МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Запорізька політехніка»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання самостійних робіт
з дисципліни
„МАТЕМАТИЧНІ ПАКЕТИ ПРИКЛАДНИХ ПРОГРАМ “
для студентів спеціальностей
152 Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка
153 Мікро- та наносистемна техніка

Галузь знань:
15 Автоматизація та приладобудування
денної й заочної форм навчання

2019

Методичні вказівки до виконання самостійних робіт з дисципліни „Математичні пакети прикладних програм“ для студентів спеціальностей 152 „Метролгія та інформаційно-вимірювальна техніка“ 153 „Мікро- та наносистемна техніка“ Галузь знань: 15 Автоматизація та приладобудування денної й заочної форм навчання / Укл.: В.І.Рева. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2019. – 64 с.

Укладачі: В.І. Рева доц., канд. фіз.-мат. наук

Рецензент: А.В. Коротун, доц., канд. фіз.-мат. наук

Відповідальний за випуск: А.В. Коротун, доц., канд. фіз.-мат. наук

Затверджено
на засіданні кафедри
мікро- та наноелектроніки

Протокол №2
від “ 30 “ вересня 2019 р.

Рекомендовано до видання
НМК ФРЕТ
Протокол №3
від “ 03 “ жовтня 2019 р.

ЗМІСТ

1 Мета та завдання навчальної дисципліни 4
2 Вступ 5
2.1 Присвоєння і висновок значень змінних і функцій 8
2.2 Табулювання функції 9
3 Самостійна робота № 1 11
3.1 Операції над матрицями 12
4 Самостійна робота № 2 14
4.1 Форматування графіків 19
4.2 Додавання об'єктів на графік 24
4.3 Застосування графічної «лупи» 24
5 Самостійна робота № 3 25
5.1 Матричний спосіб вирішення систем лінійних рівнянь 28
5.2 Рішення системи лінійних рівнянь методом Крамера 29
5.3 Рішення систем рівнянь графічним способом 29
5.4 Рішення систем рівнянь за допомогою функції solve 31
6 Самостійна робота №4 32
7 Самостійна робота №5 37
8 Самостійна робота №6 40
9 Самостійна робота №7 48
10 Самостійна робота №8 53
11 Самостійна робота №9 61
Бібліографічний список 63
Додаток А Приклад оформлення титульної сторінки 64

1 МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Математичні пакети прикладних програм» забезпечує базову підготовку інженерів у вивченні теорії і принципів роботи прикладних програм, що використовуються при проектуванні, моделюванні систем управління і автоматики. Вона готує слухачів до освоєння профілюючих дисциплін спеціальності, що розглядають теорію управління, елементи і пристрої автоматики, оптимальні та адаптивні системи.

Цілі і завдання дисципліни:

— Вивчення основних принципів, використовуваних в розробці інтегрованийних програмних продуктів.
— Вивчення структури, складу і призначення компонентів інтегрованого ПО, а також засобів організації взаємодії між компонентами і інструментальними засобами розширення функціональності.
— Формування навичок роботи із засобами автоматизації вирішення прикладних задач.
— Формування навичок використання вбудованих засобів розробки.

Вимоги до рівня освоєння дисципліни.

В результаті вивчення дисципліни студенти повинні:

— знати принципи побудови прикладних інформаційних систем;
— вміти використовувати сучасні програмні засоби для обробки різних видів інформації;
— вміти автоматизувати процес вирішення прикладних задач за допомогою вбудованих мов програмування;
— мати уявлення про сучасний стан і тенденції розвитку ринку прикладного ПЗ.

2 ВСТУП

MATLAB − одна з найстаріших, ретельно опрацьованих і перевірених часом систем автоматизації математичних розрахунків, побудована на розширеному поданні та застосуванні матричних операцій. Однак синтаксис мови програмування системи настільки продуманий, що ця орієнтація майже не відчувається тими користувачами, яких не цікавлять безпосередньо матричні обчислення. Матриці широко застосовуються в складних математичних розрахунках, наприклад при вирішенні задач лінійної алгебри та математичного моделювання статичних і динамічних систем і об'єктів. Вони є основою автоматичного складання і рішення рівнянь стану динамічних об'єктів і систем.

В MATLAB реалізовані сучасні чисельні методи комп'ютерної математики, використовуються потужні засоби графічної візуалізації та анімаційної графіки. Можливості системи досить великі, а по швидкості виконання завдань вона нерідко перевершує своїх конкурентів і може бути застосована для розрахунків практично в будь-якій області науки і техніки.

Ітерфейс користувача

Призначений для користувача інтерфейс системи MATLAB багатовіконний і має ряд засобів прямого доступу до різних компонентів системи (рис. 2.1). Основну частину вікна програми займає командне вікно (Command Window), в якому розташован рядок введення, що починається спеціальним маркером - символами «>>». В ній записуються команди для виконання системою. У лівій частині вікна програми розташовано вікно історії команд (Command History), в якому відображаються команди, які вводить користувач. При необхідності ці команди можна знову виконати, зробивши подвійне клацання миші по потрібній команді у вікні історії команд.

При наборі команд користувач може використовувати клавіші [←], [→], [Home], [End], [Delete], [BackSpace] для переміщення по рядку введення або видалення символів. Для скасування введення (очищення рядка введення) використовується клавіша [Esc]. Слід звернути увагу на застосування клавіш [↑] и [↓]. Вони використовуються для підстановки після маркера рядка введення раніше введених команд, наприклад для їх виправлення, дублювання або доповнення. При цьому зазначені клавіші забезпечують перегортання раніше введених рядків знизу нагору або зверху вниз.

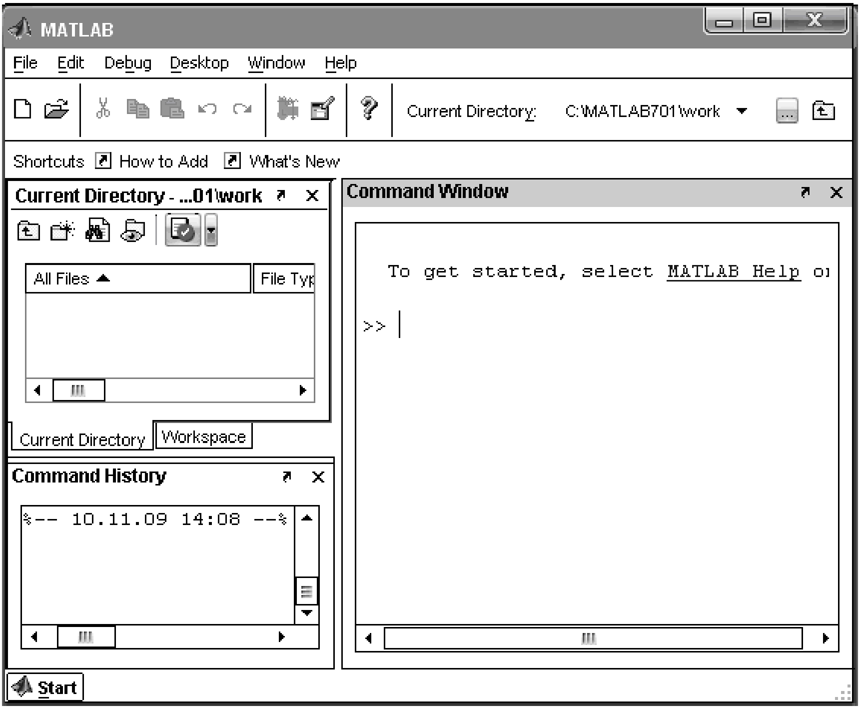


Рисунок 2.1 − Інтерфейс системи MATLAB

Введення команди завершується натисканням клавіші [Enter], при цьому MATLAB відразу ж виконує команду і виводить в наступному рядку результат. Для того щоб результат не виводився на екран, в кінці команди ставиться символ «;».

Якщо команда занадто довга, то можна перенести частину її на новий рядок. Для цього в місці перенесення потрібно поставити пробіл і три крапки (...), а потім з нового рядка продовжити запис команди.

Для очищення командного вікна використовується команда clc.

Основні об'єкти MATLAB

Центральним поняттям всіх математичних систем є математичний вираз. Воно задає те, що повинно бути обчислено в чисельному (рідше в символьному) вигляді. Математичні вирази будуються на основі чисел, констант, змінних, операторів, функцій і різних спецзнаків.

Число − найпростіший об'єкт мови MATLAB, що представляє кількісні дані. Числа використовуються в загальноприйнятому поданні про них. Вони можуть бути цілими, дробовими, з фіксованою і плаваючою комою, комплексні. Приклади представлення чисел в MATLAB приведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 − Приклади представлення чисел

Звичайне уявлення	В системі MATLAB
2	2
–3,4	–3.4
–123,241	–1.23241e2
0,000412	4.12e–4
2+3,7i	2+3.7i
0,54	.54
0,2+3i	.2+3i

Константа − це попередньо визначене числове або символьне значення, представлене унікальним ім'ям. В MATLAB існують деякі стандартні константи, наприклад число "пі" (pi), значення уявної одиниці (i). Символьної константою вважається будь-яка послідовність символів, укладених в апострофи, наприклад 'Hello!'.

Змінна − це мающий ім'я об'єкт, здатний зберігати деякі дані. Залежно від цих даних змінні можуть бути числовими або символьними, векторними або матричними.

Ім'я змінної має починатися з літери, може містити букви, цифри і символ підкреслення. Ім'я не повинно збігатися з іменами інших змінних, функцій і процедур системи. Пропис-ні та малі літери в MATLAB розрізняються. Таким чином, змінні s і S - це дві різні змінні.

Для знищення визначення змінної використовується спеціальна команда:

- **clear** – знищує всі змінні;
- **clear x** – знищує змінну *x*;
- **clear x,y** – знищує змінні *x* и *y*.

Оператор − це спеціальне позначення для певної операції над даними - *операндами*. Наприклад, арифметичними операторами є знаки суми (+), віднімання (-), множення (*), ділення (/), зведення в ступінь (^). Оператори використовуються спільно з операндами. Наприклад, у виразі 2 + 3 знак «+» є оператором складання, а числа 2 і 3 - операндами.

Функції − це мають унікальні імена об'єкти, які виконують певні перетворення своїх аргументів і при цьому повертають результати цих перетворень. Всі імена функцій в MATLAB пишуться малими літерами. Перелік основних функцій наведено в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 − Основні функції

Функція	Опис
sin(x)	Обчислення сінуса числа *x*
asin(x)	Обчислення арксінуса числа *x*
cos(x)	Обчислення косінуса числа *x*
tan(x)	Обчислення тангенса числа *x*
log(x)	Обчислення натурального логарифма числа *x*
log2(x)	Обчислення логарифма числа *x* по підставі 2
log10(x)	Обчислення десятичного логарифма числа *x*
sqrt(x)	Обчислення квадратного корня з числа *x*
exp(x)	Зведення константи е в ступінь x
abs(x)	Обчислення модуля числа *x*
pow2(x)	Зведення числа 2 в ступінь *x*

2.1 Присвоєння і висновок значень змінних і функцій

Для завдання змінної значення використовується оператор присвоювання

Ім'я_змінної = Значення;

Для виведення значення змінної потрібно в командному рядку ввести її ім'я і натиснути клавішу [Enter].

При обчисленні значень арифметичних виразів потрібно набрати в командному рядку цей вислів і натиснути клавішу [Enter].

Перед тим як обчислювати значення математичного виразу, необхідно визначити значення кожної що входить в нього змінної. Обчислюється вираз може містити будь-яку кількість змінних, операторів і функцій.

При арифметичних обчисленнях в MATLAB дотримується наступний порядок:

а) значення функцій;

б) зведення в ступінь;

в) множення і ділення в порядку їх слідування;

г) додавання і віднімання в порядку їх слідування.

Для зміни порядку дій використовуються круглі дужки.

Приклад:

Обчислити значення виразу

$z = \dfrac{x^2 + y}{3 - |\sin x|} + 2$ при x=25, y=3,6.

Порядок ввода:

```
>> x=25;
>> y=3.6;
>> z=(x^2+y)/(3–abs(sin(x)))+2
```

В результаті отримаємо z=221.204.

Приклад

Обчислити значення виразу $\cos^2 \dfrac{2}{3}\pi$.

Порядок ввода:

```
>> cos(2/3*pi)^2
```

В результаті отримаємо число 0,25.

2.2 Табулювання функції

Протабулювати функцію − це обчислити всі її значення при кожному значенні аргументу в зазначеному діапазоні. При табулірованні функції необхідно задати значення аргументу, при яких будуть обчислюватися значення функції.

Для завдання діапазону чисел необхідно написати ім'я переменной, поставити знак присвоювання, а потім через двокрапку начільного значення, крок і кінцеве значення:

Ім'я_змінної = Початкове значення: Крок: Кінцеве_значення;

Якщо крок дорівнює 1, то його можна не вказувати, а задати тільки початкове і кінцеве значення. Після введення діапазону значень ар-гумента функції задається сама функція.

Так як аргумент має кілька значень, то виконання опе-рацій множення, ділення і піднесення до степеня має виконувати-ся поелементно над кожним із значень. Для цього використовуються операції. *, ./ і. ^, Відповідно.

Для множення на число, додавання і віднімання використовуються звичайні операції *, + і -, відповідно.

Приклад

Обчислити значення функції $y = 2x\sin x$ и $z = 3x^2 + \cos x$ при $x \in [-1{,}5;\ 1{,}5]$ з кроком 0,5.

Порядок ввода:

```
>> x=–1.5:0.5:1.5
>> y=2*x.*sin(x)
>> z=3*x.^2+cos(x)
```

В результаті отримаєм:

```
x =
  –1.5000  –1.0000  –0.5000       0   0.5000   1.0000   1.5000
y =
   2.9925   1.6829   0.4794       0   0.4794   1.6829   2.9925
z =
   6.8207   3.5403   1.6276   1.0000   1.6276   3.5403   6.8207
```

3 САМОСТІЙНА РОБОТА № 1

I. Обчислити значення виразу при a=3, b=2,6:

1) $\cos\frac{3\pi}{7}$;

2) $e^{-2}+\sin^2 3\pi$;

3) $\sqrt{\mathrm{tg}\frac{7}{9}\pi}$;

4) $\ln\frac{2b}{3}+e$;

5) $\log_2 256+2^a$;

6) $\sqrt[3]{12+a}-\frac{\ln 7}{b+3}$;

7) $\sin^2\frac{3\pi}{8}-\sqrt{963-27^2}$;

8) $\ln 3+\lg 4$;

9) $\frac{\sin b+\cos(a+2b)}{2}$;

10) $\cos^3 3\pi+\sqrt{e}+e^{-8}$.

11) $\sqrt{\sin 5\pi}+\sqrt{|\cos 5\pi|}$;

12) $\arcsin 0{,}73$;

13) $\frac{|\mathrm{a}-3|-5\sqrt{|\mathrm{b}-2|}}{\mathrm{a}+2\mathrm{b}}$;

II. Протабулировать функции f, g, y, f+g:

1) $x\in[-2;\ 2]$, h=0,2, $f=|x-1|^2$, $g=\cos^2(3x)$, $z=2x^3-3x^2+1$;

2) $x\in[-4;\ 3]$, h=0,6, $f=\ln|x+5|$, $g=\sin x+\cos(2x)$, $z=\sqrt{x^2+2}$;

3) $x\in[2;\ 12]$, h=1, $f=\lg x+1$, $g=3|x-3|$, $z=\frac{2x^2}{5+x}$.

Робота з матрицями

Елементи матриці задаються в квадратних дужках, причому елементи одного рядка відокремлюються одна від одної пропуском або комою, а рядки відокремлюються один від одного крапкою з комою.

Приклад

Задати матрицю $M_{2\times 2}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5{,}5 & 1 \end{pmatrix}$.

Порядок введення:

```
>> M = [3 –1; 5.5 1]
```

Для звернення до окремого елементу матриці потрібно вказати ім'я матриці і індекси елемента в круглих дужках.

3.1 Операції над матрицями

Для роботи з матрицями в MATLAB існують спеціальні команди і функції. Основні операції з матрицями наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 − Операції с матрицями

Команда	Описание
A+B	Додавання матриць A і B однакової розмірності
A–B	Віднімання матриць A і B однакової розмірності
A*B	Матричне множення масивів ($A_{n\times m}\cdot B_{m\times k}=C_{n\times k}$)
A.*B	Поелементне множення матриць *A* и *B* однакової розмірності
A./B	Поелементне ділення матриць *A* и *B* однакової розмірності
A.^k	Поелементне возведення масива в ступінь *k*
A’	транспонування матриці *A*
A^–1 inv(A)	Обчислення оберненої матриці (A^{-1})
det(A)	Обчислення визначника матриці ($\|A\|$)
size(A)	Визначення розмірності матриці *A*
trace(A)	Слід матриці A (сума елементів на головній діагоналі)
sum(A)	Сума елементів в кожному стовпці матриці A
prod(A)	Множення елементів в кожному стовпці матриці A
diag(A)	Вектор-стовпець елементів головної діагоналі матриці A
sort(A)	Сортування кожного стовпця матриці A
max(A)	Обчислення максимуму в кожному стовпці матриці A
min(A)	Обчислення мінімуму в кожному стовпці матриці A
mean(A)	Обчислення середнього значення в кожному стовпці матриці A
rot90(A)	Поворот матриці A вліво на 90
fliplr(A)	Відобразити матрицю A зліва направо
flipud(A)	Відобразити матрицю A зверху вниз
A(n,:) = []	Видалення з матриці A рядки з номером n
A(:,n) = []	Видалення з матриці A стовпця з номером n

Приклад

Дані матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Обчислить $A \cdot B^{-1}$.

Порядок введення:

```
>> A=[2 –1;1 3]
>> B=[4 6;–5 3]
>> A*B^–1
```

В результаті отримаєм матрицю $\begin{pmatrix} 0{,}0238 & -0{,}381 \\ 0{,}4286 & 0{,}1429 \end{pmatrix}$.

4 САМОСТІЙНА РОБОТА № 2

I. Дані матриці:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -2 & 7 & 2 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

а) Обчислити:
− суму матриць А і В;
− різниця матриці В і А;
− поелементне твір матриць;
− матричне твір матриць;
− квадрат матриці А (помножити матрицю А саму на себе);
− поелементне зведення матриці А в квадрат;
− визначник матриці А;
− зворотний матрицю до матриці В;
− слід матриці В;
− суму елементів кожного стовпця матриці А;
− твір елементів кожного рядка матриці В;
− суму елементів на головній діагоналі матриці В;
− твір мінімальних елементів кожного стовпця матриці А;
− середнє значення всіх елементів матриці В.

б) Відобразити матрицю А зверху вниз.
в) Відобразити матрицю В зліва направо.
г) Повернути матрицю В вліво на 90
д) Повернути матрицю В вправо на 90
е) Помножити матрицю В на число 2.
є) Транспонувати матрицю А.
ж) Присвоїти останнього елемента матриці В значення 7.
з) Збільшити другий елемент першого рядка матриці А на 2.
и) Видалити з матриці А останній рядок.
і) Видалити з матриці В перший стовпець.
ї) Відсортувати елементи в кожному стовпці матриці В.
й) Відсортувати елементи в кожному рядку матриці А.

II. Дано масиви:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 3 & 1\\ -1 & -2 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-3 & 1 & 2\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}2 & 4 & 3\\ -2 & 1 & 2\\ 4 & 5 & 1\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 3\end{pmatrix}.$$

Обчислити:
1. B^{T}.
2. $A+C^{-1}$.
3. $A^{-1}\cdot B^{\mathrm{T}}$.
4. $B\cdot D$.
5. $A\cdot C$.
6. $C\cdot A$.
7. $A\cdot A\cdot A$.
8. $2\cdot D+B^{\mathrm{T}}$.
9. $|A|+|C|$.
10. $(A^{\mathrm{T}}+C)^2$.
11. A·D·B.
12. 3·A/C

Побудова двовимірних графіків

Функції однієї змінної y (x) знаходять широке застосування в практиці математичних та інших розрахунків, а також в техніці комп'ютерного математичного моделювання. Для відображення таких функцій використовуються графіки в декартовій (прямокутної) системі координат. При цьому зазвичай будуються дві осі - горизонтальна X і вертикальна Y, і задаються координати x і y, що визначають вузлові точки функції y (x). Ці точки з'єднуються один з одним відрізками прямих, тобто при побудові графіка здійснюється лінійна інтерполяція для проміжних точок. Оскільки MATLAB - матрична система, сукупність точок y (x) задається векторами X і Y однакового розміру.

При побудові графіків з'являється графічне вікно. Іноді воно буває приховано раніше наявними вікнами як системи MATLAB, так і інших додатків. Якщо ви не побачили вікна графіка, то пошукайте його в списку відкритих вікон (додатків) на панелі завдань або за допомогою клавіш [Alt]+[Tab].

Порядок роботи при побудові графіка функції наступний:

а) Задати значення аргументу функції.

б) Задати функцію.

в) Побудувати графік.

г) Відформатувати графік.

д) Додати на графік додаткові елементи.

Для побудови графіків функцій в MATLAB служить команда plot, що має кілька варіантів запису (x - аргумент функції, y-функція):

- plot (x, y) - будує графік однієї функції;
- plot (x, y, s) - будує графік функції з заданим типом і кольором лінії і точок (s - строкова константа);
- plot (x, y1, x, y2, ...) - будує графіки декількох функцій в одній системі координат;
- plot (x, y1, s1, x, y2, s2, ...) - будує графіки декількох функцій в одній системі координат с заданим типом і кольором лінії і точок.

За допомогою строкової константи s можна змінювати колір лінії, представляти вузлові точки різними відмітками (точка, коло, хрест і т. Д.) І міняти тип лінії графіка. Значення строкової константи представлені в табл. 4.1., 4.2., 4.3

Таблиця 4.1 − Колір лінії

Код	Опис	Код	Опис
Y	Жовтий	G	Зелений
M	Фіолетовий	B	Синій
C	Блакитний	W	Білий
R	Червоний	K	Чорний

Таблиця 4.2 − Тип крапки

Код	Опис	Код	Опис
.	Крапка	D	Ромб
0	Окружність	V	Трикутник
X	Хрест	<	Трикутник
+	Плюс	>	Трикутник
*	Зірочка	P	П'ятикутник
S	Квадрат	H	Шестикутник

Таблиця 4.3 − Тип лінії

Код	Опис
-	Суцільна
-.	Штрихпунктир
--	Штрихова

При відсутності вказівки на колір ліній і точок він вибирається автоматично з таблиці кольорів.

Приклад

1. Побудувати графік функції y = sinx на відрізку [-4; 4], крок 0,2.

Порядок введення:

```
>> x = -4: 0.2: 4;
>> y = sin (x);
>> plot (x, y)
```

2. Побудувати графік цієї ж функції штриховий лінією фио-Лєтова кольору, зазначивши точки ромбами.

Порядок введення:

```
>> x = -4: 0.2: 4;
>> y = sin (x);
>> plot (x, y, 'dm--')
```

В результаті кожного побудови вийдуть графіки, представлені на рис.4.1.

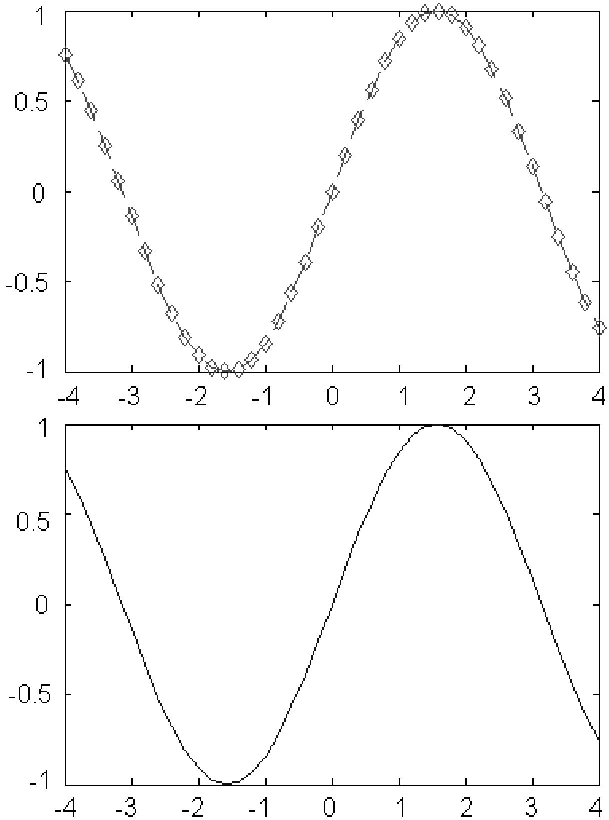


Рисунок 4.1 − Графіки функції y = sinx стандартного виду і з заданими параметрами

Приклад

Побудувати в одній системі координат графіки функцій y = sinx і z = cosx на відрізку [-5; 5] з кроком 0,2.

Порядок введення:

```
>> x = -5: 0.2: 5;
>> y = sin (x);
>> z = cos (x);
>> plot(x,y,'-.+r',x,z,'--ok')
```

У результаті вийдуть графіки, представлені на рис. 4.2. Тут графік першої функції будується штрихпунктирной лінією з точками у вигляді знака «плюс» червоного кольору, а графік другої функції будується штриховий лінією з кружками чорного кольору. На жаль, на чорно-білих малюнках замість різних кольорів видно різні градації сірого кольору.

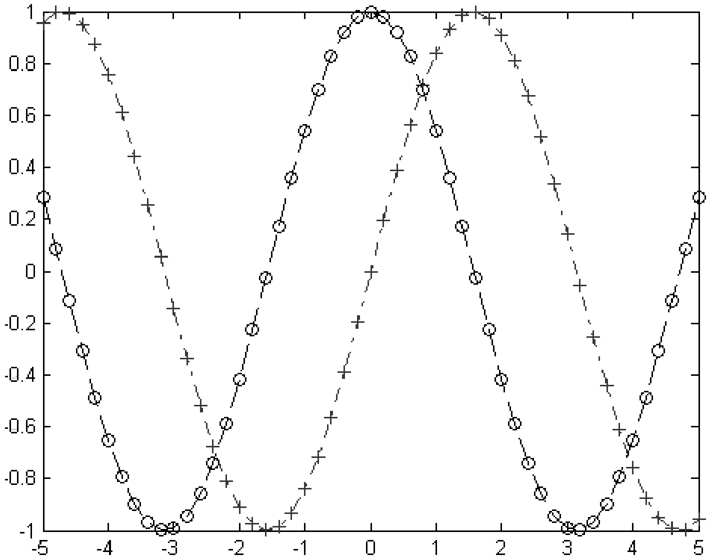
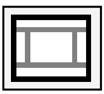
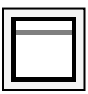


Рисунок 4.2 − Графики функций *y*=sin*x* и z=cos*x*

4.1 Форматування графіків





Для включення и виключення режиму редагування графіка використовуються кнопки **Show Plot Tools (Показати вікно властивостей графіка)** и **Hide Plot Tools (Приховати вікно властивостей графіка)** на панелі инструментів в вікні графіка.

У нижній частині вікна редагування знаходиться панель для форматування графіка (Property Editor), яка має різний вигляд в залежності від того, який елемент графіка виділений (рис. 4.3). Клацнувши по потрібному елементу, можна змінити параметри форматирования даного елемента (товщина і колір лінії, тип і розміри маркерів, підписи і т.д.).

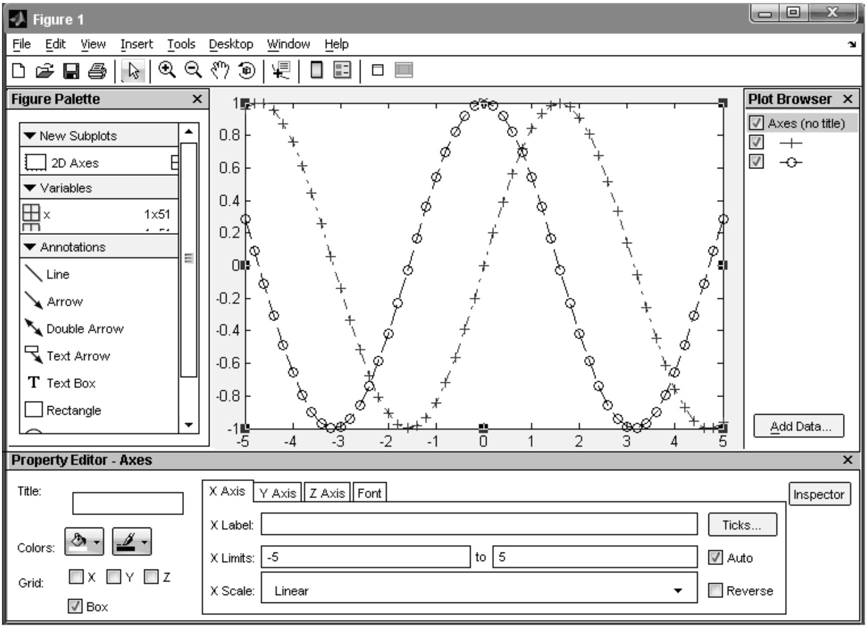


Рисунок 4.3 − Вікно графіка в режимі редагування

Основні команди форматування для різних елементів графіка наведені в табл. 4.4.

Приклад

Побудувати в одній системі координат графіки функцій y = sinx і z = sin3x на відрізку [-6; 6] з кроком 0,1.

Порядок введення:

```
>> x = -6: 0.1: 6;
>> y = sin (x);
>> z = sin (x). ^ 3;
>> plot (x, y, x, z)
```

Отриманий графік відформатуємо за допомогою вікна властивостей графіка (рис. 4.4.).

Таблиця 4.4 − Команди форматування графіка

Виділений елемент графіка	Команда	Опис
вікно графіка	Figure Name	Заголовок вікна графіка
	Figure Color	Колір фону вікна графіка
Графік (Область побудови)	Title	Тема графіка
	Colors	Колір фону області побудови
	Grid	Лінії сітки
	X Axis: X Label X Limits X Scale Ticks	Ось X
	Font	Підпис осі X
Лінія графіка	Display Name	Інтервал значень на осі X
	Plot Type	Тип шкали осі X
	Line Style	Мітки по осях
	Line Width	шрифт
	Color	ім'я ряду
	Marker	Тип графіка
	Marker Size	Тип лінії
	Marker Edge Color	Товщина лінії
Підпис	Line Style	Колір лінії
	Line Width	Тип маркера
	Edge Color	Розмір маркера
	Background	Колір маркера

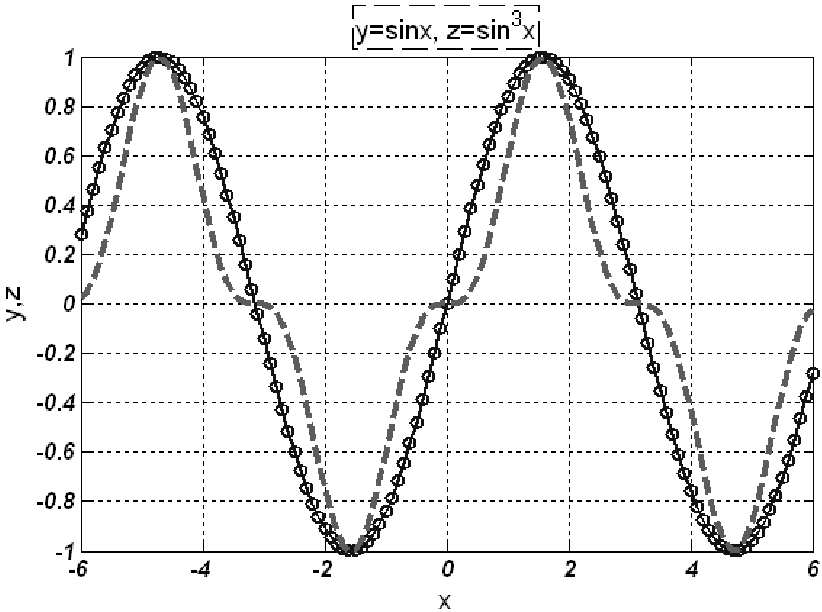


Рисунок 4.4 − Отформатированні графіки функцій

Також можна відформатувати графік, використовуючи спеціальні команди:

• **grid** - додавання сітки;

• **xlabel ('текст')** - додає підпис по осі X;

• **ylabel ('текст')** - додає підпис по осі Y;

• **title ('текст')** - додає заголовок графіка;

• **legend ('текст1', ...)** - додає легенду;

• **text (X, Y, 'текст')** - додає текст в точку з координатами (X, Y);

• **axis ([xmin xmax ymin ymax])** - задає шкалу по осях X і Y;

• **line ([X1 X2], [Y1 Y2])** - будує лінію від точки з координатами (X1, Y1) до точки з координатами (X2, Y2);

• **set (графік, 'параметр1', значення, ...)** - задає параметри форматування графіка (color - колір лінії, linewidth - товщина лінії, linestyle - тип лінії).

Приклад

Побудувати і відформатувати графіки функцій y = 2x3 + 3x2 і z = 3 | 3x-5 | на відрізку [-5; 5] з кроком 0,1.

Порядок введення:

```
>> x=–5:0.1:5;
>> y=2*x.^3+3*x.^2;
>> z=3*abs(3*x–5);
>> g=plot(x,y,x,z)
>> set(g,'linewidth',3,'linestyle','--')
>> title('Plots')
>> xlabel('x')
>> ylabel('y, z')
>> grid
>> legend('y','z')
>> text(–2.5,80,'z')
>> line([–2.4 –2.2],[70 50])
>> text(–1.5,–50,'y')
>> line([–1.4 –1.2],[–40 5])
```

Отриманний графік показан на рис. 4.5.

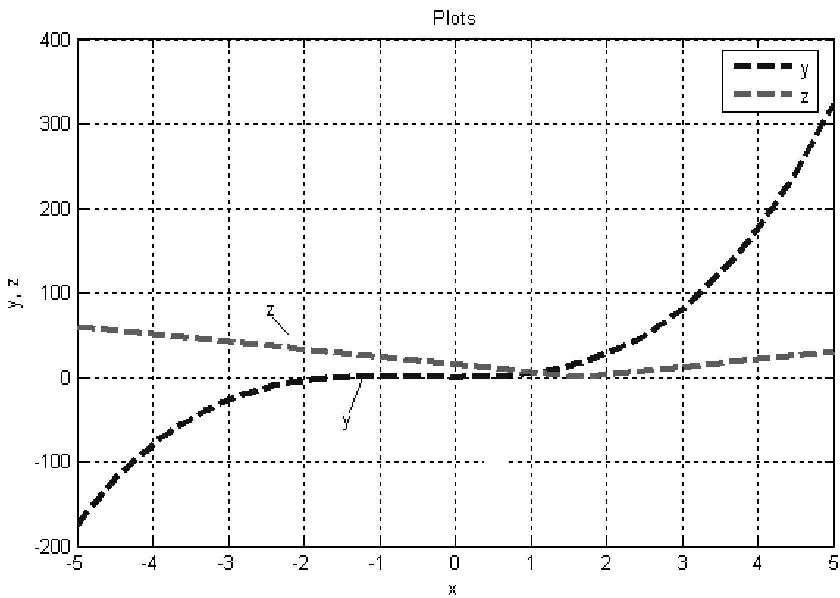


Рисунок 4.5 − Форматування графіків

4.2 Додавання об'єктів на графік

Додатково на графік можна нанести різні об'єкти за допомогою відповідних команд пункту меню Insert:

X Label - підпис осі X;
Y Label - підпис осі У;
Title - заголовок графіка;
Legend - легенда;
Line - лінія;
Arrow - стрілка;
Text Arrow - стрілка з текстом;
Double Arrow - подвійна стрілка;
TextBox - текстове поле;
Rectangle - прямокутник;
Ellipse - еліпс;
Axes - осі.

4.3 Застосування графічної «лупи»

На панелі інструментів є кнопки з зображенням лупи і знаками «+» і «-». З їх допомогою виконуються команди **Zoom In (Збільшити)** і **Zoom Out (Зменшити).** Це дозволяє збільшувати або зменшувати масштаб перегляду зображення.

5 САМОСТІЙНА РОБОТА № 3

I. Побудувати графіки функцій в одній системі координат, відформатувати їх за допомогою вікна властивостей графіка за зразком:

а) $f=\ln x + x^2$, $x\in[1; 7]$, шаг 0,4;

б) $f=x^2$, $y=\sin x$, $x\in[-5; 5]$, шаг 0,5;

в) $f=\sin x^2 - \cos x$, $y= x^2 - 3$, $x\in[-4; 4]$, шаг 0,3;

г) $f= \sin x^2 + \cos x$, $y=x^2 - 4$, $z=\sqrt{|x|}-0{,}8$, $x\in[-4; 4]$, шаг 0,4.

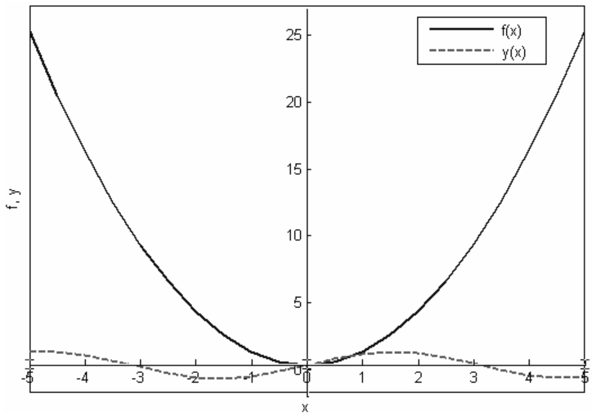


Рисунок 5.1 − Графік функції $f=\ln x + x^2$, $x\in[1; 7]$, шаг 0,4

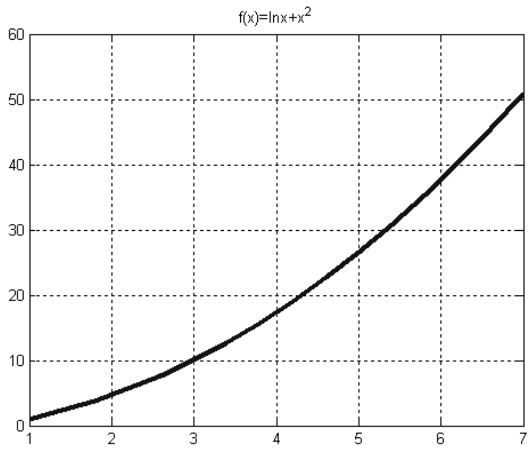


Рисунок 5.2 − Графік функції $f=x^2$, $y=\sin x$, $x\in[-5; 5]$, шаг 0,5

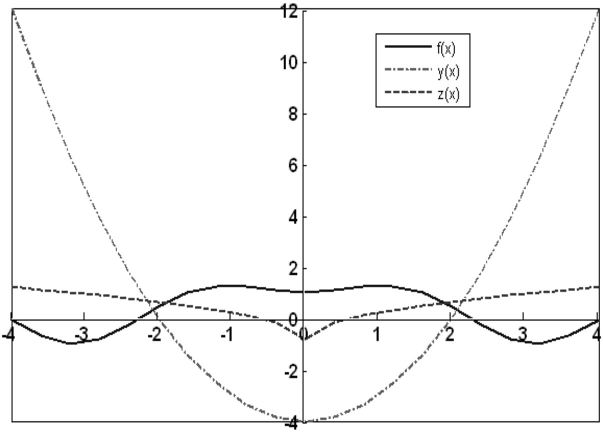


Рисунок 5.3 − Графік функції f=sinx^2 – cos$x$, y= x^2 – 3, x∈[–4; 4], шаг 0,3

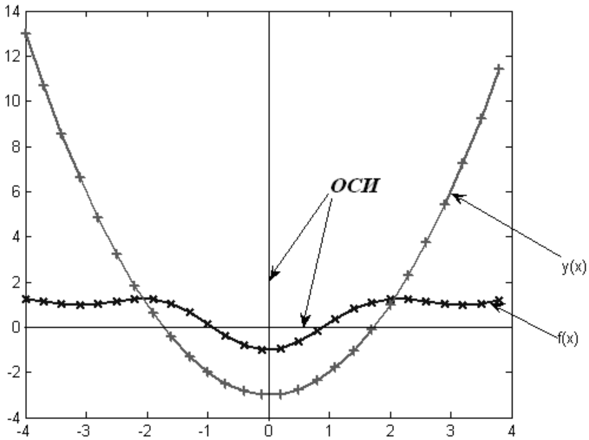


Рисунок 5.4 − Графік функції f= sinx^2 + cos$x$, y=x^2 – 4, z= $\sqrt{|x|}-0,8$, x∈[–4; 4], шаг 0,4

II. Побудувати графіки функцій, заданих параметрично (по одній осі - x (t), за іншою - y (t)):

а) $x(t)=t\cdot\cos t$, $y(t)=t\cdot\sin t$, $t\in[0;\ 10\pi]$, крок $\pi/10$;

б) $b=3$, $x(t)=b\cdot\cos^3 t$, $y(t)=b\cdot\sin^3 t$, $t\in[0;\ 2\pi]$, крок $\pi/12$;

в) $a=4$, $x(t)=a\cdot(t^2-1)/(t^2+1)$, $y(t)=a\cdot t\cdot(t^2-1)/(t^2+1)$, $t\in[-10;\ 10\pi]$, крок 0,5.

III. Побудувати графіки функцій в одній системі координат і відформатувати їх за допомогою команд форматування:

а) $x(t)=t\cdot\cos t$, $y(t)=t\cdot\sin t$, $t\in[0; 10\pi]$, крок $\pi/10$;

б) $f=\ln|x+2{,}5|+1$, $x\in[-5; 5]$, крок 1;

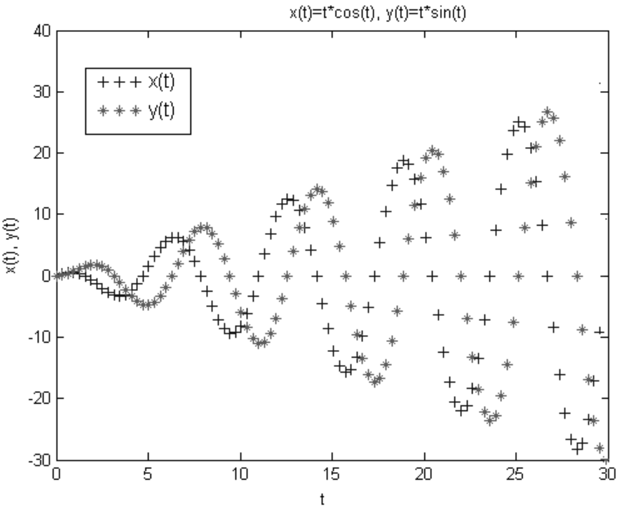


Рисунок 5.5 − Графік функції $x(t)=t\cdot\cos t$, $y(t)=t\cdot\sin t$, $t\in[0; 10\pi]$, крок $\pi/10$

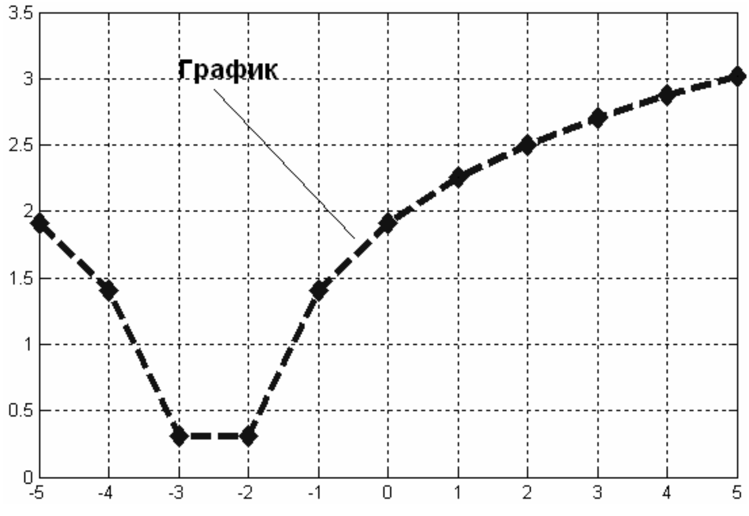


Рисунок 5.6 − Графік функції $f=\ln|x+2{,}5|+1$, $x\in[-5; 5]$, крок 1

Системи рівняння

Рішення систем лінійних рівнянь відноситься до самої масової області застосування матричних методів. Як відомо, звичайна система лінійних рівнянь має вигляд:

a11x1 + a12x2 + ... + a1nxn = b1;
a21x1 + a22x2 + ... + a2nxn = b2;
....
an1x1 + an2x2 + ... + annxn = bn.

Розглянемо різні способи вирішення систем рівнянь.

5.1 Матричний спосіб вирішення систем лінійних рівнянь

Нехай A - матриця коефіцієнтів при невідомих;
B - вектор-стовпець вільних членів;
X - вектор-стовпець невідомих, тобто

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Тоді систему рівнянь можна записати в матричному вигляді A.·X = B. Рішення системи рівнянь має вигляд $X = A^{-1} \cdot$ B, де A^{-1} - матриця, зворотна матриці A

Приклад

Вирішити систему рівнянь

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 - x_2 = 4; \\ 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = 3. \end{cases}$$

Порядок введення:

```
>> A = [2 -1, 5 2]
>> B = [4; 3]
>> X = A ^ -1 * B
```

В результаті отримаємо x_1=1,222, x_2=–1,556.

5.2 Рішення системи лінійних рівнянь методом Крамера

Для вирішення системи лінійних рівнянь методом Крамера необхідно:

− Поставити головну матрицю з коефіцієнтів при невідомих.

− Поставити допоміжні матриці (в головній матриці замінити по черзі один стовпець значеннями вільних членів).

− Обчислити невідомі системи рівнянь, розділивши визначник відповідної допоміжної матриці на визначник головною матриці.

Приклад

Вирішити систему рівнянь

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 - x_2 = 4; \\ 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = 3. \end{cases}$$

Порядок введення:

```
>> A=[2 –1;5 2]
>> A1=[4 –1;3 2]
>> A2=[2 4;5 3]
>> x1=det(A1)/det(A)
>> x2=det(A2)/det(A)
```

В результаті отримаємо x_1=1,222, x_2=–1,556.

5.3 Рішення систем рівнянь графічним способом

Якщо система (лінійних або нелінійних) рівнянь містить два рівняння і вони являють собою нескладні вирази, то можна вирішити систему графічним способом. Для цього потрібно:

− Висловити одне з невідомих системи рівнянь через інше в кожному з рівнянь.

− Поставити діапазон значень аргументу отриманих функцій.

− Задати функції.

− Побудувати графіки функцій.

− Додати лінії сітки.

− Знайти точку перетину графіків функцій. Її координати - рішення системи рівнянь (абсциса - значення невідомого, через яке було виражено інше невідоме, ордината - значення виражeного невідомого). При необ-хідності масштабувати графік).

Приклад

Вирішити систему рівнянь

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 - x_2 = 4; \\ 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = 3. \end{cases}$$

Висловимо друге невідоме системи рівнянь через перше, отримаємо

$$\begin{cases} x_2 = 2 \cdot x_1 - 4; \\ x_2 = 1{,}5 - 2{,}5 \cdot x_1. \end{cases}$$

Нехай перша функція Y1 = 2X - 4, друга функція Y2 = 1,5 - 2,5X.

порядок введення:

```
>> X=–2:0.5:2;
>> Y1=2*X–4;
>> Y2=1.5–2.5*X;
>> plot(X,Y1,X,Y2)
>> grid
```

В результаті отримаємо графік, представлений на рис. 5.1, масштабуючи який можна побачити, що x1 = 1,222, x2 = -1,556.

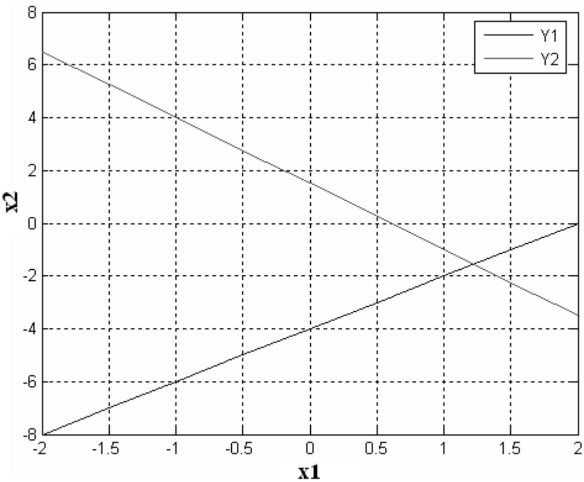


Рисунок 5.7 − Графіки функцій *Y*1 и *Y*2

5.4 Рішення систем рівнянь за допомогою функції solve

Для вирішення систем лінійних або нелінійних рівнянь в MATLAB існує спеціальна функція solve. Щоб вирішити сис-тему рівнянь за допомогою цієї функції, потрібно:

1. Визначити символьні змінні (невідомі системи рівнянь).
2. Обчислити невідомі по формулі
[X1, x2, ...] = solve ('уравненіе1', 'уравненіе2', ...).
3. Вивести знайдене рішення із заданою точністю, викорис-чаплі функцію vpa **(змінна, число знаків).**

Приклад

Вирішити систему рівнянь

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 - x_2 = 4; \\ 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = 3. \end{cases}$$

Порядок введення:

```
>> syms x1  x2
>> [x1,x2]=solve('2*x1–x2=4','5*x1+2*x2=3');
>> vpa(x1,4)
>> vpa(x2,4)
```

В результаті отримаємо x_1=1,222, x_2=–1,556.

6 САМОСТІЙНА РОБОТА №4

I. Вирішити системи лінійних рівнянь матричним способом, методом Крамера і за допомогою функції solve:

1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_4 = 8; \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 9; \\ -5x_1 - x_3 - 7x_4 = -5; \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5; \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 3{,}1; \\ 0{,}1x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 2; \\ 0{,}15x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 1; \\ 10x_1 + 2x_2 - x_3 + 2{,}1x_4 = -4{,}7. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 4x_1 + 0{,}24x_2 - 0{,}08x_3 = 8; \\ 0{,}09x_1 + 3x_2 - 0{,}15x_3 = 9; \\ 0{,}04x_1 - 0{,}08x_2 + 4x_3 = 20. \end{cases}$

II. Вирішити системи лінійних рівнянь матричним способом, методом Крамера, графічним способом і за допомогою функції solve:

1. $\begin{cases} 2x - y = 4; \\ 3x + 2y = 3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x + 2y = 10; \\ 2x - y = 7. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x + 3y = 1; \\ x + 2y = 4. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 7x + 2y = 2; \\ x + 4y = 1. \end{cases}$

III. Вирішити системи нелінійних рівнянь графічним способом і за допомогою функції solve:

1. $\begin{cases} 2xy = 16; \\ x^2 + y = 8. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x^3 - 2y = 1; \\ x^2 + 3y = 2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x^2 - y = 3; \\ x + 2y = 4. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x^3 + 2x^2 + y = 5; \\ 2x^2 - 3x + y = 4. \end{cases}$

IV. Вирішити системи нелінійних рівнянь за допомогою функції solve:

1. $\begin{cases} x^3 - 2y = 1; \\ 3x + 3y^2 = 2. \end{cases}$

2. $\begin{cases} uvx^2 = 8; \\ vx^2w = 24; \\ x^2wu = 12; \\ u + v + w = x + 4. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt[4]{x-y} = 8; \\ \sqrt[4]{x^3 + x^2 y - x y^2 - y^3} = 12. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + 3y + z = 2; \\ 2x^2 - x + y^2 - z^2 = 1; \\ y^3 - 2z^2 + 3z = 1. \end{cases}$

РІШЕННЯ РІВНЯНЬ

Для вирішення рівнянь виду f (x) = 0 в MATLAB існує декілька способів.

Графічний спосіб розв'язання рівнянь

Для вирішення рівнянь графічним способом потрібно:

а) Оголосити символьні змінні (аргумент функції і саму функцію).
б) Поставити функцію.
в) Побудувати графік функції.
г) Додати на графік лінії сітки.
д) За допомогою графічної «лупи» масштабувати графік, щоб досягти необхідної точності у визначенні коренів рівняння.
е) Абсциси точок перетину графіка функції з віссю Ох - коріння рівняння.

Приклад

Рішення рівнянь 2x2–3x–1=0.

Порядок введення:

```
>> syms x y
>> f=2*x^2–3*x–1;
>> ezplot(f)
>> grid
```

В результаті отримаємо наступний графік (рис. 6.1.).

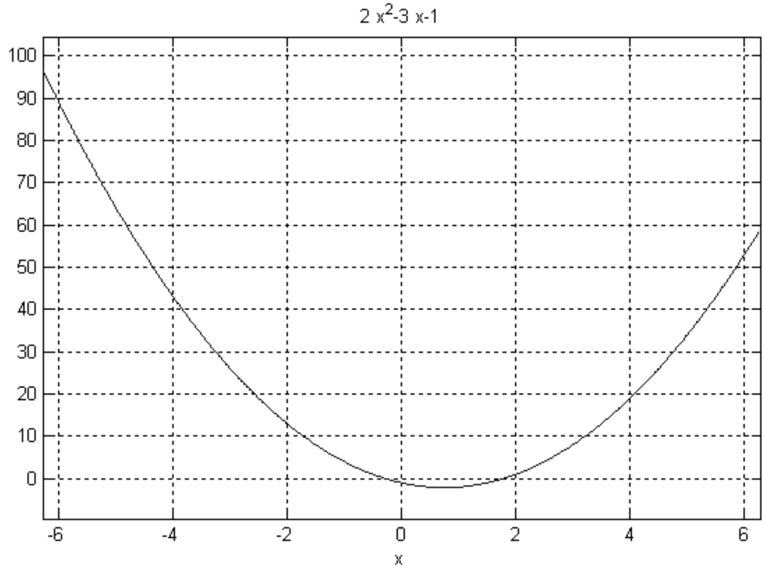


Рисунок 6.1 − Графік функції f(x)

В икористовуючи кнопку Zoom In на панелі інструментів і масшта-Біру графік, можна досягти необхідної точності у визначенні корній рівняння.

В результаті отримаємо наближені значення коренів рівняння: x1 = -0,28, x2 = 1,78.

Рішення рівнянь за допомогою функції solve

Для вирішення рівнянь, заданих символьними змінними, використовується вбудована функція solve, що дозволяє знайти рішення в аналітичній формі, і функція vpa для чисельної оцінки з контроліруемой точністю знайдених рішень.

Для вирішення рівняння виду f (x) = 0 за допомогою функції solve потрібно:

1. Оголосити символьні змінні (аргумент функції і саму функцію).
2. Поставити функцію.
3. Знайти рішення в аналітичній формі за допомогою функції solve (функція, аргумент).

4. Вивести результат з заданою точністю за допомогою функції vpa (змінна, число знаків).

Приклад
Вирішити рівняння 2x2-3x-1 = 0.

Порядок введення:
```
>> syms x y
>> f=2*x^2–3*x–1;
>> r=solve(f,x)
>> vpa(r,5)
```

В результаті отримаємо x1 = -0,2808, x2 = 1,7808.

Знаходження коренів полінома

Якщо функція f (x) є поліномом (многочленом n-го ступеня), то знайти корені рівняння f (x) = 0 можна за допомогою функції roots. Для цього потрібно:

1. Поставити вектор коефіцієнтів полінома (починаючи зі старшого).
2. Обчислити корені за допомогою функції roots (вектор).

Приклад
Знайти корені полінома 2x2-3x-1 = 0.

Порядок введення:
```
>> a=[2 –3 –1];
>> x=roots(a)
```

В результаті отримаємо x1=–0,2808, x2=1,7808.

7 САМОСТІЙНА РОБОТА №5

I. Вирішити рівняння графічно і з допомогою функції **solve**:

1) $|x+5|-|2\cdot x-1|=3;$

2) $\sqrt{|2x+1|}-1=0;$

3) $\ln(\mathrm{x}+2)=2;$

4) $|x+1|+|x+2|-2=0;$

5) $x^3+2\cdot|x-1|.$

II. Вирішити рівняння графічно, з допомогою функції **solve** і з допомогою функції **roots**:

1) $2x^2-3x=1;$

2) $3x^3-8x^2+2x+2=0;$

3) $x^4+5x^2+6x-20=0;$

4) $10x^3-3x^2-2x+0{,}5=0;$

5) $2x^2+x-2=0.$

Побудова тривимірних графиков

Побудова тривимірних графіків (поверхонь) багато в чому схоже на побудову двовимірних графіків. Для цього використовується команда **plot3**, яка має кілька варіантів запису:

- **plot3 (X, Y, Z)** - будує поверхню по точках, координати яких беруться з матриць X, Y, Z;
- **plot3 (X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, ...)** - будує кілька поверхонь Z1, Z2 і т. Д .;
- **plot3 (X, Y, Z, S)** - будує поверхню заданим типом і коль-те лінії і точок (S - строкова константа, що задає тип і колір лінії і точок);
- **plot3(X1,Y1,Z1,S1,X2,Y2,Z2,S2,X3,Y3,Z3,S3,...)** – будує кілька поверхонь Z1, Z2 і т.д. заданим типом і кольором лінії і точок (S1, S2 і т.д.).

Значення строкової константи S наведені раніше (см. табл. 4 - 6).

Особливо наочне уявлення про поверхні дають сетча-ті графіки, які використовують функціональну зафарбовування осередків. Напризаходів, колір забарвлення поверхні z (x, y) може бути поставлений в соот-ветствие з висотою z поверхні з вибором для малих висот темних тонів, а для великих - світлих. Для побудови таких поверхонь використовуються команди класу **surf**:

- **surf(X,Y,Z)** – будує кольорову параметричну поверхню за даними матриць *X*, *Y* и *Z*;
- **surfc(X,Y,Z)** – будує кольорову параметричну поверхню за даними матриць *X*, *Y*, *Z* і проекцію фігури на опорну площину.

Іноді бувають корисні графіки тривимірних листкових поверхонь, як би складаються з тонких пластинок - шарів.

Такі поверхні будує функція **waterfall**:

waterfall(X,Y,Z) – будує поверхню, що складається з тонких пластинок – шарів.

Порядок побудови тривимірних графіків наступний:

1. Поставити матриці X і Y на основі діапазонів значень змінних x і y за допомогою команди перетворення діапазонів значень змінних до відповідних матриці:

[X, Y] = meshgrid (діапазон1, діпазон2);

якщо діапазони однакові, то

[X, Y] = meshgrid (діапазон);

2. Поставити функцію Z (X, Y).

3. Побудувати поверхню потрібного вигляду за допомогою відповідної команди.

4. Відформатувати графік.

Відформатувати тривимірний графік можна за допомогою вікна властивостей графіка або спеціальних команд (див. Побудова двовимірних графіків). Крім того, для форматування кольорових поверхонь є додаткові команди:

- **colormap(gray)** – задає забарвлення тонами сірого кольору;
- **shading interp** – усуває зображення ліній і задає інтерполяцію для відтінків кольору поверхні;
- **colorbar** – выводить на экран колірну шкалу.

Приклад

Побудувати графік функції $z(x,y)=x^2+y^2$ на відрізку [–3; 3] з кроком 0,15.

Порядок введення:

```
>> [X,Y]=meshgrid([–3:0.15:3]);
>> Z=X.^2+Y.^2;
>> plot3(X,Y,Z)
>> grid
```

Приклад

Побудувати кольоровий графік функції g (x, y) = 5x · sinx-3,5y2 і його проекцію на відрізку [-3; 3] з кроком 0,15.

Порядок введення:

```
>> [X, Y] = meshgrid ([- 3: 0.15: 3]);
>> G = 5 * X. * sin (Y) -3.5 * Y. ^ 2;
>> surfc (X, Y, G)
```

В результаті кожного побудови отримаємо графіки, показані на рис. 9.

8 САМОСТІЙНА РОБОТА №6

I. Побудувати кольорові поверхні функції
$z = 2x\sin x + 3y\cos y$ на заданих відрізках і отформатувати їх за зразком:

1) на відрізку [–2; 2], крок 0,2;

2) на відрізку [–5; 5], крок 0,5.

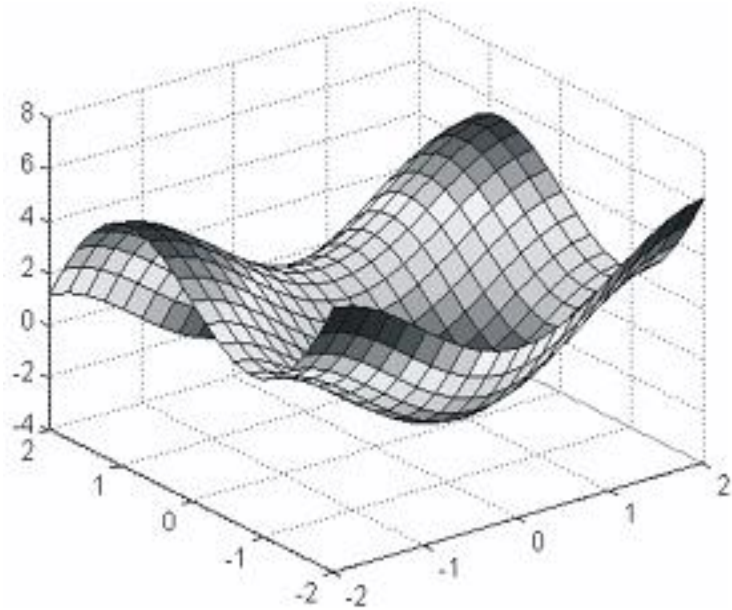


Рисунок 8.1 – Графік функції $z = 2x\sin x + 3y\cos y$ на відрізку [–2; 2], крок 0,2

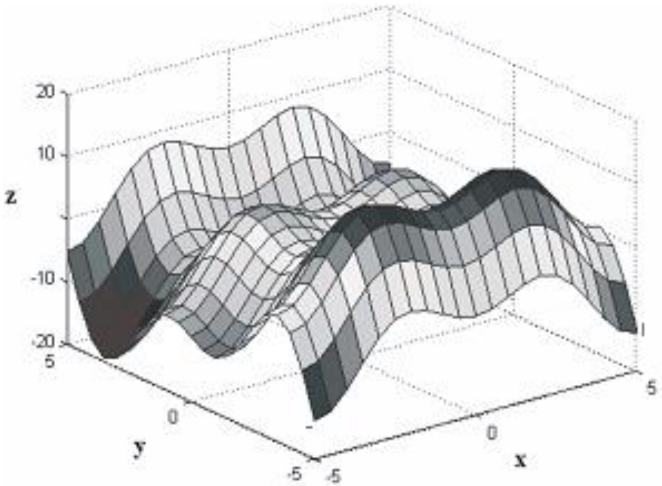


Рисунок 8.2 – Графік функції z = 2xsinx + 3ycosy на відрізку [–5; 5], крок 0,5

II. Побудувати за допомогою відповідних команд графіки функції z = x2 + y2 на відрізку [-2; 2] з кроком 0,2. Відформатувати графіки за зразком:

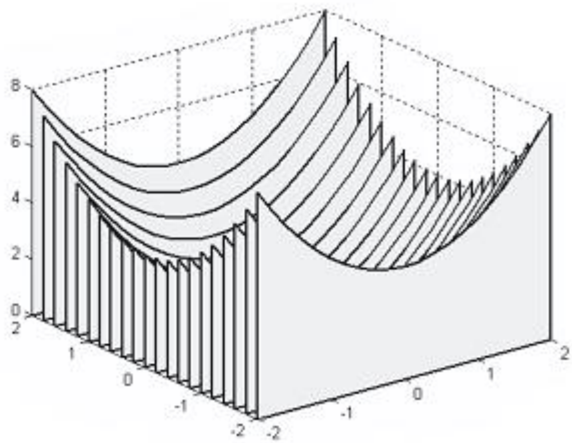


Рисунок 8.3 – Графік функції $z = x^2 + y^2$ на відрізку [-2; 2] з кроком 0,2.
Форматування 1.

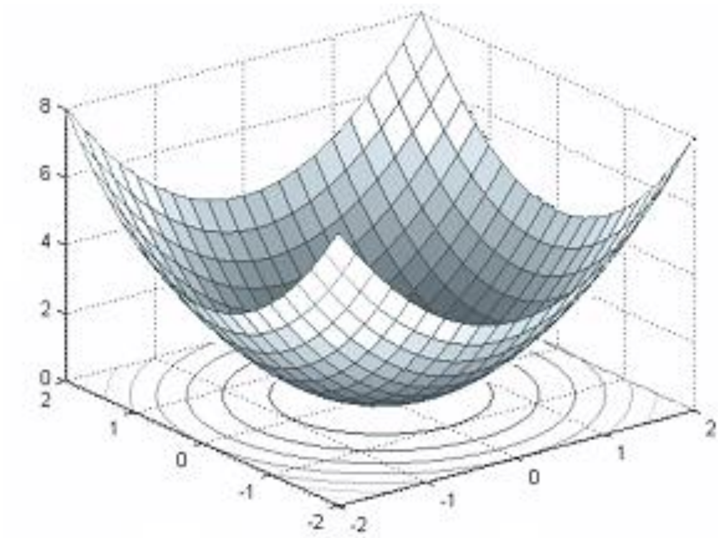


Рисунок 8.4 – Графік функції $z = x^2 + y^2$ на відрізку [-2; 2] з кроком 0,2. Форматування 2.

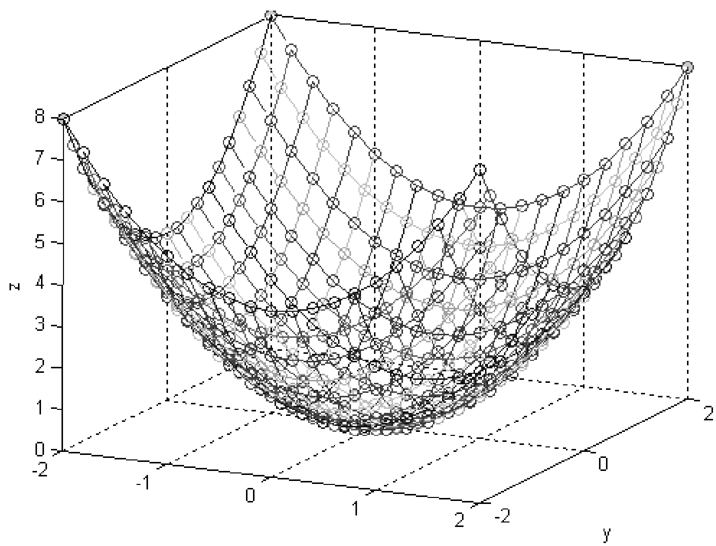


Рисунок 8.5 – Графік функції $z = x^2 + y^2$ на відрізку [-2; 2] з кроком 0,2. Форматування 3.

III. Побудувати кольорові поверхні зображені на рисунках

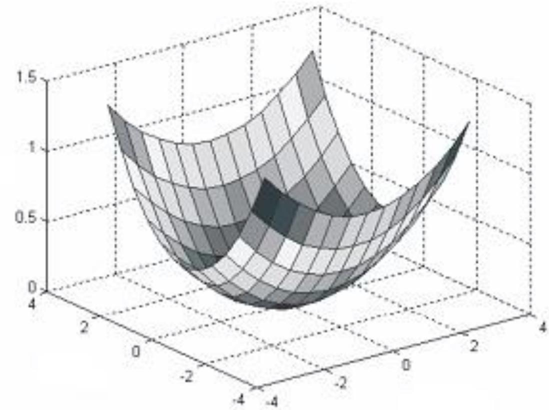


Рисунок 8.6 – Графік функції $g=\frac{2x^2+y}{3}\cdot(3\cos 3y+\sin y)$ на відрізку [-4; 4] з кроком 0,2 .

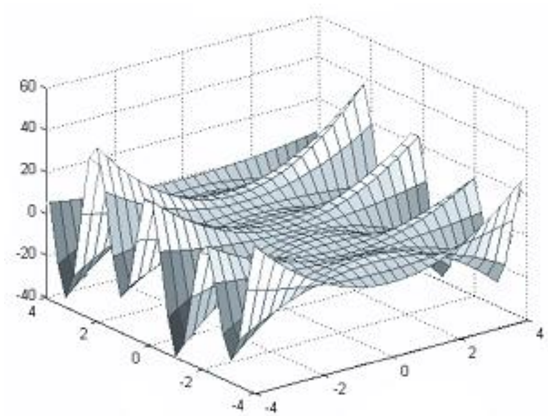


Рисунок 8.7 – Графік функції $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{5}=2z$ на відрізку [-4; 4] з кроком 0,2.

3) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=2z$, [–4; 4], крок 0,2.

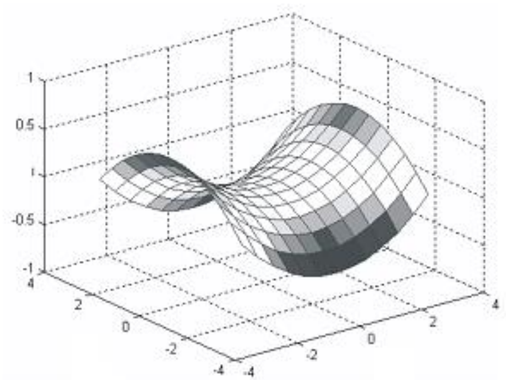


Рисунок 8.8 – Графік функції $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=2z$ на відрізку [-4; 4] з кроком 0,2.

IV. Побудувати і відформатувати поверхню:

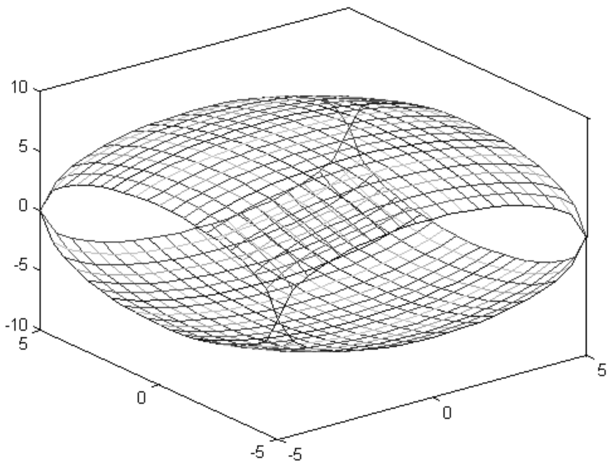


Рисунок 8.9 – Графік функції $\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{5}+\frac{z^2}{50}=1$, [–5; 5], крок 0,5.

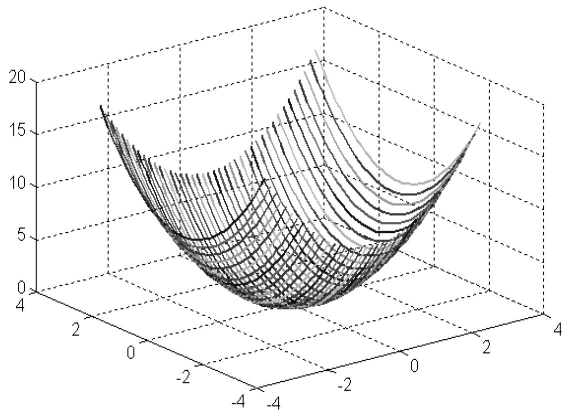


Рисунок 8.10 – Графік функції $z(x,y)=x^2+y^2$.

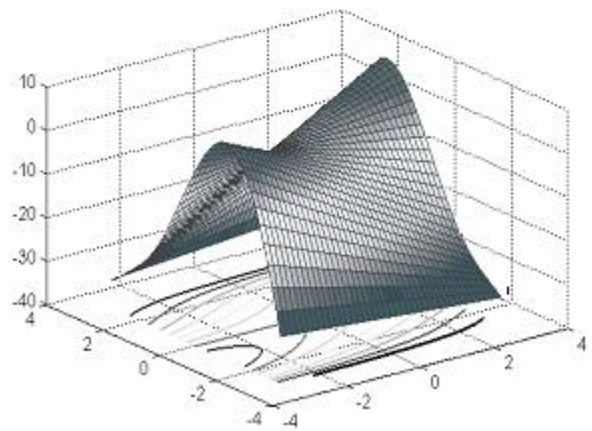


Рисунок 8.11 – Графік функції g(x,y)=5x·sinx–3,5y2.

Обчислення інтегралів

Чисельне інтегрування (історична назва: *квадратура*) - обчислення значення певного інтеграла (як правило, наближене), засноване на тому, що величина інтеграла чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції, обмеженою віссю абсцис, графіком інтегрованої функції і відрізками прямих $x = a$ і $x = b$, де a і b - межі інтегрування (рис. 8.2).

для обчислення інтегралів в MATLAB можна використовувати функції:

• **int (f, x)** - обчислює невизначений інтеграл;
• **int (f, v, a, b)** - обчислює певний інтеграл,
де **f** - підінтегральна функція, **x** - змінна інтегрування, **a** і **b** - межі інтегрування.

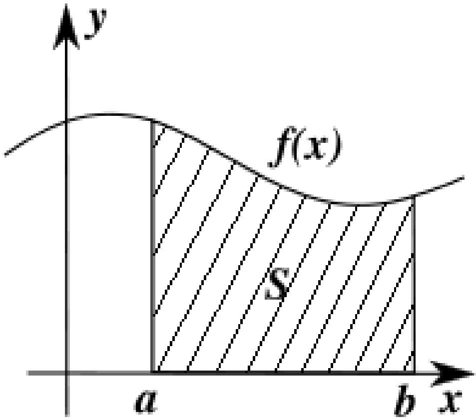


Рисунок 8.12 – Визначений интеграл

Приклад

Обчислити невизначений інтеграл $\int x^3 dx$.

Порядок введення:
```
>> syms x
>> f=x^3;
>> int(f,x)
```

В результаті отримаємо вираз 1/4*x^4.
Приклад

Обчислити визначений інтеграл $\int_1^3 x^3 dx$.

Порядок введення:
```
>> syms x
>> f=x^3;
>> int(f,x,1,3)
```

В результаті отримаємо значення певного інтеграла 20. Якщо MATLAB не виводить відразу чисельне значення певного інтеграла, то потрібно скористатися функцією vpa, наприклад,

>> vpa (int (f, x, 1,3), 3).

Для обчислення подвійних, потрійних і т.д. інтегралів необхідмо використовувати функцію inf кілька разів.

Приклад

Обчислити подвійний інтеграл.

Порядок введення:

```
>> syms x y
>> f = 2 * x ^ 3 * y;
>> int (int (f, x), y)
```

В результаті отримаємо вираз 1/4 * x ^ 4 * y ^ 2.

Приклад

Обчислити подвійний інтеграл $\int_{-1}^{2}\int_{1}^{3} 2x^3 y dx dy$.

Порядок введення:

```
>> syms x y
>> f=2*x^3*y;
>> int(int(f,x,1,3),y, –1,2)
```

В результаті отримаємо 60.

9 САМОСТІЙНА РОБОТА №7

I. Обчислити невизначенні інтеграли:

1) $\int \cos x dx$;
4) $\int (3x + \ln x)dx$;
7) $\int \sqrt{x^2+1}\,dx$;

2) $\int x^2 dx$;
5) $\int (x^3 + 3x^2 + 1)dx$;
8) $\int \frac{\sqrt{x}+1}{x^2+2x}dx$.

3) $\int (e^x - x)dx$;
6) $\int \frac{1}{x}dx$;

II. Обчислити визначенні інтеграли:

1) $\int_1^3 \sin x dx$;
4) $\int_0^5 (0{,}5^x \cdot \cos x)dx$;

2) $\int_1^3 (x^2 - \cos 2x)dx$;
5) $\int_0^4 (\sin(2x+3) - 2\cos 5x)dx$;

3) $\int_1^2 (\sin x + \frac{x^2}{2})dx$;
6) $\int_{-5}^0 (e^x \sin(x+3))dx$.

III. Обчислити подвійні інтеграли:

1) $\int\int (2x + \frac{y^2}{2})dxdy$;
3) $\int_{-1}^{2}\int_{-2}^{1} (4x^3 + 3y^2)dxdy$;

2) $\int\int (18x^2y^2 + 32x^3y)dxdy$;
4) $\int\int (18x^2y^2 + 32x^3y)dxdy$.

IV. Обчислити потрійні інтеграли:

1) $\int_{-1}^{1}\int_{1}^{2}\int_{0}^{3} ((x^2-2)y + 3z)dxdydz$;
2) $\int_{1}^{3}\int_{2}^{3}\int_{-1}^{1} (\sin x - 2y + e^z)dxdydz$.

Обчислення меж

Обчислення меж від символьних виразів проводиться за допомогою вбудованої функції limit:

• **limit (f)** − обчислення границі функції f при прагненні аргумента функції до нуля;

• **limit (f, a)** − обчислення границі функції f при прагненні аргументу функції до числа a;
• **limit (f, x, a, 'left')** − обчислення границі функції f при стремлення змінної x до числа a зліва;
• **limit (f, x, a, 'right')** − обчислення границі функції f при прагненні змінної x до числа a праворуч;
• **limit (f, y, a)** − обчислення границі функції кількох пере-сних f при прагненні змінної y до числа a.

Примітка. Символ нескінченності (∞) в MATLAB записується як **inf**. Невизначене значення в MATLAB записується як **NaN**.

Приклад

Обрахувати $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$.

Порядок ввода:
```
>> syms x
>> y=sin(x)/x;
>> limit(y)
```

В результаті отримаємо 1.

Приклад

Обчислити $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2x^3+3x^2+1}{x^2-2x+3}$

Порядок введення:
```
>> syms x
>> f=(2*x^3+3*x^2+1)/(x^2–2*x+3);
>> vpa(limit(f,2),3)
```

В результаті отримаємо 9,67.

Приклад

Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$.

Порядок введення:
```
>> y=(1+1/x)^x;
>> limit(y,inf)
```

В результаті отримаємо exp(1), тобто число *e*.

Приклад

Вычислить $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1}{x}$.

Порядок ввода:

```
>> y=1/x;
>> limit(y,x,0,'left')
```

В результаті отримаємо –**inf**, т.е. мінус нескінеченність.

Приклад

Обрахувати $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{x}$.

Порядок введення:

```
>> y=1/x;
>> limit(y,x,0,'right')
```

В результаті отримаємо **inf**, тобто нескінченність.

Приклад

Обчислити $\lim\limits_{h\to 0}\left(\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}\right)$.

Порядок введення:

```
>> syms x h
>> y=(sin(x+h)–sin(x))/h;
>> limit(y,h,0)     % Обчислення межі по змінній h
```

В результаті отримаємо cos*x*.

Диференцювання функції

Диференціювання функцій в MATLAB здійснюється з поміццю функції **diff**.

Для функцій однієї змінної:

• **diff (f)** − обчислює першу похідну функції f;

• **diff (f, k)** − обчислює похідну k-го порядку функції f.

Для функцій декількох змінних:

• **diff (f, x)** − обчислює першу похідну функції f по пе-пасової x;

• **diff (f, x, k)** − обчислює похідну k-го порядку функції f по змінній x.

Приклад

Обчислити похідну функції: $y=2x^3–3x^2+3$.

Порядок введення:
```
>> syms x
>> y=2*x^3–3*x^2+3;
>> diff(y)
```

В результаті отримаємо $6x^2–6x$.

Приклад

Знайти похідну функції $y=\sin(x+h)$ по змінній x.

Порядок введення:
```
>> syms x h
>> y=sin(x+h);
>> diff(y,x)
```

В результаті отримаємо $\cos(x+h)$.

Приклад

Знайти похідну функції $y=\dfrac{\sin(x+h)}{x}$ по змінній h.

Порядок введення:
```
>> syms x h
>> y=sin(x+h)/x;
>> diff(y,h)
```

В результаті отримаємо $\cos(x+h)/x$.

Приклад

Знайти другу похідну функції $y=5/x$.

Порядок введення:
```
>> syms x
>> diff(5/x,2)
```

В результаті отримаємо $10/x^3$.

Приклад

Знайти другу похідну функції $y=3x^3h-2h^2x^2+3$ по змінній x.

Порядок введення:

```
>> syms x h
>> y=3*x^3*h–2*h^2*x^2+3
>> diff(y,x,2)
```

В результаті отримаємо $18xh-4h^2$.

Приклад

Найти третю похідну функції $y = 3h^2 \cdot \ln(x) + 3e^h$ по змінній h.

Порядок введення:

```
>> syms x h
>> diff(3*h^2*log(x)+3*exp(h),h,3)
```

В результаті отримаємо $3e^h$.

10 САМОСТІЙНА РОБОТА №8

I. Обчислити межі функцій:

а) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-3}{x^2-4x+3}$;

б) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{7+x}-\sqrt{7-x}}{5x}$;

в) $\lim\limits_{x \to 0} (\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{\operatorname{tg} x})$;

г) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x+2}{x^2-x-6}$;

д) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$;

е) $\lim\limits_{x \to 4^+} \dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{5x+1}-5}$;

є) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{\sqrt{x^2-3}-1}{\sqrt{x^2-5}-2}$;

ж) $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin 5x}{\sin 6x}$;

з) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{3y-\sqrt{x+9}}{x+y}$;

и) $\lim\limits_{y \to -1^+} \dfrac{3x+2y}{5x-3y}$.

II. Обчислити похідні функцій:

а) $y(x) = x^2 + 3x + 1;$

б) $y(x) = \dfrac{2x^2 + 1}{\sqrt{x+2}};$

в) $y(x) = \arcsin 2x;$

г) $y(x) = \sqrt{x-3} + \dfrac{\mathrm{tg}2x}{4};$

д) $y(x) = x - \cos x;$

е) $y(x) = \sin x^2 + x^2;$

є) $y(x) = 0{,}5^x \cdot \cos x;$

ж) $y(x,z) = 5(\sin x - \cos 5z);$

з) $y(x,z) = \sin(z+3) + 2^x.$

III. Обчислити похідні старших порядків:

а) $y(x) = x^2 - \cos x$, второго порядка;

б) $y(x) = e^{-2x} + x^3$, третьего порядка;

в) $y(x) = e^x + x^4 / 3$, шестого порядка.

Рішення звичайних диференційних рівнянь

Для вирішення звичайних диференціальних рівнянь у символьному вигляді в MATLAB існує команда dsolve. Вона може бути використана, якщо рішення існує в аналітичному вигляді. Практично це означає, що командою dsolve можна користуватися тільки при пошуку рішення лінійного диференціального рівняння (або системи лінійних рівнянь).

Приклад

Вирішити диференціальне рівняння

$$а)\ \frac{dx}{dt} - x\cdot \mathrm{tg}t = \frac{1}{\cos t},\ x(0)=0;$$

$$б)\ (x+t)\frac{dx}{dt} = 1,\ x(-1)=0;$$

$$в)\ \left(1+e^t\right)x\frac{dx}{dt} = e^t,\ x(0)=1;$$

$$г)\ \frac{dx}{dt} = t^2x^4 - \frac{x}{t},\ x(1)=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$$

з початковою умовою $x(0)=10$.

Побудувати графік рішення в інтервалі [–0,5; 7].

Порядок введення:

```
>> x=dsolve('Dx=–0.5*x','x(0)=10')
>> ezplot(x,[–0.5,7]);
>> grid
```

В результаті отримаємо функцію $x=10e^{-1/2t}$ і графік (рис. 10.1).

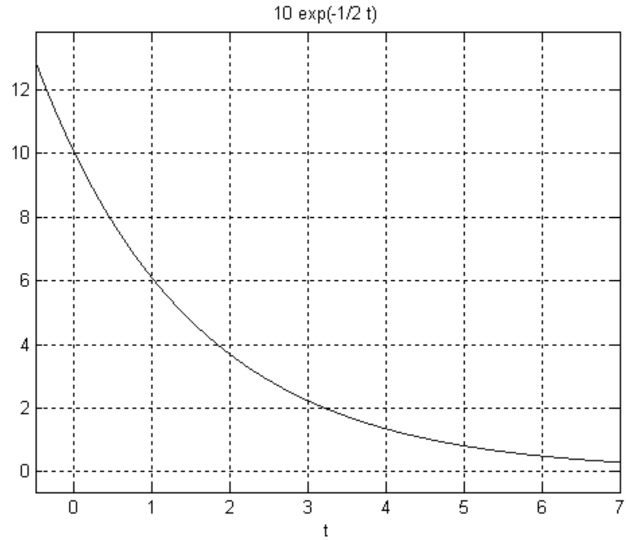


Рисунок 10.1 − Графік функції-рішення рівняння

Приклад

Вирішити систему однородних дифференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -0,5x_2; \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 3x_1; \end{cases}$$

З початковими умовами $x_1(0)$=0, $x_2(0)$=1. Побудувати графік рішення в інтервалі [–0,5; 13].

Порядок введення:

```
>> [x1,x2]=dsolve('Dx1= –0.5*x2','Dx2=3*x1','x1(0)=0','x2(0)=1')
>> ezplot(x1,0,13)
>> grid
>> hold on
>> ezplot(x2,[0,13])
```

В результаті отримаємо функції

$$1)\ \frac{dx}{dt} = t\cos t + \frac{x}{t},\ x(1) = 0;$$

$$2)\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{e^{t-x}},\ x(1) = 1;$$

$$3)\ \frac{dx}{dt} = \frac{1+x^2}{1+t^2},\ x(0) = 1;$$

$$4)\ \frac{dx}{dt} + x = \cos t,\ x(0) = \frac{1}{2};$$

і

$x_2 = \cos\left(\sqrt{6} \cdot t / 2\right)$. Графіки функцій показані на рис. 10.2.

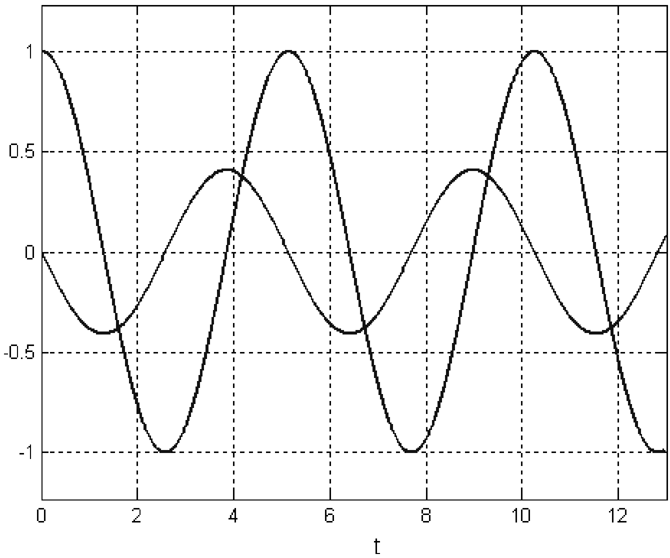


Рисунок 10.2 − Графіки функцій x_1 и x_2

Приклад

Вирішити систему неоднорідних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -3x_1 + 12; \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 2,5x_1 - 1,25x_2; \end{cases}$$

з нульовими початковими умовами і побудувати графік решення в інтервалі [0; 5] для першої x_1 координати і в інтервалі [0; 9] для другої x_2 координати.

Порядок введення:

```
>> [x1,x2]=dsolve('Dx1= –3*x1+12','Dx2=2.5*x1–1.25*x2', ...
'x1(0)=0','x2(0)=0')
>> ezplot(x1,[0,5])
>> grid
>> hold on
>> ezplot(x2,[0,9])
```

В результаті отримаємо функції x_1=4–4e^{-3t}, x_2=8+40/7·e^{-3t}–96/7·$e^{-5/4t}$ і графік (рис. 10.3).

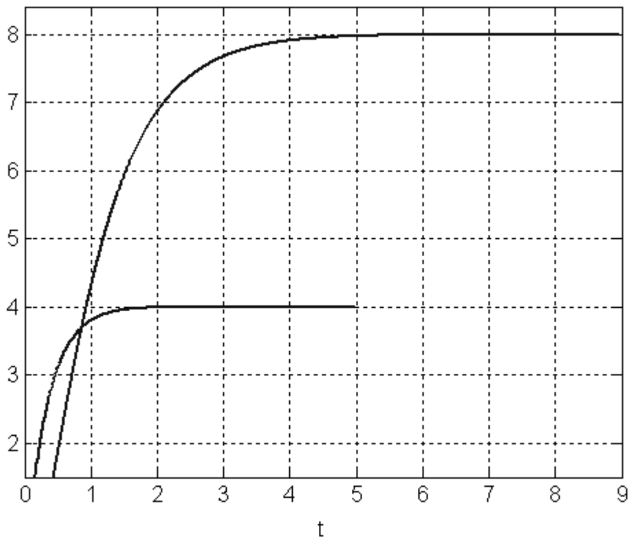


Рисунок 10.3 − Графіки функцій x_1 і x_2

Приклад

Вирішити дифференціальне рівняння 2-го порядку

$$2,5\frac{d^2x}{dt^2}+3\frac{dx}{dt}+5x=12$$

з нульовими початковими умовами і побудувати графік рішення в інтервалі[–0,2; 9].

Порядок введення:

```
>> x=dsolve('2.5*D2x+3*Dx+5*x=12','Dx(0)=0','x(0)=0')
>> ezplot(x,[–0.2 9])
>> grid
```

В результаті отримаємо $x=-36\sqrt{41}/205\cdot e^{-3/5\cdot t}\cdot\sin\left(\sqrt{41}/5\cdot t\right)-$
$-12/5\cdot e^{-3/5\cdot t}\cdot\cos\left(\sqrt{41}/5\cdot t\right)+12/5$ і графік (рис. 10.4).

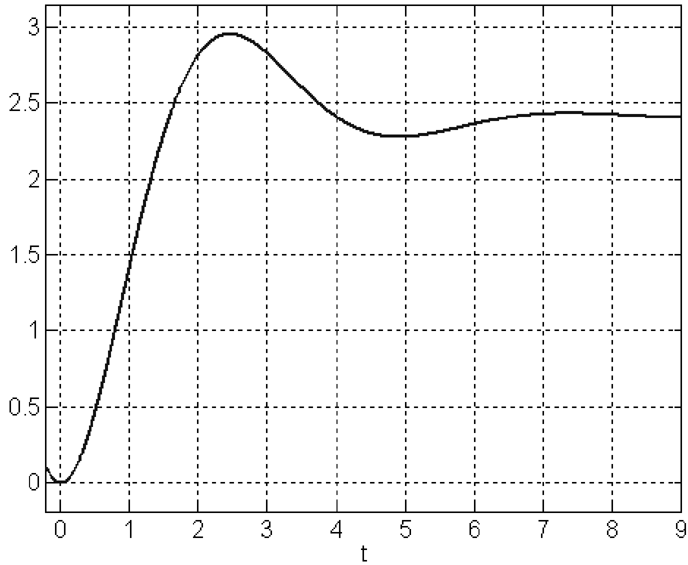


Рисунок 10.4 − Графік функції-рішення рівняння

Приклад

Побудувати графік рішення диференціального рівняння 3-го порядку з нульовими начальними умовами в інтервалі [–0,2; 21]: $1{,}5\dfrac{d^3x}{dt^3}+4\dfrac{d^2x}{dt^2}+3\dfrac{dx}{dt}+5x=12.$

Порядок введення:

```
>> x=dsolve('1.5*D3x+4*D2x+3*Dx+5*x=12','D2x(0)=0', …
'Dx(0)=0','x(0)=0')
>> ezplot(x,[–0.2 21])
>> grid
```

В результаті отримаємо графік, показаний на рис. 10.5.

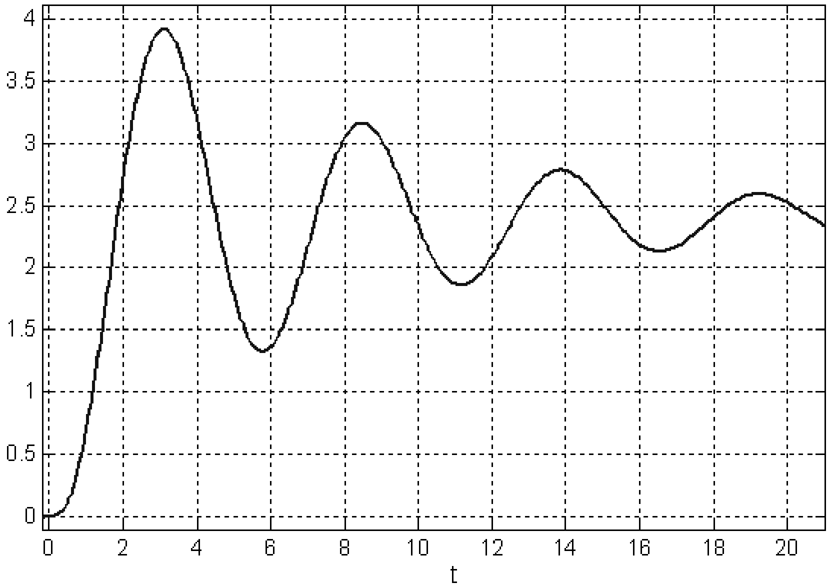


Рисунок 10.5 − Графік рішення рівняння

Приклад

Вирішити неоднорідну систему диференціальних рівнянь третього порядку з нульовими початковими умовами:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -x_1 + 10; \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 2x_1 - x_3; \\ \dfrac{dx_3}{dt} = 2,5x_1 + 3x_2 - 2x_3. \end{cases}$$

Порядок ввода:

```
>> [x1,x2,x3]=dsolve('Dx1= –x1+10','Dx2=2*x1–x3', ...
'Dx3=2.5*x1–3*x2–2*x3','x1(0)=0','x2(0)=0','x3(0)=0')
```

В результаті отримаємо функції

x_1=10–10e^{-t},

x_2=15/8·e^{-3t}+35/8·e^{t}–5–5/4·e^{-t},

x_3=45/8·e^{-3t}–35/8·e^{t}–85/4·e^{-t}+20.

11 САМОСТІЙНА РОБОТА №9

I. Вирішити диференціальне рівняння при заданій початковій умові і побудувати графіки вирішення будь-яких трьох рівнянь:

$a)\ \dfrac{dx}{dt} = t\cos t + \dfrac{x}{t},\ x(1) = 0;$

$б)\ \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{e^{t-x}},\ x(1) = 1;$

$в)\ \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1+x^2}{1+t^2},\ x(0) = 1;$

$г)\ \dfrac{dx}{dt} + x = \cos t,\ x(0) = \dfrac{1}{2};$

$д)\ \dfrac{dx}{dt} - x \cdot \mathrm{tg} t = \dfrac{1}{\cos t},\ x(0) = 0;$

$е)\ (x+t)\dfrac{dx}{dt} = 1,\ x(-1) = 0;$

$є)\ \left(1+e^t\right)x\dfrac{dx}{dt} = e^t,\ x(0) = 1;$

$ж)\ \dfrac{dx}{dt} = t^2x^4 - \dfrac{x}{t},\ x(1) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}.$

II. Вирішити диференціальне рівняння старшого порядку при заданих початкових умовах:

$a)\ \dfrac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0,\ x(0) = 0,\ \dfrac{dx}{dt}(0) = 2;$

$б)\ \dfrac{d^2x}{dt^2} + 3\dfrac{dx}{dt} + 2x = 0,\ x(0) = 1,\ \dfrac{dx}{dt}(0) = -1;$

$в)\ \dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} = 0,\ x(0) = 1,\ \dfrac{dx}{dt}(0) = 0;$

$г)\ t\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{dx}{dt},\ x(0) = 0,\ \dfrac{dx}{dt}(0) = 0;$

$д)\ \left(1+t^2\right)\dfrac{d^2x}{dt^2} - 2t\dfrac{dx}{dt} = 0,\ x(0) = 0,\ \dfrac{dx}{dt}(0) = 3;$

$е)\ \dfrac{d^2x}{dt^2}\left(1+\ln t\right) + \dfrac{1}{t}\dfrac{dx}{dt} = 2 + \ln t,\ x(1) = \dfrac{1}{2},\ \dfrac{dx}{dt}(1) = 1.$

III. Вирішити системи диференціальних рівнянь при заданих початкових умовах і побудувати графіки рішення:

$$a)\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 2x_1 - 1; \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 3x_1 + 2x_2 + 1; \end{cases} \qquad б)\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = x_1 + x_2; \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 2x_1 + 2; \end{cases}$$

$$x_1(0) = 1,\ x_2(0) = 1, \qquad x_1(1) = 0,\ x_2(1) = 1.$$

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Мещеряков В.В. Завдання з математики з MATLAB & SIMULINK. - М.: ДІАЛОГ-МІФІ, 2007.

2. Смоленцев Н. MATLAB: програмування на Visual C #, Borland jBuilder, VBA: навчальний курс. - М .: DMK Прес; СПб .: Пітер 2009.

3. Деянков В. Matlab 6: навчальний курс. - СПб.: Пітер, 2001.

Додаток А
Приклад оформлення титульної сторінки

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Запорізька політехніка»

Кафедра МіНЕ

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА

з дисципліни

„МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ“

____

(тема роботи)

Виконав:

студент ___ курсу, група РТ-__ ____________________

(Ініціали, Прізвище)

Прийняв:

(посада) ____________________

(Ініціали, Прізвище)

20 ___ р.