тривоги.

Терморезистори. Інший відомий приклад – терморезистори, у яких електричний опір провідника або напівпровідника залежить від температури. Точність вимірювання температури з використанням терморезисторів залежить від низки факторів. З точки зору теплофізики терморезистор характеризується власною теплоємністю C_T і власним тепловиділенням

$$q = I^2 R, \quad (2.1)$$

де I – величина електричного струму, який протікає крізь терморезистор, R – його електричний опір. Величину q називають

ще *потужністю саморозігріву* терморезистора. Зазвичай теплоємність C_T терморезистора тим менше, чим менше його маса.

Насправді терморезистор далеко не завжди знаходиться за температури, що відповідає температурі об'єкта, оскільки він обмінюється теплом не лише з об'єктом, температуру якого він повинен вимірювати, але також із навколишнім середовищем і зі схемою вимірювання. Користуючись відомою електротепловою аналогією, еквівалентну теплоелектричну схему вимірювання можна представити у вигляді, показаному на рис. 2.2.

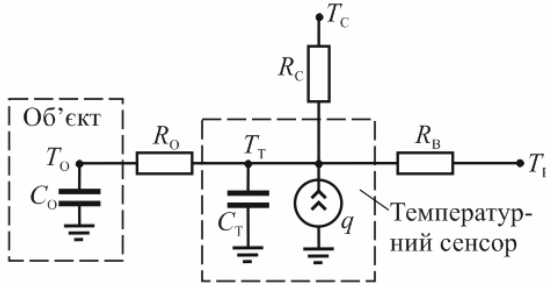


Рисунок 2.2 – Еквівалентна теплоелектрична схема вимірювання температури

Розрахунок цієї схеми у стаціонарному режимі, тобто в стані вже досягнутої теплової рівноваги дає для температури, вимірюваної температурним сенсором, вираз

$$T_T = R_E \left(\frac{T_O}{R_O} + \frac{T_C}{R_C} + \frac{T_B}{R_B} \right) + q, \quad \frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_O} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_B}, \quad (2.2)$$

де R_O , R_C , R_B – теплові опори між температурним сенсором і об'єктом, температурним сенсором і навколишнім середовищем, температурним сенсором і вимірювальною схемою відповідно; T_O , T_C , T_B – абсолютні температури об'єкта, навколишнього середовища і вимірювальної схеми відповідно.

Звідси видно, що сенсор вірно вимірюватиме температуру об'єкта лише за умови, що $R_O \ll R_C$, $R_O \ll R_B$ і $q \ll T_T / R_O$, тобто якщо терморезистор перебуває у тісному тепловому контакті з об'єктом, а від навколишнього середовища і від вимірювальної схеми добре теплоізований, і якщо вимірювальний струм досить малий. Зі схеми,

показаної на рис. 3.2. впливає також, що, коли температура об'єкта швидко змінюється, то реакція терморезистора на ці зміни залежатиме від його теплової інерції. Вона характеризується часовою постійною

$$\tau = R_0 C_T. \quad (2.3)$$

Для того щоб вимірювання температури було малоінерційним, теплоємність терморезистора C_T повинна бути по можливості меншою, а його тепловий контакт з об'єктом – найкращим.

Підкреслимо, що викладені міркування відносяться не лише до терморезисторів, але і до всіх інших температурних сенсорів.

Відомо, що електричний опір металів зростає з підвищенням температури за законом:

$$R = R_0 (1 + \alpha_R \Delta T), \quad \frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R - R_0}{R_0} = \alpha_R \Delta T, \quad \Delta T = T - T_0, \quad (2.4)$$

де R – опір провідника за абсолютної температури T , R_0 – опір того ж провідника за абсолютної температури T_0 , α_R – температурний коефіцієнт опору.

Всі метали мають додатний температурний коефіцієнт опору. З метою зменшення теплоємності терморезистори з металів зазвичай виготовляють у вигляді дуже тонких дротів або плівок. Найчастіше використовують платину вольфрам, нікель, які мають високу температуру плавлення, відрізняються своєю хімічною, термічною і механічною стійкістю і довготривалою стабільністю. Однак температурні коефіцієнти опору у них відносно невеликі.

Більш значні за величиною і різні за знаком температурні коефіцієнти електричного опору мають напівпровідники. Напівпровідникові терморезистори прийнято називати *термісторами*. Вводячи у кремній незначні домішки, можна отримати у певних температурних діапазонах як додатний, так і майже нульовий, а також від'ємний температурний коефіцієнт опору. Особливо широко у ролі термісторів застосовують оксиди металів. Їх виготовляють у вигляді тонких і товстих плівок, маленьких керамічних пластинок, стрижнів, циліндрів, невеликих намистин тощо.

Ємнісні та імпедансні сенсори. Не менш широко для створення сенсорів використовують зміни електроємності чутливих елементів

під впливом факторів, які потрібно контролювати. На рис. 2.3, як приклад, у поздовжньому перерізі показаний циліндричний конденсатор, в якому внутрішній циліндричний електрод 1 може рухатися вздовж осі циліндра відносно зовнішнього циліндричного електрода 2.

Електрична ємність циліндричного конденсатора, як відомо, описується формулою

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}, \quad (2.5)$$

де ϵ_0 – електрична постійна; r і R – радіуси внутрішньої і зовнішньої обкладинок конденсатора; l – довжина зони взаємодії циліндрів. Тому у досить широкому діапазоні ємність пропорційна довжині l , тобто є лінійною функцією переміщення серцевини. Такі конденсатори успішно використовують для точного перетворення в електричний сигнал взаємного положення і переміщення тіл.

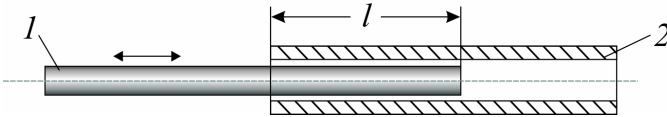


Рисунок 2.3 – Циліндричний конденсатор із рухомою серцевиною як сенсор лінійного переміщення

Електрична ємність плоского конденсатора описується, як відомо, формулою

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (2.6)$$

де S – площа його пластин; d – відстань між ними; ϵ – діелектрична проникність матеріалу між пластинами. Зміна будь-якої з цих величин приводить до зміни ємності і таким чином може бути зафіксована. Наприклад, у класичних конденсаторах змінної ємності одна група металевих пластин при повороті навколо осі зсувається відносно іншої. При цьому змінюється площа їх взаємодії S і відповідно електрична ємність. Такий конденсатор можна використовувати, наприклад, як чутливий елемент у сенсорі кута повороту.

Відстань d між пластинами конденсатора зазвичай невелика (міліметри або частки мм). Тому навіть зовсім невеликі зміни цієї відстані призводять до помітної зміни електричної ємності. На цьому принципі працюють ємнісні сенсори міліметрових, мікронних і навіть субмікронних переміщень, які можна застосувати для виявлення і вимірювання вібрацій, диференціального або абсолютного тиску тощо.

Сенсори на основі термо-ЕРС. Широко відомим є застосування для вимірювання температури *термопар* – електрично з'єднаних між собою провідників із двох різних матеріалів. Якщо місця їх електричного контакту (спаї) знаходяться за різних температур, то між ними виникає різниця потенціалів, яку називають *термо-ЕРС*. Відповідне фізичне явище на ім'я першовідкривача називають *ефектом Зесбека*. Його фізичною причиною є те, що в області «гарячого» контакту носії електричного заряду (електрони або дірки) мають більш високі швидкості теплового руху. Тому дифузний потік носіїв від «гарячого» спаю до «холодного» більший, ніж дифузний потік від «холодного» спаю до «гарячого». У напівпровідниках до цієї причини додається ще й те, що концентрація носіїв заряду у «гарячому» спаї теж помітно вища. В результаті носії заряду скупчуються поблизу «холодного» спаю, і виникає різниця потенціалів.

На не дуже великих температурних інтервалах термо-ЕРС у *термопарах* з металів пропорційна різниці температур:

$$\varepsilon = \alpha(T_1 - T_2). \quad (2.7)$$

У цьому виразі α називають *коефіцієнтом термо-ЕРС* або *коефіцієнтом Зесбека*; T_1 і T_2 – це температури «гарячого» і «холодного» спаїв відповідно. У термопар із металевих провідників значення коефіцієнта термо-ЕРС лежать у межах $\alpha = 5 - 60$ мкВ/К, а у напівпровідників можуть бути і на порядок вище.

За величиною термо-ЕРС завжди можна однозначно визначити різницю температур. Найбільш широкий діапазон виміру температури (від -270 °С до 1300 °С) забезпечує *термопара* хромель / алюмель. До найбільш вживаною *термопар* належать мідь / константан, ніхром / константан, залізо / константан тощо. Роль одного з провідників з успіхом може виконувати, наприклад, і легований кремній, який

має коефіцієнт термо-ЕРС навіть вищий, ніж у металів.

Для зменшення власної теплоємності, термопари роблять дротяними або плівковими. Завдяки незначній товщині і масі вимірювального спай плівкової *термопари* може мати дуже малу власну теплоємність і тому досить малу теплову інерційність (менше 10 мс). За допомогою плівкової термопари можна вимірювати температуру навіть дуже малих тіл міліметрових і субміліметрових розмірів, до яких її приклеюють.

Сенсори на діодах і біполярних транзисторах. Напівпровідникові діоди формують, як відомо, за допомогою локального легування напівпровідника, так щоб утворився *p-n*-перехід» – перехідний шар між областями напівпровідника *p* - і *n*-типу. Електричний струм через таку структуру може вільно протікати лише в «прямому» напрямі – від «анода» (область *p*-типу) до «катода» (область *n*-типу). Відомий наступний теоретичний вираз, що описує вольт-амперну характеристику (ВАХ) діода, тобто залежність протікаючого крізь нього струму від прикладеної напруги:

$$i = i_0 \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right), \quad (2.8)$$

де i_0 – «темновий» струм, зумовлений тепловою генерацією носіїв заряду; e – електричний заряд електрона; U – прикладена до діода напруга; k_B – постійна Больцмана; T – абсолютна температура діода.

З формули (2.8) видно, що струм через діод за фіксованої напруги сильно залежить від абсолютної температури. А якщо зафіксувати струм, що пропускається (наприклад, за допомогою *схеми джерела струму*), то напруга на прямо зміщеному *p-n*-переході, майже лінійно зростає з підвищенням температури. Тому напівпровідникові діоди і біполярні транзистори часто використовують як *чутливі елементи* в сенсорах температури ГГ. Такі сенсори випускаються багатьма фірмами і забезпечують точність вимірювання температури до $\pm 0,1$ °С.

Фотодіоди. Однак найбільш відомими діодними сенсорами є *фотодіоди*. У фотоприймачах (сенсорах світла) вони поводять себе як кероване світлом джерело струму. Завдяки наявності в товщі *p-n*-

переходу внутрішнього електричного поля додаткові вільні носії заряду, які виникають при поглинанні квантів світла, починають переміщуватися і створюють додатковий електричний струм, пропорційний інтенсивності світла, який називають *фотострумом*. Залежність струму через фотодіод від напруги та інтенсивності падаючого світла описується формулою

$$i = i_0 \left(e^{\frac{eU}{k_B T}} - 1 \right) - \eta e \Phi, \quad (2.9)$$

де i_0 – «темновий» струм; e – електричний заряд електрона; U – напруга на діоді; k_B – постійна Больцмана; T – абсолютна температура; η – квантовий вихід носіїв заряду при збудженні світлом (усереднена кількість носіїв, які виникають при поглинанні одного кванта світла); Φ – квантова інтенсивність світлового потоку (фотонів/с).

На практиці світловий потік часто задають в люксах. Тоді коефіцієнт при ньому має сенс світлочутливості фотодіода і задається в мкА/лк. Відповідні вольтамперні характеристики фотодіода за відсутності світла ($\Phi = 0$) і при його зростаючих інтенсивностях ($\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3$) показані ліворуч на рис. 2.4.

Праворуч на рис. 2.4 наведена еквівалентна електрична схема фотодіода. Поруч із джерелом струму показані власна електроємність діода C та його внутрішній опір R . Вони значною мірою визначають швидкодію фотодіода. Для забезпечення високої швидкодії, в першу чергу, потрібно зменшувати власну ємність фотодіода. Цього досягають, використовуючи фотодіоди *p-i-n*-структури, показані на рис. 2.5. У такій структурі безпосередньо поблизу *p*-області (анода) діода формується велика дуже збіднена носіями, майже ізолююча, область кремнію (так звана *i*-область). Цим досягається значне зменшення власної ємності фотодіода.

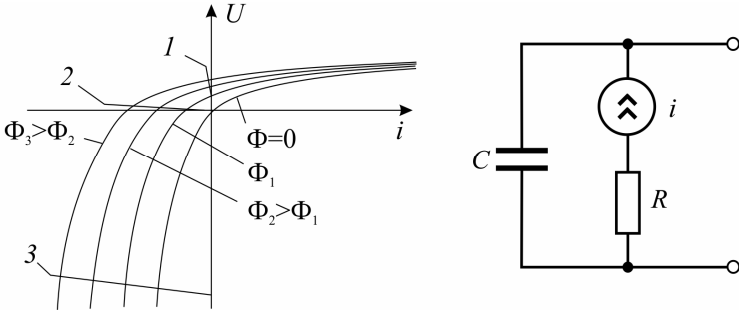


Рисунок 2.4 – Зліва – вольт-амперні характеристики фотодіода при різних рівнях освітленості; праворуч – еквівалентна електрична схема фотодіода

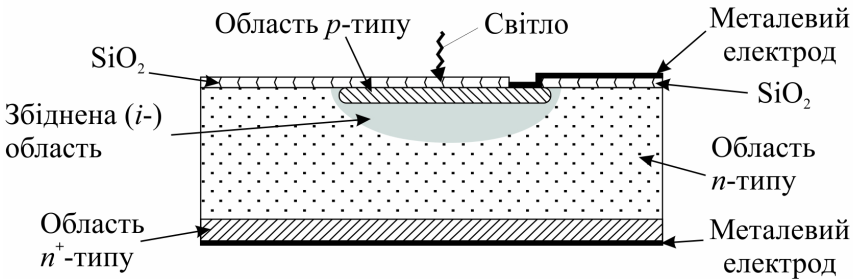


Рисунок 2.5 – Структура *p-i-n*-фотодіода

Для того, щоб у напівпровіднику при поглинанні фотона утворилася пара носіїв заряду (електрон – дірка), енергія фотона повинна бути більшою за ширину забороненої енергетичної зони. Для кремнію, наприклад, це 1,12 eV. Таку енергію мають кванти світла з довжиною хвилі менше 1,1 мкм – це так звана «червона межа» фоточутливості для чистого кремнію. З іншого боку, видиме світло з довжиною хвилі, істотно менше 1,1 мкм, вже сильно поглинається кремнієм. Через це, якщо *p*-область кремнію відносно товста, світло так і не доходить до *p-n*-переходу. Тому для того, щоб кремнієві фотодіоди мали високу чутливість і у видимій області спектра, *p*-область кремнію треба робити дуже тонкою.

Фотодіоди, які повинні бути чутливі до світла з ближньої ІЧ-області спектра з довжиною хвилі від 1,2 до 2 мкм, виготовляють із

германію, а чутливі до світла середньої і далекої ІЧ-області – з ще більш «вузькозонних» напівпровідників (PbS , PbSe , InSb , CdHgTe , ...). Через вузьку заборонену зону темновий струм у таких фотодіодів і дробовий шум за кімнатних температур дуже великі. Тому фотодіоди, які повинні працювати в середній і далекій ІЧ-області спектра, як правило, доводиться охолоджувати.

Сенсори на польових транзисторах. Структура і фізика роботи польового транзистора. Типова структура польового транзистора з ізольованим затвором показана на рис. 2.6.

Над проміжком між двома областями n -типу, сформованими поблизу поверхні пластини кремнію p -типу, створено тонкий ($\sim 0,1$ мкм) шар діелектрика (нітриду або оксиду кремнію), на який нанесений металевий електрод вентиля. Решта поверхні кремнію захищена товстим шаром оксиду кремнію (SiO_2). На ньому сформовані металеві електроди, які через вікна в оксиді контактують із n -областями. В процесі роботи одну з n -областей з'єднують із позитивним полюсом джерела напруги. Її називають *витоком*. Іншу n -область з'єднують із негативним полюсом і називають *стоком*.

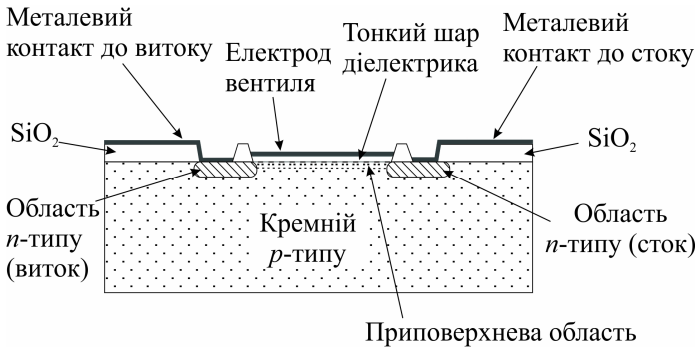


Рисунок 2.6 – Типова МДН-структура польового транзистора

Коли у тонкому шарі діелектрика електричне поле відсутнє, струм між витоком і стоком практично дорівнює нулю через наявність p - n -переходу, зміщеного у зворотному напрямку. Електрод вентиля, тонкий шар діелектрика і кремній p -типу у вертикальному розрізі утворюють структуру «метал – діелектрик – напівпровідник» (скорочено – МДН).

чено МДН). Тому такі транзистори називають ще *МДН-транзисторами*.

Якщо на електроді вентиля з'являються позитивні електричні заряди, то у тонкому шарі діелектрика і у приповерхневій області кремнію виникає електричне поле. Наявні в кремнії вільні електрони провідності, під дією цього поля притягуються до діелектрика, змінюючи об'ємний електричний заряд приповерхневої області. Якщо напруга на МДН-структурі досягає певного порогового рівня, то відбувається інверсія електропровідності кремнію у приповерхневій області, і тут формується тонкий канал *n*-типу провідності. Його називають *індукованим каналом*. Через цей канал від джерела до стоку може протікати електричний струм; МДН-транзистор «відкривається». При подальшому зростанні напруги на МДН-структурі канал розширюється, його опір зменшується, й електричний струм між витокom і стоком зростає. Металевий електрод цієї структури саме тому і називають «вентилем» або «затвором», що з його допомогою, використовуючи зовсім незначну потужність, можна керувати набагато більш потужним електричним струмом від витокu до стоку.

Якщо тонкий шар діелектрика у структурі польового транзистора виконаний з оксиду, то структуру «метал-окисел-напівпровідник» скорочено називають *МОН-структурою*, а відповідний транзистор – *МОН-транзистором*.

МДН-транзистори вищеописаної структури називають *n*-каналними. На поверхні напівпровідника *n*-типу можна створити аналогічну структуру сформувавши приповерхневі області *p*-типу. Польовий транзистор, що утворився буде *p*-каналним.

Одна з найбільш широко застосовуваних зараз технологій виготовлення мікросхем дозволяє одночасно формувати на поверхні кремнію як *n*-каналні, так і *p*-каналні транзистори. Таку технологію називають *КМОН (КМДН)*- технологією, де буква «К» є скороченням від слова «комплементарний» (взаємодоповнюючий). Мікросхеми, утворені з комплементарних *n*-каналних і *p*-каналних транзисторів, виявилися дивно економічними. З їх допомогою вдалося поєднати мале споживання потужності з високою швидкістю і дуже малими розмірами елементів. А це дозволило створювати *НВІС* (надвеликі інтегральні схеми) із рівнем інтеграції порядку мільйона елементів на одному кристалі.

Отже, польовий транзистор можна використовувати як елемент, чутливий до змін електричного заряду або потенціалу на вентиляльному електроді (затворі). А ці останні можуть бути зумовлені впливом різноманітних зовнішніх факторів, які слід контролювати. Це можуть бути, зокрема, хімічні зміни у речовині, нанесеній на вентиляльний електрод, або зміни електрохімічного потенціалу.

Матриця фоточутливих елементів. З таких фоточутливих елементів на поверхні кремнію можна сформувати цілу матрицю. Для того, щоб по черзі зчитувати з фоточутливих елементів інформацію про отриману ними світлову експозицію, потрібно у кожному з них вбудувати ще транзисторний ключ. Тоді можна організувати процес почергового зчитування інформації в часі, відкриваючи ключ лише у потрібний момент, коли черга підійшла до даного чутливого елемента. КМДН-технологія дозволяє сформувати необхідні ключі теж у вигляді МДН-транзисторів. Таким чином, кожний елемент найпростішої світлочутливої КМДН-матриці для сприйняття чорно-білих зображень складається з одного фотодіода і двох МДН-транзисторів (рис. 2.7). МДН-транзистор, до затвору якого приєднаний фотодіод, називатимемо *чутливим*.

Окремі комірки світлочутливої матриці на рис. 2.7 виділені штриховими прямокутними рамками. У лівій верхній комірці виводи пронумеровані. Виводи 1 всіх елементів з'єднуються з комутатором режиму, який для спрощення на рис. 3.7 не показаний. Виводи 2 всіх елементів в рядку матриці з'єднуються з горизонтальною шиною, підключеною до відповідного виходу комутатора рядків. Виводи 3 всіх елементів з'єднані із загальним «відеовиходом» матриці. Він теж на рис. 2.7 не показаний. Виводи 4 всіх елементів, розташованих в одному і тому ж стовпці матриці, з'єднані з відповідною вертикальною шиною, підключеною до відповідного виходу комутатора елементів у рядку.

Функціонує схема так. На самому початку комутатор режиму роботи подає на аноди всіх фотодіодів напругу +E. Це – *режим підготовки* до експозиції, в ході якого на затворах МДН-транзисторів накопичується позитивний електричний заряд. У режимі експозиції цей комутатор перемикає аноди фотодіодів на «землю». На матрицю за допомогою високоякісного об'єктива проєктують зображення, яке потрібно сприйняти і перетворити в інформаційний відеосигнал. Під

дією світла у фотодіодах протікає струм, і частина електричного заряду стікає на «землю». Коли закінчується час експозиції, комутатор від'єднує аноди фотодіодів від «землі», і струм крізь ізольовані фотодіоди припиняється, навіть якщо на них продовжує діяти світло.

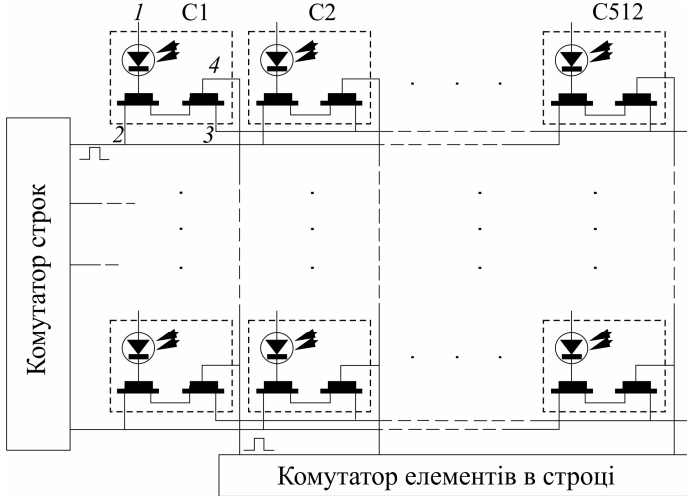


Рисунок 2.7 – Схема організації зчитування інформації з найпростішої чорнобілої світлочутливої МДН-матриці

В режимі зчитування відеосигналу комутатор рядків подає позитивний імпульс напруги на витоки чутливих МДН-транзисторів першого рядка матриці, а комутатор елементів у рядку подає позитивний імпульс напруги спочатку на свій перший вихід. Внаслідок цього ключові МДН-транзистори 1-го стовпця матриці (C1) відкриваються. На вихід матриці при цьому може поступати струм зчитування лише з 1-го елемента 1-го рядка. У наступному такті комутатор елементів у рядку подає позитивний імпульс напруги на свій другий вихід, внаслідок чого ключові МДН-транзистори 1-го стовпця матриці закриваються, а у 2-му стовпці (C2) відкриваються. На вихід матриці тепер поступає струм зчитування лише з 2-го елемента 1-го рядка. У наступних тактах аналогічно «зняються» струми зчитування послідовно з 3-го, 4-го і т.д. елементів 1-го рядка. Після того як «знятий» струм зчитування з останнього елемента 1-го рядка, комутатор рядків подає позитивний імпульс напруги на витоки чутливих МДН-транзисторів 2-го рядка матриці, а комутатор елементів у рядку

подає позитивний імпульс напруги знову на 1-й свій вихід. На відеовихід матриці поступає струм зчитування з 1-го елемента 2-го рядка. У наступних тактах комутатор елементів у рядку подає позитивний імпульс напруги по черзі на всі свої виходи, внаслідок чого зчитується інформація з усього 2-го рядка матриці. І так рядок за рядком зчитується інформація про все зображення.

Сприйняття кольорових зображень. Щоб матриця сприймала кольорові зображення, структура кожного її елемента («пікселя») повинна бути значно складнішою. Як відомо, людина сприймає світ різнобарвним тому, що має в сітківці ока 3 різновиди світлових рецепторів – «колб» – з різною спектральною чутливістю. Одні з них особливо чутливі до червоного, інші – до жовто-зеленого, треті – до синього світла. І будь-який із мільйонів колірних відтінків, які розрізняє людина складається з комбінації сприйняття цих трьох кольорів. Розробники кольорових світлочутливих матриць використовували цей «винахід» живої природи.

На рис. 2.8, а показані три «пакетика», що складаються з фотодіода і відповідного кольорового фільтра. Завдяки світлофільтрам, один із фотодіодів стає чутливим тільки до червоного, другий – до жовто-зеленого, третій – до синього світла. З таких «пакетиків» складається матриця, показана на рис. 2.8, б. Кожний піксель такої матриці складається з 4 світлочутливих елементів трьох типів, як показано на рис. 2.8, в. Один із них чутливий до червоного світла, два – до жовто-зеленого, один – до синього.

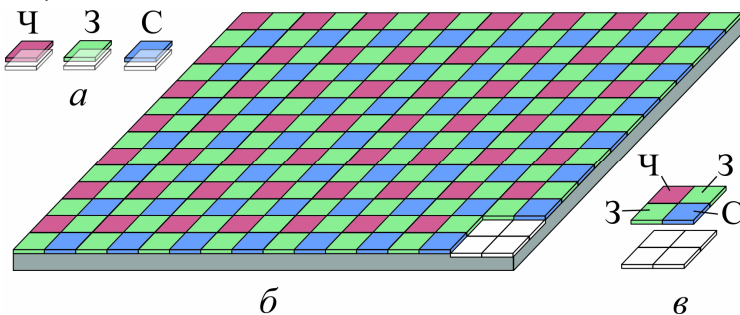


Рисунок 2.8 – Пояснення конструкції кольорової світлочутливої матриці

Типова електрична схема одного пікселя матриці показана на рис. 2.9. Аноди всіх 4-х фотодіодів з'єднані з виводом 2. Катоди двох

«зелених» фотодіодів з'єднані з затвором чутливого транзистора T_1 , катод «червоного» фотодіода – з затвором чутливого транзистора T_2 , катод «синього» фотодіода – з затвором чутливого транзистора T_3 . МДН-транзистори T_4 , T_5 , T_6 , затвори яких з'єднані з виводами 3, 4 і 5, є ключами, що дозволяють по черзі зчитувати інформацію з комірок різного кольору. Вони управляються сигналами від комутатора кольору. Фотоструми з їх стоків стікаються до витoku МДН-транзистора T_7 . Він управляється від комутатора стовпців і є ключовим транзистором, який дозволяє організувати зчитування інформації з даного пікселя лише тоді, коли до нього доходить черга. Отже, типовий піксель кольорової світлочутливої КМДН-матриці складається з 4 фотодіодів, 4 кольорових світлофільтрів і 7 транзисторів.

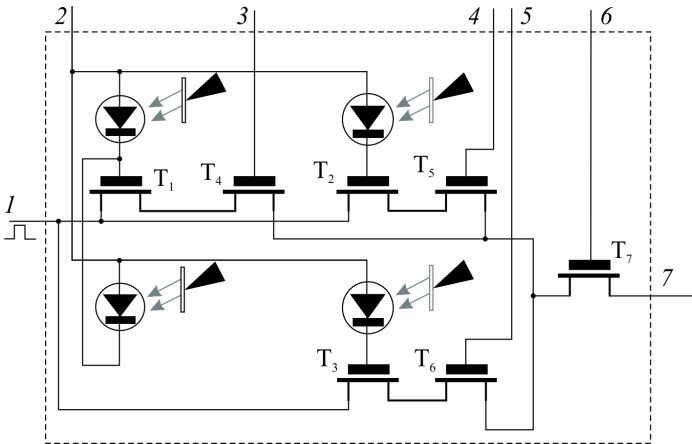


Рисунок 2.9 – Електрична схема одного пікселя кольорової світлочутливої матриці

Фотодіоди і МДН-транзистори разом із системою з'єднувальних провідників, комутаторами і підсилювачем вихідного сигналу формують на одній пластині кремнію. Плівка з набором кольорових світлофільтрів накладається зверху.

2.2. Приклади розв'язування задач

Приклад 2.2.1. Користуючись формулами (2.2), розрахуйте похибку вимірювання температури об'єкта $T_O = 450$ К температурним сенсором, якщо тепловий опір між ним і об'єктом $R_O = 3$ К / Вт, тепловий опір між ним і навколишнім середовищем $R_C = 60$ К / Вт, між ним і вимірювальної схемою $R_B = 120$ К / Вт, температура навколишнього середовища $T_C = 270$ К, температура вимірювальної схеми $T_B = 300$ К, потужність саморозігріву $q = 6$ мВт.

Розв'язок

Підставляючи дані задачі в формули (2.2), знаходимо

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_O} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_B} = \frac{1}{3} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120} = \frac{43}{120}; \quad R_E = \frac{120}{43};$$

$$T_T = R_E \left(\frac{T_O}{R_O} + \frac{T_C}{R_C} + \frac{T_B}{R_B} \right) + q = \frac{120}{43} \left(\frac{450}{3} + \frac{270}{60} + \frac{300}{120} \right) + 6 \cdot 10^{-4} \approx \\ \approx 438,2 \text{ К};$$

$$\Delta T \approx 450 - 438,2 = 11,8 \text{ К}.$$

Відповідь: $\Delta T = 11,8$ К.

Приклад 2.2.2. Користуючись формулами (2.4), підрахуйте відносну зміну опору платиного терморезистора, якщо $T = 750$ К, $T_0 = 273$ К, $\alpha_R = 0,00392$ К⁻¹.

Розв'язок

Відносна зміна опору платиного терморезистора

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R - R_0}{R_0} = \alpha_R \Delta T = 0,00392 (750 - 273) \approx 1,87 \quad \text{або} \quad 187 \%$$

Відповідь: $\frac{\Delta R}{R_0} = 1,87$.

Приклад 2.2.3. За якої температури опір платиного терморезистора дорівнює 1500 Ом, якщо за температури $T_0 = 273$ К він складав 1000 Ом? (ТКО платини $\alpha_R = 0,00392$ К⁻¹).

Розв'язок

З формули (2.4) маємо: $T = T_0 + (R - R_0) / (\alpha_R R_0)$. Підставляючи дані задачі, знаходимо:

$$T = 273 + \frac{500}{0,00392 \cdot 1000} \approx 400 \text{ К}.$$

Відповідь: $T = 400$ К.

Приклад 2.2.4. Користуючись формулою (2.5), підрахуйте відносну зміну електричної ємності циліндричного конденсатора при переміщенні його осердя на 10 мкм, якщо початкове значення $l = 10$ мм. З якою точністю треба вимірювати ємність, щоб надійно фіксувати переміщення об'єкта на таку величину? Чи змінюватиметься результат вимірювання під впливом теплового розширення, якщо осердя і обкладка такого конденсатора виготовлені з одного металу?

Розв'язок

Відносну зміну електричної ємності циліндричного конденсатора при переміщенні його осердя на відстань Δl знаходимо із формули (2.5):

$$\Delta C = \frac{2\pi\epsilon_0(l-l_0)}{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}; \quad \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta l}{l}.$$

Підставляючи дані задачі, знаходимо:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{0,1 \text{ мм}}{10 \text{ мм}} = 0,001 \quad \text{або} \quad 0,1 \text{ \%}.$$

Відповідь: $\Delta C / C = 0,001$. Щоб надійно фіксувати переміщення об'єкта на 10 мкм, ємність треба вимірювати з точністю вище 0,1 %, наприклад, з точністю 0,05 %. В результаті теплового розширення співвідношення (r/R) у формулі (2.5) не змінюється. А ось довжина l – змінюється. І це вплине на результат вимірювання.

Приклад 2.2.5. Користуючись формулою (2.6), підрахуйте відносну зміну електричної ємності плоского конденсатора, якщо вихідна відстань 0,25 мм між його обкладинками змінилося на 1 мкм. З якою точністю треба вимірювати ємність, щоб надійно фіксувати переміщення однієї з обкладинок на 1 мкм?

Розв'язок

Відносну зміну електричної ємності плоского конденсатора при зміні відстані між його обкладинками на величину Δl знаходимо із формули (2.6):

$$\Delta C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S x}{d(d+x)} \approx \frac{\epsilon \epsilon_0 S x}{d^2}; \quad \frac{\Delta C}{C} = \frac{x}{d}.$$

Підставляючи дані задачі, знаходимо:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{1 \text{ мкм}}{250 \text{ мкм}} = 0,004 \quad \text{або} \quad 0,4 \text{ \%}.$$

Відповідь: $\Delta C / C = 0,004$. Щоб надійно фіксувати переміщення об'єкта на 1 мкм, ємність треба вимірювати з точністю вище 0,4 %, наприклад, з точністю 0,2 %.

Приклад 2.2.6. Користуючись формулою (2.6), підрахуйте відносну зміну електричної ємності плоского конденсатора, якщо вихідна відстань 0,25 мм між його обкладинками зменшилася на 1 мкм, а діелектрична проникність заповнюваної рідини збільшилася з $\epsilon = 24,1$ до 25,4.

Розв'язок

Використовуючи формулу (2.6), знаходимо, що вихідна ємність плоского конденсатора дорівнює $C_0 = 24,1 \epsilon_0 S / 0,25$, а після зазначених в задачі змін $C_0 = 25,4 S / 0,249$. Тоді відносна зміна

$$\Delta C / C_0 = (25,4 / 0,249 - 24,1 / 0,25) (24,1 / 0,25) \approx 0,058 \text{ або } 5,8 \%$$

Відповідь: $\Delta C / C_0 = 0,058$.

Приклад 2.2.7. Ємнісний сенсор рівня рідини (рис. 2.9) встановлено в герметично закритому резервуарі з етиловим спиртом, який має діелектричну проникність $\epsilon = 24,2$. Пластини вимірювального конденсатора мають висоту $H = 2$ м. Знайдіть співвідношення ємностей конденсатора, коли рівень рідини знаходиться на висоті $H_1 = 1950$ мм і на висоті $H_2 = 5$ мм. З якою відносною точністю треба вимірювати ємність, щоб точність визначення рівня спирту була не меншою ± 1 мм?

Розв'язок

Чутливий елемент сенсора можна розглядати тут як два паралельно з'єднаних конденсатора, в одному з яких простір між пластинами заповнений рідиною, а в іншому – повітрям. Ємність конденсатора, заповненого рідиною, позначимо C_p , а заповненого повітрям – через C_n . Відповідно до формули (2.6) $C_p = \frac{\epsilon \epsilon_0 l H_1}{d}$, а

$$C_n = \frac{\epsilon_0 l (H - H_1)}{d}.$$

Сумарна ємність паралельно з'єднаних конденсаторів дорівнює сумі: $C_1 = C_p + C_n = \frac{\epsilon_0 l}{d} (\epsilon H_1 + H - H_1)$. Для випадку, коли рівень рідини знаходиться на висоті H_2 , отримуємо аналогічний вираз:

$$C_2 = C_p + C_n = \frac{\epsilon_0 l}{d} (\epsilon H_2 + H - H_2).$$

Звідси знаходимо співвідношення ємностей

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\epsilon H_1 + H - H_1}{\epsilon H_2 + H - H_2}.$$

Підставляючи дані завдання, маємо:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{24,2 \cdot 1950 + 2000 - 1950}{24,2 \cdot 5 + 2000 - 5} \approx 22,3.$$

Вираз для відносної точності вимірювання ємності можна знайти з виразу $C_1 = \frac{\epsilon_0 l}{d} (\epsilon H_1 + H - H_1)$. З нього видно, що приріст ємності при зміні висоти рівня рідини на ΔH_1 дорівнює $\Delta C_1 = \frac{\epsilon_0 l}{d} (\epsilon - 1) \Delta H_1$.

Звідси $\frac{\Delta C_1}{C_1} = \frac{(\epsilon - 1) \Delta H_1}{\epsilon H_1 + H - H_1}$. З цієї формули випливає, що відносна зміна ємності мінімальна, коли знаменник $(\epsilon H_1 + H - H_1)$ має найбільше значення, тобто при $H_1 = H$. Отже, відносна зміна ємності конденсатора $\frac{\Delta C}{C} > \frac{(\epsilon - 1) \Delta H}{\epsilon H}$. Підставляючи дані завдання, знаходимо:

$$\frac{\Delta C}{C} > \frac{(24,2 - 1) \cdot 1}{24,2 \cdot 2000} \approx 0,00048 \text{ або } 0,05 \%.$$

Відповідь: $\frac{\Delta C}{C} = 0,00048$. Тобто, щоб точність визначення рівня спирту була не меншою ± 1 мм, ємність треба вимірювати з відносною точністю вище 0,05 %.

Приклад 2.2.8. Яку температуру має гарячий спай термопари хромель / алюмель ($\alpha = 39,0$ мкВ/К), якщо її холодний спай знаходиться за температури 20°C , а реєстрована термо-ЕРС складає 48 мВ?

Розв'язок

З формули (2.7) знаходимо, що $T_1 = T_2 + \frac{\varepsilon}{\alpha}$, підставляючи дані задачі, знаходимо: $T_1 = 20 + \frac{48000}{39} \approx 1251 \text{ }^\circ\text{C}$.

Відповідь: $T_1 = 1251 \text{ }^\circ\text{C}$.

Приклад 2.2.9. Гарячий спай термопару мідь/константан ($\alpha = 45 \text{ мкВ/К}$) знаходиться за температури $400 \text{ }^\circ\text{C}$, а її холодний спай – за температури $10 \text{ }^\circ\text{C}$. Розрахуйте вимірювану термо-ЕРС.

Розв'язок

Підставляючи дані завдання в формулу (2.7), знаходимо:

$$\varepsilon = 45(400 - 10) = 17550 \text{ мкВ} = 17,5 \text{ мВ}.$$

Відповідь: $\varepsilon = 17,5 \text{ мВ}$.

Приклад 2.2.10. Яку температуру має холодний спай термопару залізо / константан ($\alpha = 55 \text{ мкВ/К}$), якщо її гарячий спай знаходиться при температурі $782 \text{ }^\circ\text{C}$, а реєструєма термо-ЕРС становить $42,3 \text{ мВ}$?

Розв'язок

З формули (2.7) знаходимо, що $T_2 = T_1 - \frac{\varepsilon}{\alpha}$. Підставляючи дані завдання, знаходимо: $T_2 = 782 - \frac{42300}{55} \approx 12,9 \text{ }^\circ\text{C}$.

Відповідь: $T_2 = 12,9 \text{ }^\circ\text{C}$.

Приклад 2.2.11. Розрахуйте коефіцієнт термо-ЕРС термопару платина / родій, якщо її холодний спай знаходиться при температурі $22 \text{ }^\circ\text{C}$, гарячий спай – при температурі $1782 \text{ }^\circ\text{C}$, а реєструєма термо-ЕРС становить $20,6 \text{ мВ}$?

Розв'язок

З формули (2.7) знаходимо, що $\alpha = \frac{\varepsilon}{T_1 - T_2}$. Підставляючи дані

завдання, знаходимо: $\alpha = \frac{20600}{1760} = 11,7$ мкВ/К.

Відповідь: $\alpha = 11,7$ мкВ/К.

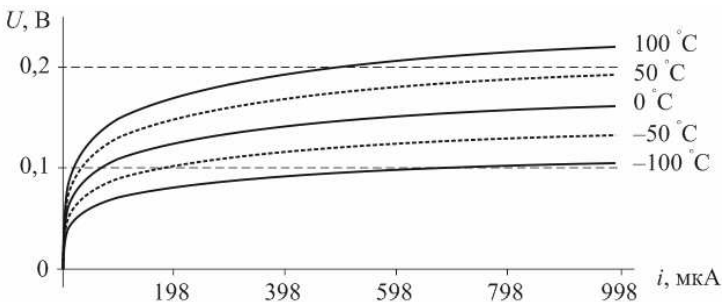
Приклад 2.2.12. Побудуйте сімейство вольт-амперних характеристик напівпровідникового діода в діапазоні значень i від 0 до +1 мА при температурах -100 °С, -50 °С, 0 °С, $+50$ °С і $+100$ °С, прийнявши значення $i_0 = 1$ мкА. Побудувати залежність падіння напруги на діоді від температури при струмі $i = 400$ мкА і залежність струму фотодіода від температури при напрузі на діоді $U = +0,1$ В.

Розв'язок

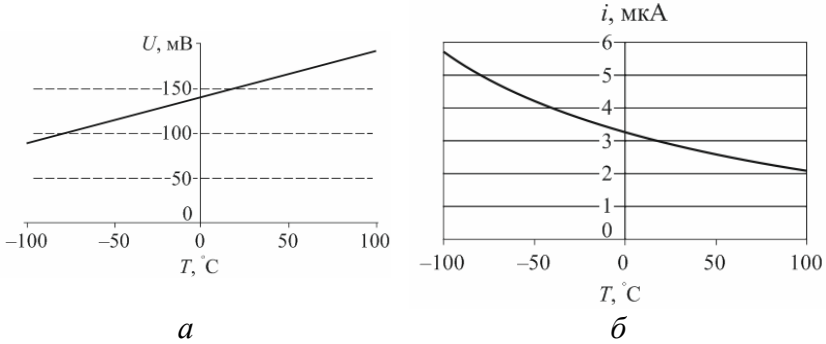
Розв'язуючи рівняння (2.8) відносно напруги U , знаходимо:

$U = \frac{k_B T}{e} \ln\left(1 + \frac{i}{i_0}\right)$. Підставляючи дані задачі, отримуємо

$U = 8,62 \cdot 10^{-5} T \cdot \ln(1 + i)$, де температуру слід задавати в градусах Кельвіна, а струм – в мкА. Розрахунок дає наступне сімейство вольт-амперних характеристик напівпровідникового діода в заданому діапазоні значень:



Залежність падіння напруги на діоді від температури при струмі $i = 400$ мкА має вигляд *a*, а залежність струму фотодіода від температури при напрузі на діоді $U = +0,1$ В має вигляд *б*:



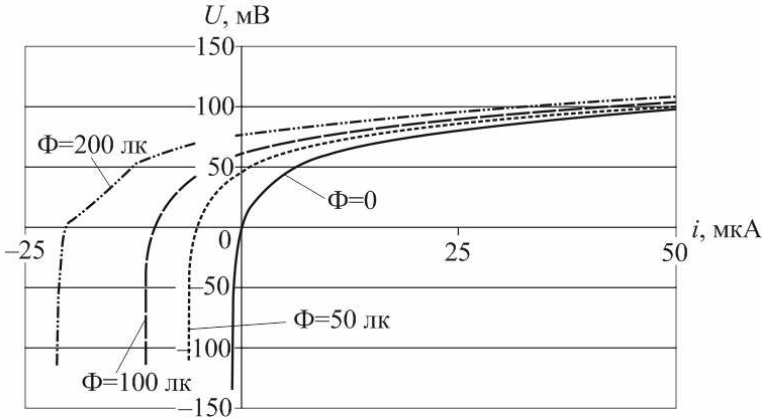
Приклад 2.2.13. Побудуйте сімейство вольт-амперних характеристик напівпровідникового діода в діапазоні значень i від -1 мкА до $+1$ мА при значеннях освітленості $\Phi = 0, 50, 100$ і 200 лк, прийнявши значення $(e/k_B) = 1,16 \cdot 10^4$ В $^{-1} \cdot$ К, $(\eta e) = 0,1$ мкА/лк та $i_0 = 1$ мкА.

Розв'язок

Розв'язуючи рівняння (2.9) відносно напруги U , знаходимо:

$$U = \frac{k_B T}{e} \ln \left(1 + \frac{i + \eta e \Phi}{i_0} \right).$$

Підставляючи дані завдання та задюючи світловий потік в люксах, а струм – в мкА, напругу будемо отримувати в мВ. Розрахунок дає наступне сімейство вольт-амперних характеристик фотодіода в заданому діапазоні значень:



Приклад 2.2.14. На прикладі спрощеної «чорно-білої» світлочутливої КМДН-матриці розміром 7×5 пікселів показати її вихідний відеосигнал, коли на неї проектується наступне зображення:

Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4	Варіант 5	Варіант 6

Розв'язок

Враховуємо такі умови:

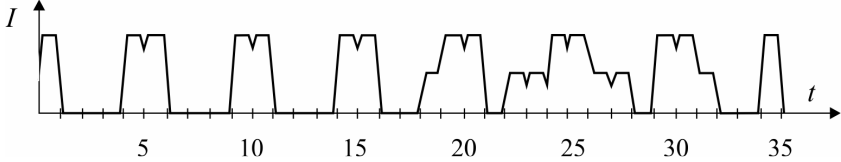
- зображення зчитується зверху вниз, зліва направо;
- темним ділянкам зображення в режимі експозиції відповідає відсутність фотоструму, збереження позитивного електрзаряду на затворі і, отже, значний витікаючий струм при зчитуванні;
- світлим ділянкам зображення в режимі експозиції відповідає великий фотострум, практично повне стікання позитивного електричного заряду з затвора і тому незначний витікаючий струм при зчитуванні;

г) вихідний відеосигнал з «чорно-білої» світлочутливої КМДН-матриці розміром 7×5 пікселів містить 35 тактів на шкалі часу;

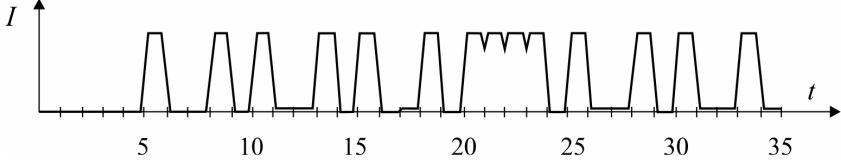
д) при переході від такту до такту, поки закриваються / відкриваються керуючі транзистори, витікаючий струм дещо зменшується.

З урахуванням цих умов одержуємо наступні відеопослідовності:

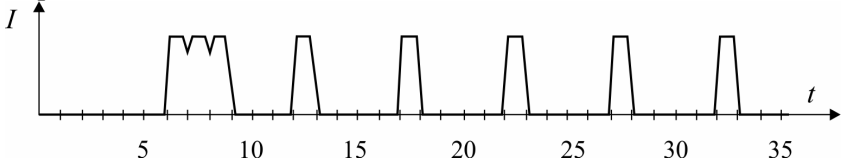
Варіант 1



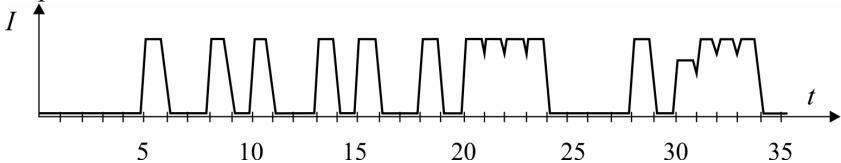
Варіант 2

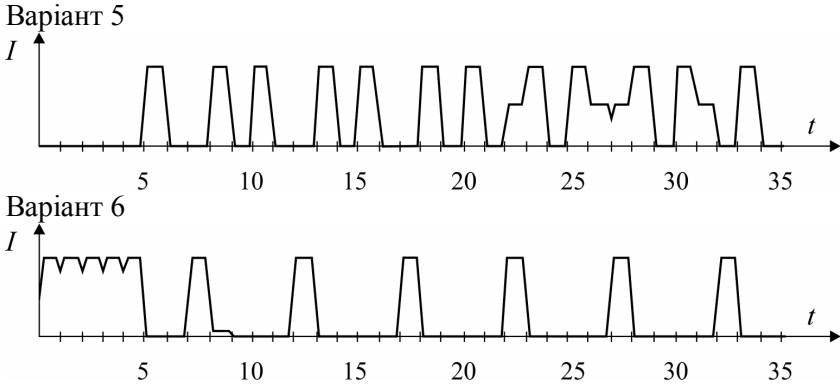


Варіант 3



Варіант 4





Приклад 2.2.15. На прикладі спрощеної кольорової світлочутливої КМДН-матриці розміром 3x4 пікселя показати її вихідний відеосигнал, коли на неї проектується зображення, представлене на рисунку для задачі 2.2.14. Вважати, що в кожному пікселі першим зчитується червоний, потім синій, а потім жовто-зелений чутливий елемент.

Розв'язок

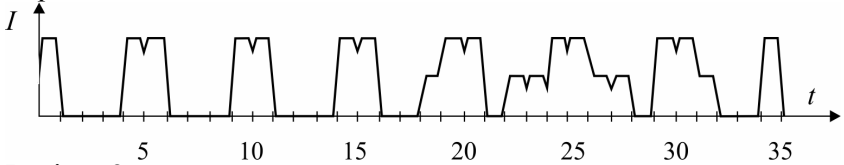
Враховуємо такі умови:

- а) зображення зчитується зверху вниз, зліва направо;
- б) в кожному пікселі першим зчитується червоний, потім синій, а потім жовто-зелений елемент;
- в) темним ділянкам зображення в режимі експозиції відповідає великий витікаючий струм при зчитуванні з усіх (червоного, синього і жовто-зеленого) чутливих елементів;
- г) білим ділянкам зображення відповідає незначний витікаючий струм при зчитуванні з усіх чутливих елементів;
- д) червоному, синьому і жовто-зеленому ділянкам зображення відповідає малий вихідний відеосигнал при зчитуванні з «свого» елемента і великий – при зчитуванні з інших елементів;
- е) жовтий колір – це суміш жовто-зеленого і червоного кольору;
- ж) зелений і блакитний – це суміші жовто-зеленого і синього світла;
- з) фіолетовий – суміш синього і червоного світла;
- і) коричневий – суміш чорного і червоного і т.д.;

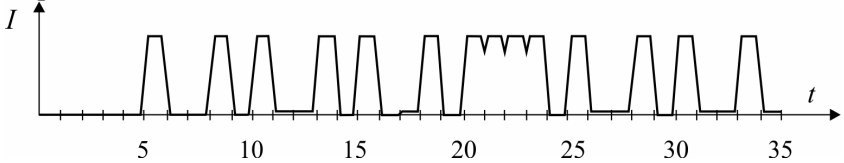
к) відеопослідовність від кольорової КМДН-матриці розміром 3×4 пікселів містить $3 \times 4 \times 3 = 36$ тактів ;

л) при переході від такту до такту, поки закриваються / відкриваються керуючі транзистори, витікаючий струм дещо зменшується. З урахуванням цих умов одержуємо наступні відеопослідовності:

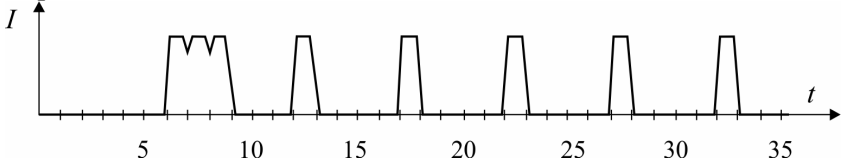
Варіант 1



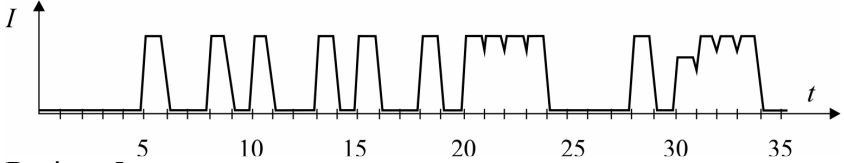
Варіант 2



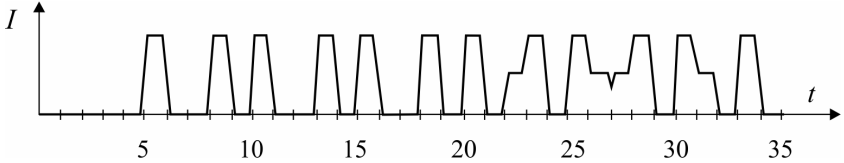
Варіант 3

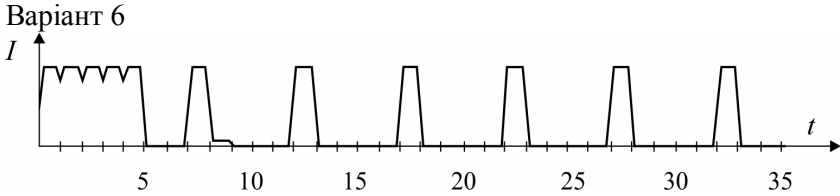


Варіант 4



Варіант 5





Приклад 2.2.16. Підрахуйте, скільки тактів містить відеопослідовність, обчислена з кольорової світлочутливої КМДН-матриці розміром 64×96 пікселів.

Розв'язок

Відеопослідовність, обчислена з кольорової світлочутливої КМДН-матриці розміром 64×96 пікселів містить

$$64 \times 96 \times 3 = 18432 \text{ тактів .}$$

Відповідь: 18432 тактів .

2.3 Задачі для самостійного розв'язування

2.3.1. Установіть відповідність між перерахованими в таблиці видами електричних сенсорів, електричними властивостями, які в них змінюються під впливом об'єкта, що спостерігається, і групою чутливих елементів, до яких вони належать:

Вид сенсорів	Електрична властивість	Група
1) Біполярні транзистори	а) ємність	А) пасивні
2) Вольтаїчні	б) імпеданс	Б) активні
3) Газорозрядні	в) опір	
4) Діоди	г) напруга	
5) Ємнісні	д) струм	
6) Імпедансні		
7) Польові транзистори		
8) Резистивні		
9) З негативними ділянками ВАХ		

2.3.2. Установіть відповідність між перерахованими в таблиці видами резистивних сенсорів і зовнішніми факторами, на які вони реагують:

Вид сенсорів	Зовнішній фактор
1) Акусторезистивні	а) вологість повітря
2) Гігіростори	б) ВЧ акустична хвиля
3) Магніторезистивні	в) магнітне поле
4) П'єзорезистори	г) механічне напруження
5) Тензорезистивні	д) світло
6) Термістори	е) температура
7) Терморезистори	
8) Фоторезистори	

2.3.3. Користуючись формулами (2.2), знайдіть похибку вимірювання температури об'єкта $T_0 = 450 \text{ K}$ температурним сенсором, якщо:

R_0 – тепловий опір між ним і об'єктом,

R_c – тепловий опір між ним і навколишнім середовищем,

R_B – між ним і вимірювальної схемою,

T_c – температура навколишнього середовища,

T_B – температура вимірювальної схеми,

q – потужність саморозігріву.

Варіант	$R_0, \text{ K / Вт}$	$R_c, \text{ K / Вт}$	$R_B, \text{ K / Вт}$	$T_c, \text{ K}$	$T_B, \text{ K}$	$q, \text{ мВт}$
1	8	90	180	260	300	4
2	6	160	200	290	310	5
3	50	2000	4000	300	320	5
4	250	$2 \cdot 10^4$	105	270	310	5
5	10	70	1000	270	300	6
6	100	80	3000	290	310	5

7	150	90	4000	300	320	5
8	20	100	50	270	310	5
9	80	130	150	270	300	6
10	140	150	250	290	310	5
11	200	170	350	300	320	5
12	2	190	480	270	310	5
13	250	210	560	270	300	6
14	50	230	790	290	310	5
15	170	250	820	300	320	5
16	140	360	930	270	310	5
17	30	380	1100	270	300	6
18	80	550	2100	290	310	5
19	280	650	3100	300	320	5
20	10	780	150	270	310	5

2.3.4. Користуючись формулами (2.4), знайдіть відносну зміну опору терморезистора, якщо $T_0 = 273 \text{ K}$.

Варіант	Матеріал терморезистора	$T, \text{ K}$	$\alpha_R, \text{ K}^{-1}$
1	Pt	570	0,00392
2	W	1400	0,0051
3	Ni	500	0,0027
4	Cu	340	0,0043
5	латунь	270	0,0010
Варіант	Матеріал терморезистора	$T, \text{ K}$	$\alpha_R, \text{ K}^{-1}$
6	манганін (3% Ni, 12% Mn, 85% Cu)	300	0,00005
7	константан (40% Ni, 1,2% Mn, 58,8% Cu)	270	0,00001
8	Pb	350	0,0045
9	Si	300	-0,07
10	Ge	350	-0,05
11	Fe (0,1% C)	290	0,0062
12	Au	300	0,0040

2.3.5. Установіть відповідність між перерахованими в таблиці видами фотovoltaїчних сенсорів і фізичним фактором, під впливом якого в ньому виникає і змінюється електрорушійна сила (ЕРС):

Вид сенсорів	Фізичний фактор
1) Датчик Холла	А) зовнішня сила
2) П'єзоелектричний	Б) тиск
3) П'єзоелектричний резонатор	В) магнітне поле
4) Термопара	Г) світло
5) Фотovoltaїчний	Д) температура

2.3.6. Установіть відповідність між перерахованими в таблиці видами діодів і цілями, для досягнення яких вони розроблені:

Вид діодів	Мета
1) Діод з $p-i-n$ -структурою	а) захист від стрибків напруги
2) Лавинно-пробійні діод	б) вимірює інтенсивність світла
3) Фотодіод	в) забезпечення чутливості до фіолетового і ультрафіолетового світла
4) Фотодіод з надтонкою базою	г) підвищення швидкодії
5) Фотодіоди Шотткі	д) розширення робочого діапазону

2.3.7. Підрахуйте, скільки тактів містить відеопослідовність, обчислена з «чорно-білої» світлочутливої КМДН-матриці:

Варіант	Розмір матриці, пікселі
1	128x180
2	256x360
3	512x696
4	1024x1372
5	1536x2044

2.3.8. Підрахуйте, скільки тактів містить відеопослідовність, обчислена з кольорової світлочутливої КМДН-матриці:

Варіант	Розмір матриці, пікселі
1	128x180
2	256x360
3	512x696
4	1024x1372
5	1536x2044

3 ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ СЕНСОРИ

3.1 Основні формули та визначення

Фізичні принципи функціонування електромагнітних сенсорів. До класу електромагнітних відносять сенсори, в яких первинні сигнали про досліджуваний об'єкт або явище виникають у вигляді зміни магнітного поля або в вигляді сигналів електромагнітної індукції, і саме ці зміни або сигнали сприймаються, аналізуються і використовуються для отримання інформації.

Нагадаємо коротко фізичну суть деяких відомих понять.

Магнітне поле – це силове поле, яке діє на фізичні тіла, які мають власний магнітний момент, на рухливі електричні заряди і на провідники зі струмом. Магнітне поле в кожній його точці характеризують вектором магнітної індукції B , величину якого висловлюють в системі СІ в «теслах» (Тл). Через те, що атоми, йони і електрони, з яких складена речовина, мають власні магнітні моменти, при взаємодії з магнітним полем вони прагнуть повернутися в напрямку цього поля і, як правило, підсилюють його. Коефіцієнт посилення магнітного поля в речовині називають «магнітною проникністю речовини». Вона є безрозмірною величиною і зазвичай позначається грецькою буквою μ .

Ряд речовин, які називають «ферромагнетиками», мають велику магнітну проникність ($\mu = 100$ і більше) через те, що магнітні моменти атомів, з яких вони складаються, відносно великі. Якщо вони мають можливість повертатися в просторі, то все спонтанно (самі по собі, оскільки це вигідно енергетично) орієнтуються в одному напрямку. При температурах нижче так званої «точки Кюрі» така спонтанна на-

магніченість «заморожується». Утворюються так звані «домени» – області однорідної намагніченості, які під впливом зовнішнього магнітного поля перемагнічуються як єдине ціле.

Типова «крива намагнічування» феромагнітних матеріалів типу заліза показана на рис. 3.1. Це залежність магнітної індукції \mathcal{B} всередині феромагнітного матеріалу від напруженості H зовнішнього магнітного поля, що створюється, наприклад, всередині соленоїда. Штрихами виділена так звана «крива першого намагнічення». Спочатку \mathcal{B} майже лінійно зростає зі збільшенням H . Кут нахилу цієї ділянки тим більший, чим більше магнітна проникність матеріалу μ . Однак потім швидкість росту \mathcal{B} зі збільшенням H зменшується, і врешті-решт магнітна індукція практично перестає залежати від H . Це відбувається тому, що при таких значеннях H вже все магнітні домени зорієнтовані в напрямку зовнішнього магнітного поля. відповідне значення $\mathcal{B}_{\text{нас}}$ називають магнітною індукцією насичення.

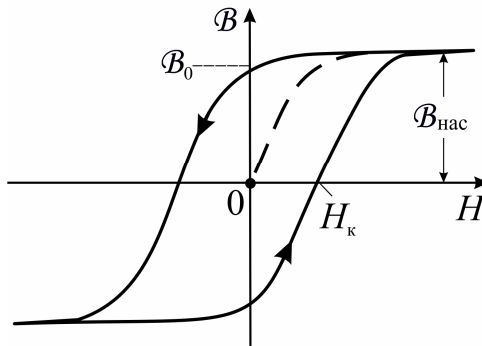


Рис. 3.1. Типова крива перемагнічування феромагнітних матеріалів: \mathcal{B}_0 – залишкова магнітна індукція; $\mathcal{B}_{\text{нас}}$ – магнітна індукція насичення; H_k – коерцитивна сила

Надалі хід кривої перемагнічування стає залежним від передісторії і напрямки зміни зовнішнього магнітного поля. Коли останній зменшується і спадає до нуля, феромагнітний матеріал залишається ще намагніченим в колишньому напрямі. Величину \mathcal{B}_0 називають залишковою намагніченістю. Під дією зростаючого зовнішнього магнітного поля протилежного напрямку величина

намагніченості зменшується до нуля, а потім феромагнетик перемагнічується вже в новому напрямку. Напруженість зовнішнього магнітного поля H_k , при якій індукція магнітного поля у феромагнетику стає рівною нулю, називають коерцитивною силою. В цілому крива повільного перемагнічування феромагнетику має вигляд симетричною відносно початку координат замкнутої лінії, яку називають «петлею гістерезису».

Магнітна проникність феромагнітних матеріалів та інші їх властивості залежать не тільки від складу, але і від мікроструктури, технології обробки, температури. Крива гістерезису залежить ще і від частоти перемагнічування і від характеру зміни зовнішнього магнітного поля.

Магнітне поле тісно пов'язане з електричним. Джерелами магнітного поля є не тільки об'єкти з власним магнітним моментом, а й рухомі електричні заряди і електричний струм.

Змінне магнітне поле породжує електричне. Зокрема, в замкнутому контурі при зміні магнітного потоку, який його пронизує, виникає електрорушійна сила (ЕРС) і протікає електричний струм. Це явище називають електромагнітною індукцією. Напрямок індукційного струму таке, що створюване їм магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку крізь площу контуру.

Через тісний зв'язок магнітного поля з електричним їх розглядають як єдине «електромагнітне» поле, поведінка якого в класичному наближенні описується відомими рівняннями Максвелла.

У магнітних сенсорах часто використовують *соленоїд* – згорнутий в спіраль провідник, через який протікає електричний струм (рис. 3.2). Магнітне поле, яке створюється всередині соленоїда зі струмом, є практично однорідним, а вектори магнітної індукції спрямовані паралельно осі. Магнітна індукція пропорційна силі струму і числу витків. Зовні соленоїда конфігурація магнітного поля: подібна конфігурації поля постійного стрижневого магніту.

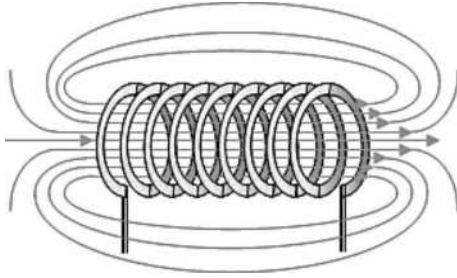


Рис. 3.2. Зображення соленоїда і конфігурації його магнітного поля

Соленоїд з розміщеним всередині нього феромагнітним сердечником стає електромагнітом, сила тяжіння якого пропорційна силі струму.

Якщо електричний струм, що проходить через соленоїд, швидко змінюється, то швидко змінюється і магнітний потік, який його пронизує. Тому в соленоїді виникає додаткова ЕРС («ЕРС самоіндукції»), пропорційна швидкості зміни струму. Коефіцієнт пропорційності називають індуктивністю, а сам соленоїд – «котушкою індуктивності». Індуктивність соленоїда досить велика і пропорційна числу витків в ньому. ЕРС самоіндукції спрямована так, що протидіє зміні струму в котушці – цією властивістю явище самоіндукції подібно явищу інерції в механіці. Через цього в ланцюгах змінного електричного струму сила струму в котушці індуктивності відстає від змін напруги на чверть періоду.

Якщо дві котушки індуктивності пронизує загальний магнітний потік, то утворюється «трансформатор». Зміна струму в одній з котушок призводить до виникнення ЕРС індукції в іншій котушці – і тим більшою, чим більше в ній число витків. Котушки можуть бути гальванічно розв'язані (електрично ізольовані одна від одної), а передача електроенергії між ними відбувається через загальне змінне магнітне поле. Щоб зменшити втрати енергії, обумовлені розсіюванням магнітного поля (тобто тим, що деяка частина магнітних силових ліній проходить повз іншій котушки), котушки індуктивності в трансформаторах з'єднують замкнутим магнітним сердечником – «магнітопроводом», в якому і зосереджені практично всі силові лінії (весь магнітний потік).

Якщо котушку індуктивності електрично з'єднати з конденсатором, то утворюється електричний коливальний контур, в якому мо-

жуть відбуватися вільні електромагнітні коливання. Під час таких коливань енергія, накопичена в конденсаторі у вигляді енергії електричного поля, періодично перекачується в енергію магнітного поля струму в котушці індуктивності, а потім навпаки. Такий контур може грати роль ефективного частотного фільтра, який «відгукується» в основному на електромагнітні коливання з «резонансною» частотою, тобто з частотою власних коливань контуру. Це властивість широко використовують в електротехніці і радіотехніці, в тому числі і при побудові сенсорів.

Якщо електричні силові лінії всередині конденсатора або магнітні силові лінії всередині соленоїда замикаються, а виходять назовні, то частина енергії коливань випромінюється в простір у вигляді «електромагнітних хвиль». Останні зі швидкістю світла можуть поширюватися в просторі на дуже великі відстані. Нагадаємо, що між швидкістю поширення c , частотою f і довжиною хвилі λ електромагнітних хвиль існує відоме співвідношення:

$$c = \lambda f . \quad (3.1)$$

Залежно від частоти коливань електромагнітні хвилі називають радіохвилями (при частотах $10^3 - 10^{12}$ Гц), інфрачервоним випромінюванням (при частотах $10^{12} - 3,75 \cdot 10^{14}$ Гц), видимим світлом (при частотах $3,8 - 7,5 \cdot 10^{14}$ Гц), ультрафіолетовим (при частотах $7,5 \cdot 10^{14} - 10^{16}$ Гц), рентгенівським (при частотах $10^{16} - 10^{20}$ Гц) та гамма-випромінюванням (при частотах $> 10^{20}$ Гц).

Радіохвилі, у свою чергу, поділяють за довжиною хвилі на діапазони:

- довгих хвиль (ДВ, довжина хвилі 1–10 км, відповідно частота 300–30 кГц);
- середніх хвиль (СВ, довжина хвилі 100–1000 м, частота 300–30 МГц);
- коротких хвиль (КВ, довжина хвилі 10–100 м, частота 30–3 МГц);
- ультракоротких, або метрових, хвиль (УКХ, довжина хвилі 1–10 м, частота 300–30 МГц, англ. VHF – Very High

Frequency);

- дециметрових хвиль (англ. UHF – Ultra High Frequency, довжина хвилі 1–10 дм, частота 3000 – 300 МГц);
- сантиметрових хвиль (довжина хвилі 1–10 см, частота 30 – 3 ГГц);
- міліметрових хвиль (довжина хвилі 1–10 мм, частота 300 – 30 ГГц).

Характер поширення радіохвиль в атмосфері Землі істотно залежить від діапазону. Якщо довгі і середні хвилі легко огинають поверхню Землі і тому приймаються радіоприймачами практично в будь-якій точці земної кулі, то поширення коротких і особливо ультракоротких хвиль істотно залежить від стану тропосфери. Дециметрові і сантиметрові хвилі приймаються переважно лише у межах прямої видимості.

Надпровідність, ефекти Джозефсона та СКВІД. Найбільш чутливі магнітні сенсори використовують явище надпровідності і так звані *ефекти Джозефсона*. Нагадаємо, що за дуже низьких температурах, нижче так званої *критичної температури* (для кожного матеріалу вона своя), низка металів і сплавів стають надпровідними. У надпровідному стані вони не мають жодного опору протіканню електричному струму. Надпровідність зумовлена квантово-механічною взаємодією між електронами з протилежно направленими «спінами» (власними обертальними моментами). Завдяки цій взаємодії за певних умов електрони об'єднуються в стійкі пари, які називають *куперівськими парами*. Кожна куперівська пара поводить себе як квазічастинка з нульовим спіном та електричним зарядом удвічі більшим, ніж заряд одного електрона.

Для переходу в інший дозволений енергетичний стан їм потрібна значна енергія. Тому спарені електрони не можуть розсіюватися на атомах, іонах, дефектах кристалічної ґратки, через що і зникає електричний опір. Якщо густина струму залишається нижчою за критичну, то у замкнутому контурі з надпровідників електричний струм може циркулювати досить довго за відсутності будь-якої сторонньої ЕРС.

На частинки з цілим спіном не поширюється принцип Паулі – всі вони можуть перебувати в одному і тому ж квантовому стані, що описується загальною хвильовою функцією, інакше кажучи, є когерентними. Макроскопічна квантова інтерференція хвильових функцій

всіх куперівських пар призводить до того, що сумарний магнітний потік, який пронизує контур (він складається з магнітного потоку, зумовленого електричним струмом в контурі, і потоку, зумовленого зовнішнім магнітним полем), може приймати лише дискретні значення, кратні величині

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}, \quad (3.2)$$

де h – стала Планка, e – електричний заряд електрона. Цю величину називають *квантом магнітного потоку*.

Дуже чутливий до змін магнітного поля елемент, який називають *квантовим інтерферометром* або *сквідом*¹ (скорочено SQUID), що являє собою електричний контур із надпровідників, розділених одним або двома переходами Джозефсона (ПД). Як надпровідники найчастіше використовують ніобій та його сполуки. ПД можуть бути декількох типів. Найчастіше це дуже тонкий (товщиною близько 2 нм) шар оксиду між двома металевими плівковими надпровідниками – перехід типу SIS (надпровідник – ізолятор – надпровідник). Інший тип має структуру SNS (надпровідник – нормальний метал – надпровідник). Шар нормального металу може мати товщину близько 10 нм – більше, ніж шар ізолятора. Третій тип – це так званий *місток*: вузька перемичка між двома відносно широкими плівковими надпровідниками.

Пари зв'язаних електронів можуть проходити крізь тонкий ПД завдяки тунельному ефекту – явищу, яке пояснює квантова механіка. Джозефсон виявив, що якщо струм через перехід не перевищує деяке критичне значення I_c , то надпровідність не руйнується і падіння напруги на переході дорівнює нулю. Внаслідок макроскопічної інтерференції між хвильовими функціями куперівських пар із двох боків ПД встановлюється постійна різниця фаз φ , яка і визначає величину надпровідного електричного струму через ПД:

$$I = I_c \sin \varphi. \quad (3.3)$$

Якщо величина електричного струму через ПД перевищує критичне значення, то на ПД з'являється ненульова напруга U , яка сину-

¹ Від англ. назви «Super-conducting Quantum Interference Device».

соїдально залежить від магнітного потоку, що пронизує сквід.

Якщо до ПД у надпровідному стану прикласти постійну напругу U , то через ПД тече змінний струм із частотою, пропорційною прикладеній напрузі:

$$\omega = \frac{2eU}{h} \approx 483,6 \left(\frac{\text{МГц}}{\text{мкВ}} \right) U. \quad (3.4)$$

Надпровідні магнітометри. Типова функціональна схема надпровідного магнітометра з використанням сквіду показана на рис. 3.3, а. Тут 1 – це умовне зображення надпровідного квантового інтерферометра (сквіду).

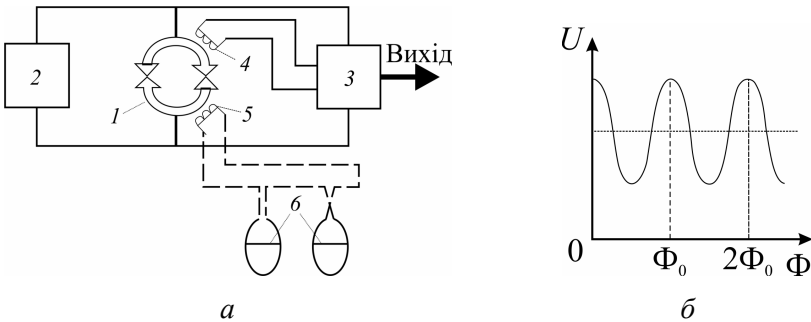


Рис. 3.3. а – функціональна схема надпровідного магнітометра: 1 – сквід; 2 – джерело постійного струму; 3 – вимірювальний вузол; 4 – котушка зворотного зв'язку; 5 – трансформатор магнітного потоку; 6 – входні рамки; б – залежність напруги на сквіді від магнітного потоку

Через сквід 1 від джерела 2 пропускають постійну складову електричного струму (*транспортний струм*). Такі магнітометри називають *магнітометрами на сквідах постійного струму*. Коли транспортний струм перевищує критичне значення I_c , на ПД з'являється напруга U , яку вимірює вузол 3. Залежність цієї напруги від магнітного потоку, що пронизує сквід, показана на рис. 3.3, б. З неї видно, що, вимірюючи напругу на сквіді 1 за допомогою електронного вузла 3, можна визначати величину магнітного потоку з точністю до малих часток магнітного кванта. Регулюючи постійний струм від джерела 2, можна

підбирати середній рівень напруги на сквіді, а за допомогою котушки підмагнічування 4 можна вибрати найбільш зручне розташування робочої точки на шкалі магнітного потоку або пропорційною йому магнітної індукції.

Використовують і варіант роботи, коли на котушку 4 від вузла 3 подається невеликий модульований змінний струм. Тоді напруга на виході сквіду пульсує з тією ж частотою, а амплітуда пульсацій залежить від потоку магнітної індукції крізь контур сквіду. За фіксованої площі сквіду це буде залежність від проекції вектора магнітної індукції на нормаль до його площини.

Магнітна індукція може вимірюватися і у віддаленому від сквіду місці за допомогою вхідної рамки 6 і трансформатора магнітного потоку 5, показаних на рис. 3.3, а штриховими лініями. Зміни магнітного потоку, який пронизує рамку 6, призводять до відповідної зміни струму через контур 5 і пов'язаного з цим контуром магнітного потоку через контур сквіду. Якщо використовувати дві однакові поруч розташовані рамки 6 і включити їх в електричний ланцюг трансформатора 5 назустріч одна одній, як це показано на рис. 3.3, а, то сигнал на виході сенсора стає пропорційним градієнту магнітного поля у місці розташування рамок 6.

Чутливість магнітометрів характеризують мінімальною зміною магнітного потоку, яку можна зафіксувати, віднесеною до одиничної смуги частот. Чутливість найкращих надпровідних магнітометрів досягає $10^{-6} \Phi_0 \sqrt{\Gamma\text{ц}} \approx 2 \cdot 10^{-21} \text{Вб} \sqrt{\Gamma\text{ц}}$. Чутливість по магнітній індукції досягає 10^{-13} Тл. Дуже важливо, що ця чутливість не залежить від рівня постійної складової магнітного поля, тобто зовсім невеликі зміни можна вимірювати на тлі сильного постійного магнітного поля.

3.2 Приклади розв'язування задач

Приклад 3.2.1. Використовуючи відоме співвідношення між швидкістю поширення, частотою і довжиною хвилі, розрахувати для електромагнітних хвиль ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с):

а) частоту радіохвиль з довжиною хвилі 1410 м ;

б) період електромагнітних коливань «коротких» радіо-

хвиль з довжиною хвилі 16 м ;

в) частоту сантиметрових радіохвиль з довжиною хвилі 3 см ;

г) частоту інфрачервоного випромінювання з довжиною хвилі 60 мкм ;

д) довжину хвилі інфрачервоного випромінювання з частотою $3 \cdot 10^{14}$ Гц ;

е) частоту видимого зеленого світла з довжиною хвилі 550 нм ;

ж) період електромагнітних коливань рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі 15 нм ;

з) довжину хвилі гамма-випромінювання з частотою $3 \cdot 10^{20}$ Гц .

Розв'язок

а) Користуючись формулою (3.1), знаходимо

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1410} = 212800 \text{ Гц} = 212,8 \text{ кГц.}$$

б) Період електромагнітних коливань пов'язаний з їх частотою співвідношенням

$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c} = \frac{16}{3 \cdot 10^8} = 5,333 \cdot 10^{-8} \text{ с} = 53,33 \text{ нс.}$$

$$в) f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,03} = 10^{10} \text{ Гц} = 10 \text{ ГГц.}$$

$$г) f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,00006} = 5 \cdot 10^{12} \text{ Гц.}$$

$$д) \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{14}} = 10^{-6} \text{ м} = 1 \text{ мкм.}$$

$$е) f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{550 \cdot 10^{-9}} = 5,45 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

$$\text{ж) } T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c} = \frac{15 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} = 5 \cdot 10^{-17} \text{ с.}$$

$$\text{з) } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{20}} = 10^{-12} \text{ м} = 1 \text{ пм.}$$

Відповідь: а) $f = 212,8 \text{ кГц}$; б) $T = 53,33 \text{ нс}$; в) $f = 10 \text{ ГГц}$;

г) $f = 5 \cdot 10^{12} \text{ Гц}$; д) $\lambda = 1 \text{ мкм}$; е) $f = 5,45 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$;

ж) $T = 5 \cdot 10^{-17} \text{ с}$; з) $\lambda = 1 \text{ пм}$.

Приклад 3.2.2. Розрахувати напругу, прикладену до переходу Джозефсона (ПД), і величину постійного (ненадпровідного) електричного струму, що протікає через ПД, якщо відома частота $f = 1,2 \text{ ГГц}$ джозефсонівської генерації на переході і електричний опір $R = 15 \text{ Ом}$ ПД для ненадпровідного струму.

Розв'язок

Враховуємо, що частота f пов'язана з круговою частотою у формулі (3.4) співвідношенням $\omega = 2\pi f$. Тоді, використовуючи формулу

для «джозефсонівської частоти» $\omega = \frac{2eU}{h}$, знаходимо

$$U = \frac{\omega h}{2e} = \frac{2\pi f h}{2e} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^9 \cdot 6,626 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,56 \cdot 10^{-5} \text{ В.}$$

Оскільки для ненадпровідної частини струму діє закон Ома, тоді

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1,56 \cdot 10^{-5}}{15} = 1,04 \cdot 10^{-6} \text{ А} = 1,04 \text{ мкА.}$$

Відповідь: $U = 1,56 \cdot 10^{-5} \text{ В}$, $I = 1,04 \text{ мкА}$.

Приклад 3.3.3. Магнітний потік крізь отвір сквіду з одним переходом Джозефсона (ПД) змінився на малу величину $\Delta\Phi \ll \Phi_0$, $\Delta\Phi = 0,00015 \Phi_0$. Розрахувати, як зміниться

різниця фаз хвильової функції куперовських пар електронів на ПД.

Розв'язок

При зміні магнітного потоку крізь отвір сквіду з одним переходом Джозефсона (ПД) на величину Φ_0 фаза хвильової функції змінюється на 2π . Тому при зміні магнітного потоку на малу величину різниця фаз змінюється на

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} (\text{рад}) = 2 \cdot 3,14 \frac{0,00015 \cdot \Phi_0}{\Phi_0} = 0,000942 \text{ рад.}$$

$$\text{Або } \Delta\varphi = 360^\circ \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} = 360^\circ \frac{0,00015 \cdot \Phi_0}{\Phi_0} = 0,054^\circ.$$

Відповідь: $\Delta\varphi = 0,054^\circ$.

Приклад 3.3.4. Сигнальна крива сквіду з двома переходами Джозефсона описується формулою

$$U (\text{мкВ}) = 450 + 320 \sin \left(\varphi_0 + \frac{2\pi\Phi_{\text{в}}}{\Phi_0} \right),$$

де $\varphi_0 = 15^\circ$, $\Phi_{\text{в}} = 15,5 \Phi_0$.

Який додатковий магнітний потік слід подати в контур сквіду через котушку зворотного зв'язку, щоб робоча точка магнітометра, побудованого на цьому сквіді, знаходилася на найкрутішій ділянці сигнальної кривої?

Розв'язок

Додатковий магнітний потік повинен бути таким, щоб аргумент синуса став рівним $2\pi k$, $k \in Z$:

$$\varphi_0 + 2\pi \frac{\Phi_{\text{с}} + \Phi_{\text{д}}}{\Phi_0} = 2\pi k.$$

Звідки $\frac{\Phi_D}{\Phi_0} = k - \frac{\Phi_C}{\Phi_0} - \frac{\varphi_0}{2\pi}$, де ціле число k слід вибрати так,

щоб $\left| \frac{\Phi_D}{\Phi_0} \right| \leq 0,5$. Значення треба підставляти в радіанах, а при підставці в градусах ділити його не на 2π , а на 360° .

$$\text{Отже, } \frac{\Phi_D}{\Phi_0} = k - \frac{\Phi_C}{\Phi_0} - \frac{\varphi_0}{2\pi} = k - \frac{15,5\Phi_0}{\Phi_0} - \frac{15^\circ}{360^\circ} = k - 15,042,$$

$$k - 15,042 \leq 0,5 \text{ або } k \leq 15.$$

Відповідь: додатковий магнітний потік повинен бути таким, щоб $k \leq 15$.

Приклад 3.3.5. Чутливість надпровідного магнітометра на сквіді з двома переходами Джозефсона становить $5 \cdot 10^{-5} \Phi_0$. Розрахувати мінімальну зміну індукції магнітного поля, яку можна зареєструвати за допомогою такого магнітометра, якщо внутрішній отвір його сквіду є прямокутником з розмірами 800×1200 мкм.

Розв'язок

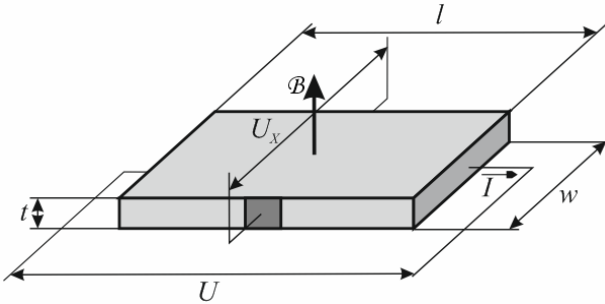
Використовуючи формулу зв'язку між величиною магнітної індукції, площею контуру і магнітним потоком крізь нього, $\Phi = \mathcal{B}S$, отримуємо

$$\mathcal{B} = \frac{\Phi}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-5} \Phi_0}{800 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 10^6} = 52,083 \Phi_0 \text{ Тл.}$$

Відповідь: $52,083 \Phi_0$ Тл.

Приклад 3.3.6. Прилад Холла в формі прямокутної пластини (див. рис.) виготовлений з рівномірно легованого донорною домішкою кремнію з питомим опором $\rho = 1$ Ом·см при температурі 300 К. Розміри: довжина $l = 300$ мкм, ширина $w = 100$ мкм, товщина $t = 20$ мкм. Напруга зсуву $U = 10$ В, перпендикулярна магнітна індукція

$\mathcal{B}_\perp = 100 \text{ мТл}$. Для приладу Холла визначити чисельні значення наступних характеристичних параметрів: коефіцієнт Холла (a), опір приладу (δ), струм (ϵ), напруга Холла (ζ), абсолютну чутливість (δ) і чутливість по струму (e).



Розв'язок

а) На підставі відомих електричних властивостей кремнію концентрація легуючої домішки при $\rho = 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ і 300 К дорівнює $N_D = 4,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. При кімнатній температурі і такому малому рівні легування все донори йонізуються і густина квазівільних електронів відповідає густині донорів, так що $n = N_D$. Отже,

$$R_x \approx \frac{1}{en} \approx \frac{1}{eN_D} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,5 \cdot 10^{15}} = -1,39 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}^{-1} \cdot \text{м}^3.$$

б) Опір приладу

$$R = \rho \frac{l}{wt} = 1 \cdot 10^{-2} \frac{300 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \approx 1,5 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

в) Струм $I = \frac{U}{R} = \frac{10}{1,5 \cdot 10^3} \approx 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$

г) Напруга Холла

$$U_x = \frac{R_x}{t} I \mathcal{B}_\perp = \frac{1,39 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} \cdot 6,67 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-3} \approx 46 \text{ мВ}.$$

д) Абсолютна чутливість $S_A = \left| \frac{U_x}{\mathcal{B}_\perp} \right|_c = \left| \frac{46 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} \right| \approx 0,46 \frac{\text{В}}{\text{Тл}} .$

е) Чутливість по струму $S_I = \frac{S_A}{I} = \frac{0,46}{6,67 \cdot 10^{-3}} \approx 69 \frac{\text{В}}{\text{А} \cdot \text{Тл}} .$

Відповідь: а) $R_x = -1,39 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}^{-1} \cdot \text{м}^3$; б) $R = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Ом}$;

в) $I = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ А}$; з) $U_x = 46 \text{ мВ}$; д) $S_A = 0,46 \frac{\text{В}}{\text{Тл}}$;

е) $S_I = 69 \frac{\text{В}}{\text{А} \cdot \text{Тл}} .$

Приклад 3.3.7. Спектральна густина магнітного поля, еквівалентного шуму, мікроприладу Холла, вимірювалася в двох режимах: в статичному і з використанням методу обертового струму. Розрахувати виграш у відношенні сигнал-шум при використанні методу обертового струму для мікроприладу Холла в діапазоні частот $0,1 \div 100 \text{ Гц}$.

Розв'язок

Шум і його середньоквадратична величина залежить від діапазону частоти. При заданій спектральній густині шуму $S_N(F)$, середньоквадратична величина шуму визначається як:

$$N_{\text{СКВ}} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} S_N(f) df} ,$$

де f_1 і f_2 – граничні частоти шумового діапазону.

а) *Статичний режим:* Розрізняють два види шуму: тепловий шум і флікерний ($1/f$) шум із сполучаючою частотою 300 Гц . У смузі пропускання частот $0,1 \div 100 \text{ Гц}$ домінує $1/f$ –шум і тепловим шумом можна знехтувати. Спектральну густину шуму можна описати за допомогою функції:

$$S_N = \frac{2 \cdot 10^{-12} \text{ Тл}^2}{f}.$$

Отже:

$$N_{\text{СКВ}} = \left(\int_{0,1}^{100} \frac{2 \cdot 10^{-12}}{f} df \right)^{1/2} \approx 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}.$$

б) *Режим із застосуванням методу обертового струму:* Спектральна густина шуму зменшується до теплового шуму, тобто до рівномірного розподілу за частотою, що описується сталої:

$$S_N = 3 \cdot 10^{-14} \frac{\text{Тл}^2}{\text{Гц}}.$$

Отже:

$$N_{\text{СКВ}} = \left(\int_{0,1}^{100} 3 \cdot 10^{-14} df \right)^{1/2} \approx 1,7 \cdot 10^6 \text{ Тл}.$$

Виграш у відношенні сигнал-шум для методу обертового струму для приладу Холла можна визначити як:

$$IF = \frac{N_{\text{СКВ } a}}{N_{\text{СКВ } б}} = \frac{3,7 \cdot 10^{-6}}{1,7 \cdot 10^6} \approx 2,2.$$

Відповідь: $IF = 2,2$.

3.3 Задачі для самостійного розв'язування

3.3.1. Розрахувати напругу, прикладену до переходу Джозефсона (ПД), і величину постійного (ненадпровідного) електричного струму, що протікає через ПД, якщо відома частота f джозефсонівської генерації на переході і електричний опір R ПД для ненадпровідного струму згідно з варіантом.

Варіант	f , ГГц	R , Ом
1	2,3	65
2	4,4	230
3	8,2	1250
4	16,2	4500
5	6,6	1000
6	7,4	2000
7	8,6	3000
8	10,6	4000
9	12,8	500
10	14,6	100

3.3.2. Магнітний потік крізь отвір сквіду з одним переходом Джозефсона (ПД) змінився на малу величину $\Delta\Phi \ll \Phi_0$ згідно з варіантом. Розрахувати, як зміниться різниця фаз хвилевої функції куперовських пар електронів на ПД.

Варіант	$\Delta\Phi, \Phi_0$	Варіант	$\Delta\Phi, \Phi_0$
1	0,00075	6	0,0055
2	0,0037	7	0,0035
3	0,018	8	0,028
4	0,075	9	0,0067
5	0,0082	10	0,0046

3.3.3. Сигнальна крива сквіду з двома переходами Джозефсона описується формулою

$$U(\text{мкВ}) = 450 + 320 \sin\left(\varphi_0 + \frac{2\pi\Phi_B}{\Phi_0}\right).$$

Який додатковий магнітний потік слід подати в контур сквіду через котушку зворотного зв'язку, щоб робоча точка магнітометра, побудованого на цьому сквіді, знаходилася на найкрутішій ділянці сигнальної кривої?

Варіант	φ_0 , градус	$\Delta\Phi, \Phi_0$
1	-1	12,5
2	5	15,4

3	-15	25,2
4	45	-5,3
5	-10	10,3
6	20	11,8
7	15	6,4
8	25	3,9
9	3	-3,5
10	-5	-5,9

3.3.4. Чутливість надпровідного магнітометра на сквіді з двома переходами Джозефсона становить $5 \cdot 10^{-5} \Phi_0$. Розрахувати мінімальну зміну індукції магнітного поля, яку можна зареєструвати за допомогою такого магнітометра, якщо внутрішній отвір його сквіді є прямокутником з розмірами згідно з варіантом:

Варіант	Розміри отвору сквіді	Варіант	Розміри отвору сквіді
1	250 × 400 мкм	5	150 × 300 мкм
2	800 × 1200 нм	7	600 × 1000 нм
3	400 × 500 нм	8	200 × 450 нм
4	150 × 200 нм	9	250 × 400 нм
5	300 × 600 нм	10	400 × 800 нм

4 СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧНІ СЕНСОРИ

4.1 Основні формули і визначення

Спектрофотометричні сенсори як один з видів оптичних сенсорів. Одним із найбільших класів сенсорів є оптичні сенсори, в яких первинну інформацію про досліджуваний об'єкт (процес) збирає і доставляє світло, а принцип дії ґрунтується на тих чи інших законах оптики. Привабливість оптичних сенсорів зумовлена тим, що світло здатне переносити дуже значні потоки інформації за малої потужнос-

ті, практично не впливаючи на стан об'єкта, не пошкоджуючи його, може проникати в об'єкт на значну глибину діяти дистанційно.

Класифікація оптичних сенсорів. У пасивних оптичних сенсорах з метою отримання інформації про об'єкт використовують природне зовнішнє освітлення або власне випромінювання об'єкта (теплове, люмінесцентне, викликане радіоактивними розпадами ядер власних або спеціально введених атомів тощо).

В активних оптичних сенсорах об'єкт цілеспрямовано опромінюють ззовні світлом певного спектрального складу, поляризації, направленості, модуляції і реєструють зміни характеристик цього світла, які відбулися в результаті його взаємодії з об'єктом.

Оптичні сенсори, в яких основну інформацію про об'єкт несуть зміни у спектральному розподілі інтенсивності світла, називають спектрофотометричними.

Оптичні сенсори, в яких основну інформацію про об'єкт отримують, спостерігаючи різні види люмінесценції, називають люмінесцентними.

Дуже цікавий і перспективний новий вид оптичних сенсорів, розробка якого припадає на кінець ХХ – початок ХХІ ст. складають сенсори, які використовують явище поверхневого плазмового резонансу (ППР-сенсори).

Вже давно відомі і широко застосовуються для особливо точних вимірювань оптичні сенсори, в яких використовується явище інтерференції світла – інтерферометричні сенсори або інтерферометри.

Оптичні сенсори, в яких основну інформацію про об'єкт несуть зміни в поляризації світла, називають поляриметричними.

До класу оптичних сенсорів належать також сенсори, в яких використовуються явища звичайного («релеївського») і комбінаційного розсіювання світла. Нагадаємо, що, коли монохроматичне світло проходить крізь оптичне середовище, взаємодіючи з його молекулами, воно може збуджувати коливальні або обертальні рухи груп їх атомів, через що у розсіяному світлі з'являються спектральні компоненти з характерною зміною частоти коливань. Виявляючи такі спектральні компоненти, вимірюючи їх інтенсивність і частотний зсув відносно зонduючого

монохроматичного світла, сенсор може отримати інформацію про наявність в об'єкті тих чи інших молекул і про їх концентрації (це так звана «раманівська» спектроскопія).

До класу оптичних належать також сенсори, в яких для отримання інформації використовується активна світлова локація, закони відбивання і заломлення світла, проходження його крізь неоднорідне середовище явища дифракції світла тощо.

Принципи роботи спектрофотометричних сенсорів.

Спектрофотометричний метод виявлення присутності та вимірювання концентрації біологічно важливих речовин давно відомий і широко використовується на практиці. Він заснований на тому, що більшість речовин мають свої специфічні спектри випромінювання і поглинання у тій чи іншій області спектра. Тому при проходженні світла крізь речовину його спектральний склад змінюється. За цими змінами можна виявити присутність контрольованої речовини (аналіту) (це якісний спектральний аналіз), а вимірюючи величину змін спектральних інтенсивностей, – обчислити концентрацію аналіту або його кількість (це кількісний спектральний аналіз – спектрофотометрія).

У техніці спектрофотометричні вимірювання проводять зазвичай на плоскопаралельних прозорих твердих пластинах, на тонких плоскопаралельних плівках, що містять аналіт, або на прозорих розчинах, залитих у плоскопаралельні кювети каліброваної товщини.

Відомо багато різновидів (методів, методик) спектрофотометрії. Якщо вимірювання здійснюють з використанням однієї кювети з розчином (або однієї пластини, плівки), то це – одноканальна спектрофотометрія. Якщо використовують декілька кювет (пластин, плівок) різної товщини або з різною концентрацією аналіту і порівнюють інтенсивності декількох пучків світла, що пройшли крізь них, то це – багатоканальна спектрофотометрія.

Якщо спектральні інтенсивності вимірюють лише на одній довжині хвилі, то такий метод називають однохвильовим, якщо на двох довжинах хвиль, то – двоххвильовим, якщо на багатьох довжинах хвиль, то – багатохвильовим. Може записуватися також неперервний спектр випромінювання, що пройшло крізь досліджувані зразки. Тоді для отримання результатів аналізу використовують весь розподіл спектральних інтенсивностей у виділеній області спектра (метод

неперервного спектра).

Залежно від області спектра, в якій виконуються спектрофотометричні дослідження, говорять про інфрачервону, видиму або ультрафіолетову спектрофотометрію.

Нагадаємо коротко закони поглинання і розсіювання світла. Основний закон ослаблення світла при проходженні крізь речовину в диференціальній формі має вигляд:

$$dI = -KI(x)dx, \quad (4.1)$$

де $I(x)$ – інтенсивність світла у речовині на глибині x ; dI – приріст інтенсивності світла після проходження дуже тонкого шару речовини товщиною dx , K – коефіцієнт ослаблення світла у речовині. Знак мінус означає, що при проходженні світла крізь речовину його інтенсивність зменшується. Ослаблення світла може відбуватися як за рахунок поглинання, так і за рахунок розсіювання світла речовиною. Коефіцієнт ослаблення світла речовиною $K(\lambda)$ у загальному випадку залежить від довжини хвилі світла λ . Якщо проінтегрувати диференціальний вираз (4.1) за товщиною шару речовини від 0 до d , приймаючи, що на вході у шар (при $x=0$) інтенсивність світла дорівнює I_0 , то отримаємо інтегральний закон проходження світла крізь шар речовини:

$$I(d) = I_0 e^{-Kd}, \quad (4.2)$$

Відношення інтенсивності світла після проходження шару речовини до інтенсивності падаючого на нього світла

$$T = \frac{I}{I_0} \quad (4.3)$$

називають *пропусканням світла*. Тоді інтегральний закон проходження світла крізь шар речовини записують у вигляді:

$$T(d) = e^{-Kd}, \quad (4.4)$$

Часто користуються також поняттям оптичної густини шару речовини

$$\mathcal{D} = -\lg T = \lg \frac{I_0}{I}. \quad (4.5)$$

Тоді інтегральний закон проходження світла крізь шар речовини записують у вигляді:

$$\mathcal{D}(d) = Kd \lg e = 0,4343Kd. \quad (4.6)$$

При роботі з пластинами, тонкими плівками, кюветами з розчином (рис. 4.1) доводиться враховувати також відбивання світла від їх передньої і задньої граней.

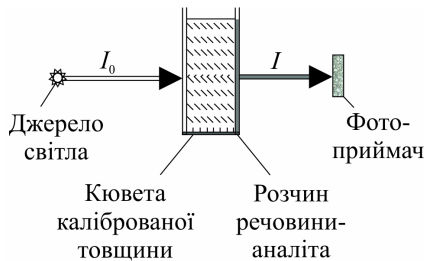


Рис. 4.1. Типова оптична схема спектродиметрії «на пропускання» світла

Тоді інтенсивність світла, що пройшло крізь досліджуваний зразок, описується формулою

$$I(d) = T_0 I_0 e^{-Kd}, \quad (4.7)$$

де T_0 – коефіцієнт пропускання кювети (пластини, тонкої плівки), що враховує тільки відбивання світла на гранях. Іноді в нього включають також «фонове» поглинання чистого розчинника (речовини пластини, плівки) за відсутності аналіту. В оптиці аналіт часто називають також барвником, оскільки він надає або змінює забарвлення розчину. У цьому випадку коефіцієнт пропускання T_0 показує, яка частка падаючого світла проходить крізь кювету з чистим розчинником (крізь пластинку плівку тощо) за відсутності аналіта. Якщо ми маємо розчин лише одного виду молекул (одного «барвника») у прозорому розчиннику, то

$$K = k_{\mu} c, \quad (4.8)$$

де k_{μ} – молярний коефіцієнт поглинання барвника; c – його молярна концентрація.

Вимірюючи спектральні інтенсивності I_0 і I у смузі поглинання барвника і знаючи пропускання кювети T_0 , значення k_{μ} і d , за формулами (4.7) – (4.8) можна обчислити концентрацію барвника.

Якщо ми маємо розчин декількох різних барвників у розчиннику, який і сам частково поглинає світло, то

$$K = k_p c_p + k_1 c_1 + k_2 c_2 + \dots + k_n c_n, \quad (4.9)$$

де $k_p, k_1, k_2, \dots, k_n$ – молярні коефіцієнти поглинання речовини-розчинника і 1-го, 2-го, ..., n -го барвників відповідно; $c_p, c_1, c_2, \dots, c_n$ – їх молярні концентрації.

Світло при проходженні крізь речовину може послаблюватися не лише через поглинання, але і через розсіювання. Тоді у формулах (4.2) з'являються аналогічні складові, зумовлені розсіюванням світла.

Поверхневий плазмонний резонанс та його застосування для побудови сенсорів. Сенсори на основі поверхневого плазмонного резонансу (ППР) або скорочено ППР-сенсори – це відносно новий клас сенсорів на відміну від спектрофотометричних і люмінесцентних сенсорів.

Сутність явища ППР, умови його спостереження. Поверхневі плаزمони – це хвилі змінної густини електричного заряду, які можуть виникати і поширюватися в електронній плазмі металу уздовж його поверхні або вздовж тонкої металевої плівки.

Виявилось, що за певних умов поверхневі плаزمони можуть збуджуватися під впливом поляризованого світла. Схема спостереження ППР, яку стали називати за прізвиськом автора геометрією Кречмана, показана на рис. 4.2.

Світло проходить крізь оптично прозоре середовище 1 з відносно великим показником заломлення, наприклад, крізь призму зі скла і падає під певним кутом на тонку металеву плівку 2, нанесену на поверхню скла. Кут падіння повинний бути більше кута повного внутрішнього відбивання. Частина світла проникає в метал і поширюється в ньому у вигляді швидко загасаючої електромагнітної хвилі 3. Остання

збуджує коливання вільних електронів металу – електронної плазми. І у цій плазмі можуть виникати колективні коливальні рухи електронів, які прийнято описувати як квазічастинки – поверхневі плаزمони.

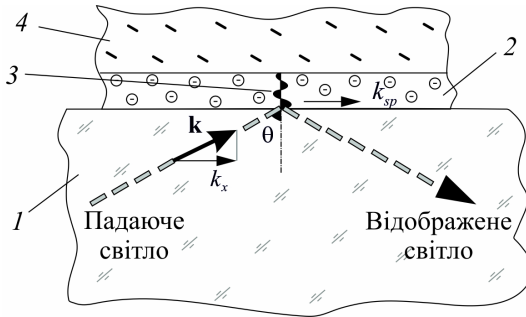


Рис. 4.2. Схема оптичного спостереження явища ППР: 1 – прозоре середовище з високим показником заломлення; 2 – тонка металева плівка; 3 – загасаюча електромагнітна хвиля; 4 – досліджувана рідина

Збудження стає особливо ефективними за умов, якщо:

- 1) світло поляризоване;
- 2) поляризація його така, що електричний вектор електромагнітної хвилі лежить у площині падіння, а магнітний вектор паралельний поверхні металу;
- 3) проекція k_x хвильового вектора \mathbf{k} фотонів світла на площину плівки дорівнює хвильовому вектору k_{sp} поверхневого плазмону.

За виконання цих умов значна частина енергії світла перетворюється на енергію плазмонів, внаслідок чого інтенсивність відбитого від поверхні металевої плівки світла різко падає. Це явище і називають поверхневим плазмонним резонансом.

Якщо металева плівка 2 досить тонка (< 200 нм), то значна частина загасаючої у металі електромагнітної хвилі досягає протилежного поверхні металу. І тоді ППР стає чутливим до властивостей того середовища 4, яке контактує з металом з іншого боку плівки. Від електричної поляризації цього середовища, зокрема від його діелектричної постійної (яка у діелектриків дорівнює квадрату показника заломлення світла), залежить стан мінімуму кривої ППР.

Умова рівності хвильових векторів записується у вигляді

$$\frac{2\pi}{\lambda} \bar{n}_c \sin \theta = k_{sp} \sqrt{\frac{\epsilon_m \bar{n}^2}{\epsilon_m + \bar{n}^2}}, \quad (4.10)$$

де λ – довжина хвилі світла; \bar{n}_c – показник заломлення середовища, на поверхні якого знаходиться металева плівка (зазвичай скла); θ – кут падіння світла на металеву плівку; k_{sp} – хвильовий вектор поверхневого плазмону металевої плівки; ϵ_m – модуль комплексної діелектричної проникності металу; \bar{n} – показник заломлення середовища, що знаходиться на протилежній стороні металевої плівки.

Як видно з цієї формули, зміни властивостей металу або показника заломлення середовища 4 змінюють праву сторону рівняння (4.10), внаслідок чого становище резонансу змінюється.

Види кривої ППР. Типова крива ППР, тобто залежність інтенсивності відбитого металевою плівкою світла від проекції хвильового вектора k_x на площину плівки, показана на рис. 4.3. Тут по вертикалі відкладена у відносних одиницях інтенсивність I відбитого світла, а по горизонталі – проекція k_x або пропорційна їй величина $(\bar{n}_c \sin \theta / \lambda)$ – теж у відносних одиницях. Спостерігається чіткий і досить гострий резонанс. При зміні властивостей металевої плівки (значень k_{sp} та ϵ_m) або показника заломлення \bar{n} розташованого зовні середовища мінімум резонансної кривої помітно зміщується.

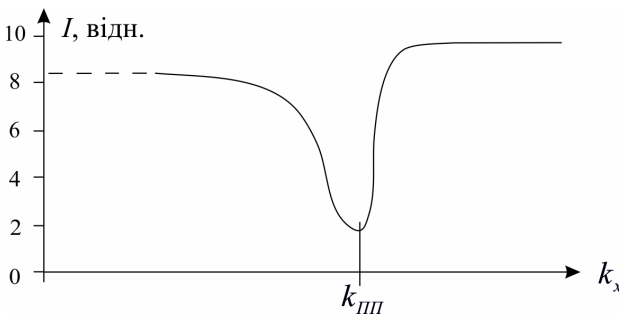


Рис. 4.3. Типова крива ППР – залежність інтенсивності відбитого світла від проекції хвильового вектора на площину плівки

Тому на самому початку вимірювань кривих ППР розглядалося

тільки як дуже чутливий метод вивчення оптичних властивостей і стану поверхні металів, оптичних властивостей металевих плівок, а пізніше – як один з найточніших методів рефрактометрії, тобто визначення показника заломлення рідин і газів. Адже цим методом вдається вимірювати показник заломлення з точністю до 6-го знака після коми. Завдяки останньому метод ППР почали використовувати і для визначення концентрації у рідинах розчинених речовин, які дещо змінюють їх показник заломлення.

Криву ППР можна спостерігати в одному з двох режимів.

Якщо зафіксувати кут падіння θ і опроміювати металеву плівку світлом широкого спектра, то, розклавши цей світ у спектр, спостерігатимемо ППР, як резонансний мінімум у розподілі спектральної інтенсивності відбитого світла. Ці залежності показані на рис. 4.4, *a*. По горизонталі відкладені значення хвильового числа $k = 1/\lambda$ в см^{-1} , по вертикалі – коефіцієнт відбивання у %. Чутливість виявлення змін в цьому випадку визначається мінімальним спектральним зсувом мінімуму ППР, який можна зареєструвати.

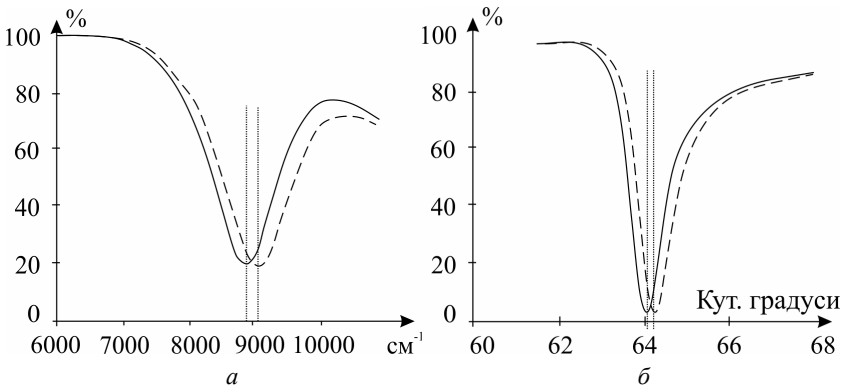


Рис. 4.4. *a* – спектральні і *б* – кутові криві ППР

Якщо застосувати монохроматичне світло ($\lambda = \text{const}$), то спостерігається резонансний мінімум у кутовій залежності інтенсивності відбивання (рис. 4.4, *б*). Тут по горизонталі відкладені значення кута відбивання у градусах. Чутливість виявлення змін у цьому випадку визначається вже найменшим кутовим зсувом мінімуму ППР, який можна зареєструвати. В обох випадках на рис. 4.4 суцільною лінією показана крива ППР за відсутності, а штриховою – за наявності по-

криття на золотій плівці. Мінімуми відбивання відзначені пунктирними лініями.

Аналіз оптоелектронних каналів ППР-сенсорів з паралельним і з розбіжним світловим пучком. ППР-сенсори з монохроматичним джерелом світла, які відстежують кутову залежність інтенсивності його відбивання, можна розділити на два види – ті, що працюють з паралельним, і ті, що працюють з розбіжним світловим пучком.

ППР-сенсор із паралельним світловим пучком. Типова оптична схема спостереження кутової залежності інтенсивності відбивання світла з використанням паралельного світлового пучка показана на рис. 4.5.

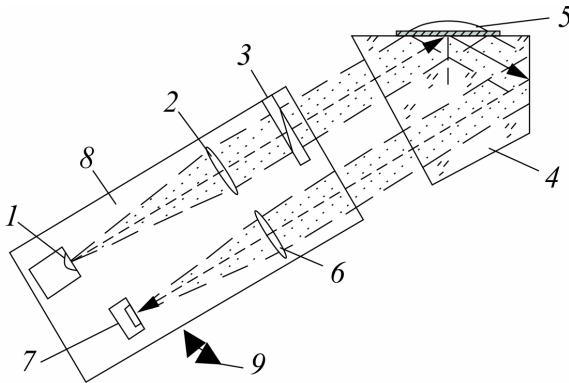


Рис. 4.5. Оптична схема спостереження ППР з використанням паралельного пучка світла і поворотного механізму

Джерело монохроматичного світла 1 (найчастіше – лазерний діод) розміщується у фокусі лінзи 2, що формує паралельний пучок світла. Таку лінзу в оптиці називають коліматором. Далі світло проходить крізь поляризатор 3 і прямує до скляної оптичної ретропризми 4, на верхній поверхні якої знаходяться тонкий металевий шар з лігандом і досліджуваний розчин 5. Відбите від цього об'єкта світло повторно відбивається від сусідньої межі ретропризми, розташованої під прямим кутом до робочої грані. При цьому такий повторно відбитий пучок світла завжди спрямований протилежно падаючому пучку, тому такі оптичні призми й називають ретропризмами. За допомогою лінзи 6 зворотно відбите світло збирається на чутливій поверхні фотоприймача 7, перетворюється у ньому на електричний сигнал, підсилюється

і надходить на АЦП. Отримане значення інтенсивності відбитого сигналу передається в мікропроцесор (він і АЦП з підсилювачем на рис. 4.5 для простоти не показані). Джерело світла 1, лінзи 2 і 6, поляризатор 3 і фотоприймач 7 встановлені на рухомому (відносно ретропризми) вузлі 8, який за допомогою точного механічного приводу 9 може переміщуватися, обертаючись навколо осі, що проходить через центр робочої ділянки 5 ретропризми. Відстань, на яку переміщується вузол 8, достатня для зміни кутів падіння і відбивання світла від робочої ділянки ретропризми 4 у межах $5-10^\circ$. Мікропроцесор може точно врахувати деяку нелінійність у залежності кута відбивання від переміщення вузла 8 і вплив температурних змін на цю залежність.

Проте паралельність пучка світла, сформованого навіть найкращою лінзою, не є ідеальною, оскільки джерело світла не є точковим. Кут α розбіжності світлового пучка в оптичній схемі на рис. 4.5 визначається розміром s випромінюючої області джерела світла і фокусною відстанню f колімаційної лінзи 2:

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ s}{\pi f}. \quad (4.11)$$

Кутова розбіжність пучка світла призводить до деякого «розмивання» кутового розподілу інтенсивності відбитого світла. І резонансний мінімум на кривій ППР стає менш гострим і менш глибоким.

Відзначимо, що формула (4.11) визначає фізичну кутову роздільну здатність схеми з паралельним світловим пучком, пов'язану з розмірами джерела світла. Цю роздільну здатність можна назвати фізичною, оскільки, використовуючи спеціальну математичну обробку результатів багатьох відліків резонансної кривої ППР, величину кутового зсуву можна визначити значно точніше. Можливість уточнення ґрунтується на тому, що резонансна область кривої ППР зсувається як ціле, практично не змінюючи своєї форми в області мінімуму. Маючи вимірювання інтенсивності в 50–100 її точках, можна розрахувати ту величину зсуву кривої, за якої сумарне середньоквадратичне відхилення від стандартної форми буде найменшим. Так розрахована величина зсуву відфільтровує всі шумові перешкоди і виявляється відповідно у 50–100 разів точніше, ніж пряме визначення точки мінімуму. По суті тут використовується узагальнення відомого принципу ноніуса.

Реальні джерела світла є також не зовсім монохроматичними. Їх

зазвичай характеризують напівшириною $\Delta\lambda$ спектральної області випромінювання. Це означає, що майже вся світлова потужність зосереджена в інтервалі довжин хвилі від $(\lambda - \Delta\lambda)$ до $(\lambda + \Delta\lambda)$. Якщо при довжині хвилі λ плазмонний резонанс має місце при куті θ , то при довжині хвилі $(\lambda + \Delta\lambda)$ – вже при дещо іншому куті $(\theta + \Delta\theta)$. Тобто спектральній ширині $\Delta\lambda$ смуги випромінювання відповідає певне розмивання кутового розподілу відбитого світла. Визначити зв'язок між $\Delta\lambda$ і $\Delta\theta$ можна, виходячи з того, що відношення $\sin \theta$ до λ має бути постійним, тобто

$$\frac{\sin \theta}{\lambda} = \text{const} . \quad (4.12)$$

Якщо прологарифмувати цей вираз і взяти похідну, то легко отримати співвідношення

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} . \quad (4.13)$$

Кутове розмивання кривої ППР, пов'язане з немонохроматичністю світла, можна тоді визначити за формулою

$$\Delta\theta_{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \text{tg} \theta \text{ у радіанах} . \quad (4.14)$$

Наприклад, якщо напівширина спектральної смуги випромінювання світлодіода складає $\Delta\lambda = 10$ нм, то при $\lambda = 630$ нм і $\theta = 64^{\circ}$ кутове розмиття кривої ППР, пов'язане з немонохроматичністю, складатиме $\Delta\theta_{\lambda} = 1,9^{\circ}$. Напівпровідниковий лазер має ширину спектральної смуги випромінювання порядку 1 нм, і за тих же умов відповідне кутове розмиття складає лише 11° .

У сумі фізична кутова роздільна здатність в оптичній схемі з паралельним пучком світла складає (у радіанах):

$$\Delta\theta = \frac{s}{f} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \text{tg} \theta . \quad (4.15)$$

Тут s – розмір випромінюючої області джерела світла; f – фокусна

відстань колімаційної лінзи; λ і $\Delta\lambda$ – довжина хвилі і пошарівна спектральної смуги випромінювання; θ – кут, під яким спостерігається ППР.

ППР сенсор із розбіжним світловим пучком. Декілька ідеалізована схема спостереження ППР із розбіжним світловим пучком показана на рис. 4.6. Пучок світла від точкового джерела 5 входить у призму 1 і відбивається від чутливої ділянки її поверхні 2, на яку нанесена досліджувана рідина 3. Відбите світло виходить із призми і падає на лінійку фотодетекторів 4. При цьому на кожний окремий фотодетектор 5 потрапляє світло, відбите під кутами від θ до $(\theta + \Delta\theta_p)$.

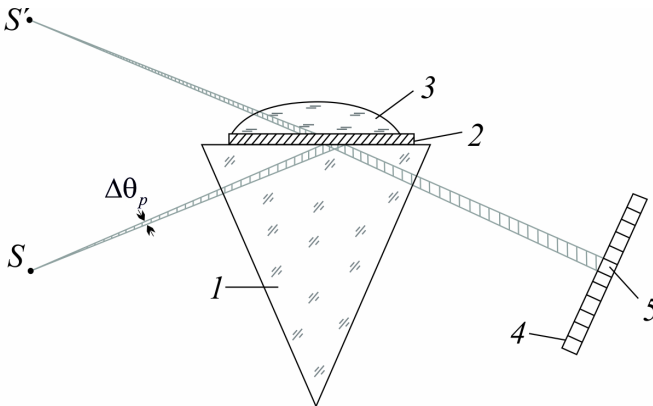


Рис. 4.6. Ідеалізована схема спостереження ППР із пучком світла, що розходить від точкового джерела S

Якщо лінійка фотодетекторів розташована ортогонально до напрямку поширення відбитого світла, то

$$\Delta\theta_p = \frac{s_\Phi}{L} \text{ (рад)}, \quad (4.16)$$

де s_Φ – розмір окремого фотодетектора у площині відбивання; L – повний шлях, який проходить світло від вершини розбіжного пучка світла до лінійки фотодетекторів. Якщо врахувати також немонохроматичність світла, то сумарна фізична кутова роздільна здатність в оптичній схемі з розбіжним пучком світла складає

$$\Delta\theta_p = \frac{s_\phi}{L} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \operatorname{tg} \theta \quad (\text{рад}). \quad (4.17)$$

4.2 Приклади розв'язування задач

Приклад 4.2.1. В кювету товщиною 2 мм залитий розчин барвника в концентрації 0,1 моль/л. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 5$ л/(моль · мм). Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $T_0 = 0,94$. Знайти коефіцієнт пропускання кювети з розчином.

Розв'язок

З інтегрального закону проходження світла (4.2) $I(d) = T_0 I_0 e^{-Kd}$ знаходимо:

$$T = \frac{I}{I_0} = T_0 e^{-Kd} = T_0 e^{-kcd}.$$

Підставляючи дані задачі, отримуємо:

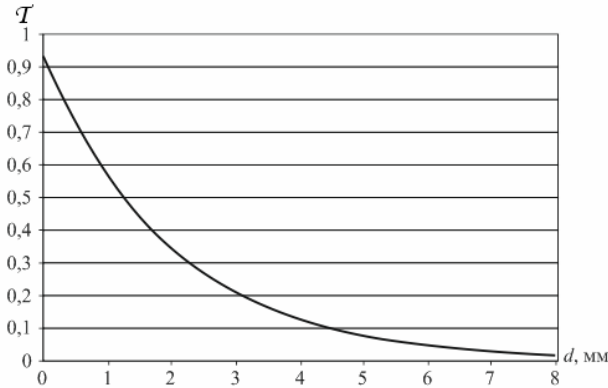
$$T = 0,94 e^{-5 \cdot 0,1 \cdot 2} = 0,3458.$$

Відповідь: $T = 0,3458$.

Приклад 4.2.2. В кювету товщиною d , мм залитий розчин барвника в концентрації 0,1 моль/л. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 5$ л/(моль · мм). Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $T_0 = 0,94$. Знайти залежність коефіцієнта пропускання кювети з розчином від товщини d .

Розв'язок

З задачі 4.2.1 отримали формулу $T = T_0 e^{-kcd}$, підставляючи в яку дані задачі, маємо: $T = 0,94 e^{-0,5d}$. Графік цієї залежності має такий вид:



Приклад 4.2.3. В кювету товщиною 2 мм залитий розчин барвника. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети з розчином $T = 0,74$, а без розчину $T_0 = 0,94$. Знайти концентрацію барвника в розчині.

Розв'язок

З формули задачі 4.2.1 знаходимо $c = \frac{1}{kd} \ln \frac{T_0}{T}$. Підставляючи дані задачі, отримуємо:

$$c = \frac{1}{5 \cdot 2} \ln \frac{0,94}{0,74} = 0,0239 \text{ моль/л} \approx 0,024 \text{ моль/л}.$$

Відповідь: $c = 0,024 \text{ моль/л}$.

Приклад 4.2.4. В кювету товщиною 5 мм залитий розчин двох барвників. Один барвник – в концентрації 0,1 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_1 = 2 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$, а другий – в концентрації 0,2 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_2 = 0,5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $T_0 = 0,95$. Знайти коефіцієнт пропускання кювети з розчином.

Розв'язок

Спочатку, використовуючи формулу (4.9), знаходимо коефіцієнт ослаблення $K = k_1 c_1 + k_2 c_2 = 3 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,4$. Потім знаходимо коефіцієнт пропускання

$$T = T_0 e^{-Kd} = 0,95 e^{-0,4 \cdot 5} = 0,1286.$$

Відповідь: $T = 0,1286$.

Приклад 4.2.5. В кювету товщиною 5 мм залитий розчин двох барвників. Один барвник – в концентрації 0,1 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_1 = 2$ л/(моль · мм), а другий – в невідомій концентрації з мольним коефіцієнтом поглинання $k_2 = 5$ л/(моль · мм). Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $T_0 = 0,95$. Знайти концентрацію другого барвника, якщо коефіцієнт пропускання кювети з розчином $T = 0,24$.

Розв'язок

З формули $T = T_0 e^{-Kd}$ знаходимо спочатку

$$e^{Kd} = \frac{T_0}{T} = \frac{0,95}{0,24} = 3,9583.$$

Звідси $Kd = \ln 3,9583 = 1,3758$ і $K = \frac{1,3758}{d} = \frac{1,3758}{5} = 0,2752$.

Потім з рівняння (4.9) $K = k_1 c_1 + k_2 c_2$ знаходимо

$$c_2 = \frac{K - k_1 c_1}{k_2} = \frac{0,2752 - 2 \cdot 0,1}{5} = 0,015 \text{ моль/л} = 15 \text{ ммоль/л}.$$

Відповідь: $c_2 = 15$ ммоль/л.

Приклад 4.2.6. В кювету товщиною 5 мм залитий розчин барвника в концентрації 0,1 моль/л. Мольний коефіцієнт поглинання барвника $k = 5$ л/(моль · мм). Коефіцієнт про-

пускання кювети без розчину $T_0 = 0,94$. Знайти оптичну густину кювети з розчином.

Розв'язок

Знайдемо спочатку пропускання кювети з розчином:

$$T = T_0 e^{-kd} = 0,94 e^{-5 \cdot 0,15} = 0,07716.$$

Тепер, використовуючи формулу (4.5), знаходимо оптичну густину кювети з розчином $D = -\lg T = -\lg 0,07716 = 1,113$.

Відповідь: $D = 1,113$.

Приклад 4.2.7. В кювету товщиною 5 мм залитий розчин двох барвників. Один барвник – в концентрації 0,2 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_1 = 3 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$, а другий – в концентрації 0,5 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_2 = 0,5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $T_0 = 0,95$. Знайдіть оптичну густину кювети з розчином.

Розв'язок

Спочатку, використовуючи формулу (4.9), знаходимо коефіцієнт ослаблення $K = k_1 c_1 + k_2 c_2 = 3 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,5 = 0,85$. Потім знаходимо коефіцієнт пропускання

$$T = T_0 e^{-Kd} = 0,95 e^{-0,85 \cdot 5} = 0,01355.$$

І на кінець знаходимо оптичну густину кювети з розчином

$$D = -\lg T = -\lg 0,01355 = 1,868.$$

Відповідь: $D = 1,868$.

Приклад 4.2.8. Полімерна плівка товщиною 0,2 мм без барвника має коефіцієнт пропускання $T_0 = 0,9$. Така ж плівка з барвником має коефіцієнт пропускання $T_0 = 0,64$. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 18 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Знайти концентрацію барвника в плівці.

Розв'язок

З формули задачі 4.2.1 знаходимо $c = \frac{1}{kd} \ln \frac{T_0}{T}$. Підставляючи дані задачі, отримуємо:

$$c = \frac{1}{18 \cdot 0,2} \ln \frac{0,9}{0,64} = 0,003788 \text{ моль/л} \approx 3,8 \text{ кмоль/л}.$$

Відповідь: $c = 3,8 \text{ кмоль/л}$.

Приклад 4.2.9. Якої частоти стоячі ультразвукові хвилі повинні збуджуватися в акустооптичному фільтрі, щоб він пропускав ближнє ІЧ світло з довжиною хвилі 1 мкм? Швидкість розповсюдження УЗ хвилі в матеріалі складає 1,5 км/с.

Розв'язок

Для того, щоб акустооптичний фільтр пропускав ближнє ІЧ світло з довжиною хвилі 1 мкм, відстань між пучностями повинна бути рівною 0,5 мкм. Враховуючи те, що між частотою УЗ хвилі ν , швидкістю її розповсюдження v і довжиною хвилі (тобто відстанню

між пучностями) існує зв'язок $\nu = \frac{v}{\lambda}$, знаходимо

$$\nu = \frac{1,5 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 3 \cdot 10^9 \text{ Гц} = 3 \text{ ГГц}.$$

Відповідь: $\nu = 3 \text{ ГГц}$.

4.3 Задачі для самостійного розв'язування

- 4.3.1. В кювету товщиною 5 мм залитий розчин барвника в концентрації 0,5 моль/л. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 3 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $\mathcal{T}_0 = 0,64$. Знайти коефіцієнт пропускання кювети з розчином.
- 4.3.2. В кювету товщиною 5 мм залитий розчин барвника. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 0,5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети з розчином $\mathcal{T} = 0,9$, а без розчину $\mathcal{T}_0 = 0,74$. Знайти концентрацію барвника в розчині.
- 4.3.3. В кювету товщиною 3 мм залитий розчин двох барвників. Один барвник – в концентрації 0,5 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_1 = 3 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$, а другий – в концентрації 2 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_2 = 5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $\mathcal{T}_0 = 0,74$. Знайти коефіцієнт пропускання кювети з розчином.
- 4.3.4. В кювету товщиною 7 мм залитий розчин двох барвників. Один барвник – в концентрації 0,6 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_1 = 8 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$, а другий – в невідомій концентрації з мольним коефіцієнтом поглинання $k_2 = 0,5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $\mathcal{T}_0 = 0,65$. Знайти концентрацію другого барвника, якщо коефіцієнт пропускання кювети з розчином $\mathcal{T} = 0,4$.
- 4.3.5. В кювету товщиною 9 мм залитий розчин барвника в концентрації 3 моль/л. Мольний коефіцієнт поглинання барвника $k = 8 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $\mathcal{T}_0 = 0,84$. Знайти оптичну густину кювети з розчином.

- 4.3.6. В кювету товщиною 9 мм залитий розчин двох барвників. Один барвник – в концентрації 2 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_1 = 0,5 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$, а другий – в концентрації 5 моль/л з мольним коефіцієнтом поглинання $k_2 = 0,8 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Коефіцієнт пропускання кювети без розчину $T_0 = 0,65$. Знайдіть оптичну густину кювети з розчином.
- 4.3.7. Полімерна плівка товщиною 0,5 мм без барвника має коефіцієнт пропускання $T_0 = 0,4$. Така ж плівка з барвником має коефіцієнт пропускання $T_0 = 0,34$. Молярний коефіцієнт поглинання барвника $k = 8 \text{ л}/(\text{моль} \cdot \text{мм})$. Знайдіть концентрацію барвника в плівці.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. **Войтович, И. Д.** Интеллектуальные сенсоры [Текст] / И. Д. Войтович, В. М. Корсунский. – М.: Интернет-Университет Информационных технологий: Бином, 2009. – 624 с.
2. Интеллектуальные сенсорные системы [Текст]: пер. с англ. / под ред. Дж. К. М. Мейджера. – М.: Техносфера, 2011. – 461 с.
3. **Джексон, Р. Г.** Новейшие датчики [Текст] – / Р. Г. Джексон. – М.: Техносфера, 2007. – 384 с.
4. Датчики: Справочное пособие / Под общ. ред. В.М. Шарапова, Е.С. Полищука. – М.: Техносфера, 2012.– 624 с.
5. **Боровий, М. О.** Наноматеріали, нанотехнології, нанопристрої [Текст] / М. О. Боровий, Ю. А. Куницький, О. О. Каленик, І. В. Овсієнко, Т. Л. Цареградська. – К.: Інтерсервіс, 2015. – 350 с.