

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Індивідуальні завдання
до самостійної роботи з дисципліни
ВИЩА МАТЕМАТИКА

для студентів денної форми навчання спеціальності
122 «Комп'ютерні науки»
(Частина 3)

2019

Індивідуальні завдання до самостійної роботи з дисципліни “Вища математика” для студентів денної форми навчання спеціальності 122 «Комп’ютерні науки» (Частина 3) / Укл. Коротунова О. В. – Запоріжжя: НУ «ЗП», 2019. – 54 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Табунщик Г. В., доцент, к.т.н.

Рецензент: Мастиновський Ю.В, професор, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні
кафедри прикладної математики
Протокол № 1 від 20.08.2019 р.

Рекомендовано до видання
НМК факультету комп’ютерних наук і технологій
Протокол № 1 від 02.09.2019 р.

ЗМІСТ

1. Кратні та криволінійні інтеграли	4
1.1. Завдання № 1.1	4
1.2. Завдання № 1.2	6
1.3. Завдання № 1.3	8
1.4. Завдання № 1.4	10
1.5. Завдання № 1.5	12
1.6. Завдання № 1.6	15
1.7. Завдання № 1.7	17
1.8. Завдання № 1.8	19
2. Функція комплексної змінної	22
2.1. Завдання № 2.1	22
2.2. Завдання № 2.2	23
2.3. Завдання № 2.3	24
2.4. Завдання № 2.4	25
2.5. Завдання № 2.5	27
2.6. Завдання № 2.6	28
2.7. Завдання № 2.7	29
2.8. Завдання № 2.8	31
2.9. Завдання № 2.9	33
2.10. Завдання № 2.10	36
2.11. Завдання № 2.11	40
2.12. Завдання № 2.12	42
3. Операційне числення	45
3.1. Завдання № 3.1	45
3.2. Завдання № 3.2	47
3.3. Завдання № 3.3	50
3.4. Завдання № 3.4	51
Література	54

1 КРАТНІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

1.1 Завдання № 1.1. Змінити порядок інтегрування.

$$\text{№ 1.} \quad \int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 2.} \quad \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 3.} \quad \int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 4.} \quad \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 5.} \quad \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f(x, y) dy$$

$$\text{№ 6.} \quad \int_0^{\sqrt{2}/2} dy \int_0^{\arcsin y} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{2}/2}^1 dy \int_0^{\arccos y} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 7.} \quad \int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 8.} \quad \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x, y) dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 9.} \quad \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 10.} \quad \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2-2}}^0 f(x, y) dy$$

$$\text{№ 11.} \quad \int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f(x, y) dy + \int_1^e dy \int_{\ln x}^1 f(x, y) dy$$

$$\text{№ 12. } \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 13. } \int_0^{\pi/4} dy \int_0^{\sin y} f(x, y) dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int_0^{\cos y} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 14. } \int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^0 f(x, y) dy$$

$$\text{№ 15. } \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 16. } \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^0 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 17. } \int_0^1 dy \int_{-y}^0 f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 18. } \int_0^1 dy \int_0^{y^2} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$$

$$\text{№ 19. } \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f(x, y) dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy$$

$$\text{№ 20. } \int_{-2}^{-1} dy \int_{-(2+y)}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^0 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 21. } \int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 22. } \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 23. } \int_0^{\pi/4} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int_0^{\cos x} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 24.} \quad \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f(x, y) dx$$

$$\text{№ 25.} \quad \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 26.} \quad \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 27.} \quad \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f(x, y) dy$$

$$\text{№ 28.} \quad \int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 29.} \quad \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy$$

$$\text{№ 30.} \quad \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$$

1.2 Завдання № 1.2. Обчислити площу плоскої фігури D , яка обмежена зазначеними лініями за допомогою подвійного інтеграла.

$$\text{№ 1.} \quad D: y^2 = 4x, \quad x + y = 3, \quad y \geq 0$$

$$\text{№ 2.} \quad D: y = 6x^2, \quad x + y = 2, \quad x \geq 0$$

$$\text{№ 3.} \quad D: x = \sqrt{4-y^2}, \quad y = \sqrt{3x}, \quad x \geq 0$$

$$\text{№ 4.} \quad D: y = x^2 + 2, \quad x \geq 0, \quad x = 2, \quad y = x$$

$$\text{№ 5.} \quad D: y^2 = x + 2, \quad x = 2$$

№ 6. $D: y = 4x^2, 9y = x^2, y \leq 2$

№ 7. $D: x = -2y^2, x = 1-3y^2, x \leq 0, y \geq 0$

№ 8. $D: y = x^2, y = -x$

№ 9. $D: y = \frac{8}{x^2+4}, x^2 = 4y$

№ 10. $D: x = y^2, x = \frac{3}{4}y^2 + 1$

№ 11. $D: y = x^2 + 1, x + y = 3$

№ 12. $D: y = \sqrt{2-x^2}, y = x^2$

№ 13. $D: y^2 = 4x, x^2 = 4y$

№ 14. $D: y = x^2 + 4x, y = x + 4$

№ 15. $D: y = \cos x, y \leq x + 1, y \geq 0$

№ 16. $D: 2y = \sqrt{x}, x + y = 5, x \geq 0$

№ 17. $D: y = 2^x, y = 2x - x^2, x = 2, x = 0$

№ 18. $D: x = 4-y^2, x-y+2=0$

№ 19. $D: y = -2x^2 + 2, y \geq -6$

№ 20. $D: x = y^2, x = \sqrt{2-y^2}$

№ 21. $D: y^2 = 4x, x = \frac{8}{y^2+4}$

№ 22. $D: x^2 + y^2 = 4, y \leq \frac{1}{2}x, y \geq 0$

№ 23. $D: y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$

№ 24. $D: y^2 = 4 - x, y = x + 2, y = \pm 2$

$$\text{№ 25. } D: x = y^2 + 1, \quad x + y = 3$$

$$\text{№ 26. } D: y = x^2, \quad y = \frac{3}{4}x^2 + 1$$

$$\text{№ 27. } D: x^2 = 3y, \quad y^2 = 3x$$

$$\text{№ 28. } D: x = y^2, \quad y^2 = 4 - x$$

$$\text{№ 29. } D: y = -x^2 + 1, \quad x \leq y + 1, \quad x \geq 0$$

$$\text{№ 30. } D: xy = 1, \quad x^2 = y, \quad y = 2, \quad x = 0$$

1.3 Завдання № 1.3. Обчислити подвійний інтеграл по області D , яка обмежена заданими лініями.

$$\text{№ 1. } \iint_D (2xy + 1) dx dy, \quad D: x = 0, \quad y = \sqrt{x}, \quad x + y = 2$$

$$\text{№ 2. } \iint_D (2y + 3x) dx dy, \quad D: x \geq 0, \quad x + y = 2, \quad y = x^2$$

$$\text{№ 3. } \iint_D (4x^2y + 2) dx dy, \quad D: x + y = 2, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = 0$$

$$\text{№ 4. } \iint_D (3x + 4y^2) dx dy, \quad D: x = 2, \quad y = x, \quad y = \frac{1}{x}$$

$$\text{№ 5. } \iint_D (x^2 + y + 10) dx dy, \quad D: x = 0, \quad y = 2\sqrt{x}, \quad y = 3 - x$$

$$\text{№ 6. } \iint_D (x + y + 1) dx dy, \quad D: x + y = 2, \quad y = 0, \quad y = x^2$$

$$\text{№ 7. } \iint_D (5xy + 3) dx dy, \quad D: x + y = 3, \quad y = 0, \quad y = 2x^2$$

$$\text{№ 8. } \iint_D (x - 3y) dx dy, \quad D: y = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{2}{x}, \quad y = 2x^2$$

$$\text{№ 9. } \iint_D (x+3y) dx dy, \quad D: x+y=3, y=2\sqrt{x}, y=0$$

$$\text{№ 10. } \iint_D (7x+8y^2) dx dy, \quad D: y=1, y=x, y=-x$$

$$\text{№ 11. } \iint_D (2xy+7) dx dy, \quad D: x=0, y=x^3, x+y=2$$

$$\text{№ 12. } \iint_D (xy+3) dx dy, \quad D: x+y=4, y=0, y=3x^2$$

$$\text{№ 13. } \iint_D (x-5y) dx dy, \quad D: x+y=0, y=x, y=2$$

$$\text{№ 14. } \iint_D (2x+3y+1) dx dy, \quad D: x+y=2, y=0, y=x^2$$

$$\text{№ 15. } \iint_D (x+y^2) dx dy, \quad D: x=2, y=x^2, y=-x^2$$

$$\text{№ 16. } \iint_D \left(x + \frac{y}{2}\right) dx dy, \quad D: x+y=4, x \geq 0, y=3x^2$$

$$\text{№ 17. } \iint_D \left(9y - \frac{5x^2}{7}\right) dx dy, \quad D: y=0, y=(x+1)^2, y=(x-1)^2$$

$$\text{№ 18. } \iint_D (2xy+5) dx dy, \quad D: x+y=2, y=0, y=x^2$$

$$\text{№ 19. } \iint_D \left(y + \frac{x}{2}\right) dx dy, \quad D: x+y=3, x-y=3, y=2$$

$$\text{№ 20. } \iint_D (x^2 - y) dx dy, \quad D: y=1, y=x^3, x+y=0$$

$$\text{№ 21. } \iint_D (3xy+2) dx dy, \quad D: x+y=2, y=0, y=x-1$$

$$\text{№ 22. } \iint_D (2y+1) dx dy, \quad D: x+y=3, x=y, y=0$$

$$\text{№ 23. } \iint_D (7x^2 + 1) dx dy, \quad D: y=1, y=-x^3, x-y=0$$

$$\text{№ 24. } \iint_D (9xy - 8) dx dy, \quad D: x+y=2, y=x^2$$

$$\text{№ 25. } \iint_D (4-3x) dx dy, \quad D: y=0, y=(x+2)^2, y=(x-2)^2$$

$$\text{№ 26. } \iint_D (2xy^2 - 3x) dx dy, \quad D: y=0, x-y=2, y=-x$$

$$\text{№ 27. } \iint_D (5x - y^3) dx dy, \quad D: x+y=3, x=y, x=0$$

$$\text{№ 28. } \iint_D (y+5x+1) dx dy, \quad D: x+y=2, y=x^2$$

$$\text{№ 29. } \iint_D (7y - 3x^2 y^3) dx dy, \quad D: x=0, x-y=3, y=-x$$

$$\text{№ 30. } \iint_D (5x+7y+1) dx dy, \quad D: y=0, y=x^3, x+y=2$$

1.4 Завдання № 1.4. Обчислити подвійний інтеграл, використовуючи полярну систему координат.

$$\text{№ 1. } \iint_D \left(\sqrt[3]{x^2 + y^2} + 1 \right) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 9, x \leq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 2. } \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 3. } \iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \geq e^2, x^2 + y^2 \leq e^4, x \geq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 4. } \iint_D \sqrt[4]{x^2 + y^2} + 2 dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \geq 4, x^2 + y^2 \leq 16$$

$$\text{№ 5. } \iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 2x, y \leq 0$$

- № 6. $\iint_D (x+y) dx dy$, $D: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4$
- № 7. $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 1$
- № 8. $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$, $D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 49, x \leq 0, y \geq 0$
- № 9. $\iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, $D: x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0, y \geq 0$
- № 10. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, $D: y = x, x = 1, y = 0$
- № 11. $\iint_D y dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq x$
- № 12. $\iint_D xy dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 4$
- № 13. $\iint_D x dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq x$
- № 14. $\iint_D x^2 dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 9, x \leq 0, y \geq 0$
- № 15. $\iint_D y^2 dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 25$
- № 16. $\iint_D x^2 y dx dy$, $D: x^2 + y^2 = 1, y = x, y = -x, y \geq 0$
- № 17. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, $D: x = \sqrt{3}y, x = -\sqrt{3}y, x = 2$
- № 18. $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 2x$
- № 19. $\iint_D \sqrt[3]{x^2 + y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0, y \geq 0$

$$\text{№ 20. } \iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 21. } \iint_D \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 9$$

$$\text{№ 22. } \iint_D (5 - 3x - 4y) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 4x$$

$$\text{№ 23. } \iint_D \sqrt{9 - x^2 - y^2} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 3x, x \leq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 24. } \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}, \quad D: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 25. } \iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}$$

$$\text{№ 26. } \iint_D (\sqrt{x^2 + y^2} + 3) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0$$

$$\text{№ 27. } \iint_D \operatorname{arcctg} \frac{x}{y} dx dy, \quad D: x = 1, y = x, y = -x$$

$$\text{№ 28. } \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt[3]{x^2 + y^2 + 3}}, \quad D: x^2 + y^2 \leq 25, x \leq 0, y \geq 0$$

$$\text{№ 29. } \iint_D \frac{y^2}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D: x = 1, y = x, y = -x$$

$$\text{№ 30. } \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq \pi^2$$

1.5 Завдання № 1.5. Обчислити криволінійний інтеграл

$\int_L f(x, y) dl$, де L – відрізок прямої, укладеної між точками A і B .

$$\text{№ 1. } \int_L (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) d\ell, \quad A(-1, 0), \quad B(0, 1)$$

$$\text{№ 2. } \int_L (4x + xy^2) d\ell, \quad A(0, 0), \quad B(1, 2)$$

$$\text{№ 3. } \int_L (x^3 - xy^2) d\ell, \quad A(0, -1), \quad B(2, 1)$$

$$\text{№ 4. } \int_L \frac{d\ell}{x + y}, \quad A(0, 1), \quad B(1, 2).$$

$$\text{№ 5. } \int_L (x + xy - y^2) d\ell, \quad A(-1, 0), \quad B(0, 2).$$

$$\text{№ 6. } \int_L (4x - y + y^2) d\ell, \quad A(0, 2), \quad B(2, 0)$$

$$\text{№ 7. } \int_L (y^3 + x^2y + 5x) d\ell, \quad A(-1, 0), \quad B(-2, 4)$$

$$\text{№ 8. } \int_L (2\sqrt{x} - y) d\ell, \quad A(0, 1), \quad B(1, 3)$$

$$\text{№ 9. } \int_L \frac{d\ell}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}, \quad A(0, 0), \quad B(1, -1)$$

$$\text{№ 10. } \int_L (\sqrt{xy^3} + 2y) d\ell, \quad A(0, 0), \quad B(2, 4)$$

$$\text{№ 11. } \int_L (x^2 - 3y + 1) d\ell, \quad A(-2, -1), \quad B(2, -2)$$

$$\text{№ 12. } \int_L (e^x + x\sqrt{y}) d\ell, \quad A(0, 0), \quad B(2, 2)$$

$$\text{№ 13. } \int_L (x \sin y + y^2) d\ell, \quad A(0, 1), \quad B(4, 2)$$

$$\text{№ 14. } \int_L \left(\frac{3}{x} + xy^2 - y \right) d\ell, \quad A(1, 0), \quad B(3, 2)$$

- № 15. $\int_L (y\sqrt{x} + y^2 + 2x) d\ell$, $A(0,0)$, $B(2,1)$
- № 16. $\int_L (y^2x - xy + \sqrt{y}) d\ell$, $A(1,-1)$, $B(-1,2)$
- № 17. $\int_L \frac{d\ell}{2x+y}$, $A(1,0)$, $B(2,2)$
- № 18. $\int_L \left(x\sqrt{y} + \frac{y^2+1}{x} \right) d\ell$, $A(2,0)$, $B(-2,4)$
- № 19. $\int_L (x + x^3y - 4y^2) d\ell$, $A(0,1)$, $B(1,0)$
- № 20. $\int_L (\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) d\ell$, $A(-3,0)$, $B(0,6)$
- № 21. $\int_L \frac{d\ell}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$, $A(-2,-2)$, $B(0,0)$
- № 22. $\int_L (4xy^2 + 2y - x) d\ell$, $A(0,-1)$, $B(2,0)$
- № 23. $\int_L (xe^y + 2y - 1) d\ell$, $A(0,0)$, $B(1,1)$
- № 24. $\int_L (y\sqrt{x} + x^2 - y^3) d\ell$, $A(0,-2)$, $B(4,0)$
- № 25. $\int_L (e^y \cos x + y^2 - xy) d\ell$, $A(-1,0)$, $B(0,3)$
- № 26. $\int_L (4x^2 + y^2) d\ell$, $A(1,1)$, $B(3,3)$
- № 27. $\int_L (5x - 4y)^3 d\ell$, $A(0,-1)$, $B(1,10)$
- № 28. $\int_L (x^3 + 3y^2)^2 d\ell$, $A(1,1)$, $B(2,5)$

$$\text{№ 29. } \int_L (x^2 + y^2)^3 d\ell, \quad A(1,3), \quad B(2,6)$$

$$\text{№ 30. } \int_L (2x^2 - 4y) d\ell, \quad A(0,2), \quad B(3,4)$$

1.6 Завдання № 1.6. Обчислити криволінійний інтеграл другого роду.

$$\text{№ 1. } \int_L (x + y) dx + x dy; \quad L: y = x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\text{№ 2. } \int_L (2x - y) dx + (x + y) dy; \quad L: y = 2x + 1, \quad 1 \leq x \leq 2$$

$$\text{№ 3. } \int_L xy dx - y dy; \quad L: y = x^3, \quad 1 \leq x \leq 3$$

$$\text{№ 4. } \int_L (y - 2x) dx + x dy; \quad L: y = 2x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\text{№ 5. } \int_L (3x + y) dx + (x - y) dy; \quad L: y = 1 - x, \quad 1 \leq x \leq 3$$

$$\text{№ 6. } \int_L (x^2 + y) dx + 2y dy; \quad L: y = -x^2, \quad -1 \leq x \leq 0$$

$$\text{№ 7. } \int_L (x - 2y) dx + xy dy; \quad L: y = -x^2 + 2, \quad 1 \leq x \leq 3$$

$$\text{№ 8. } \int_L (x^2 + y^2) dx + (y - x) dy; \quad L: y = 3x - 2, \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$\text{№ 9. } \int_L \frac{y}{x} dx + (x + 2y) dy; \quad L: y = 3x^2, \quad 1 \leq x \leq 4$$

$$\text{№ 10. } \int_L (y - 2x) dx + x^2 y dy; \quad L: y = x^3, \quad -1 \leq x \leq 0$$

- № 11. $\int_L \frac{x^2}{y} dx + (2x - y) dy$; $L: y = -2x, 1 \leq x \leq 2$
- № 12. $\int_L yx^2 dx + (2y + x) dy$; $L: y = 2 - x, 1 \leq x \leq 2$
- № 13. $\int_L x^2 y dx + (2x - y) dy$; $L: y = -2x^2, 1 \leq x \leq 2$
- № 14. $\int_L \left(\frac{y}{x^2} + 1 \right) dx + (y - 3x) dy$; $L: y = 3x^2 + x, 1 \leq x \leq 3$
- № 15. $\int_L (x - 3y) dx + y^2 x dy$; $L: y = 2x + 1, -1 \leq x \leq 1$
- № 16. $\int_L (x^2 + 2y) dx + (y - x) dy$; $L: y = \frac{1}{x}, 2 \leq x \leq 3$
- № 17. $\int_L (3y - 2x) dx + y^2 dy$; $L: y = \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 9$
- № 18. $\int_L \left(\frac{x^3}{y} - 2 \right) dx + (y + 3x) dy$; $L: y = -2x, -1 \leq x \leq 1$
- № 19. $\int_L \sqrt{xy} dx + (2x - 2y) dy$; $L: y = 4x, 0 \leq x \leq 1$
- № 20. $\int_L (2x - y) dx - xy dy$; $L: y = -x^3, 0 \leq x \leq 1$.
- № 21. $\int_L 2x^2 y dx + (3x - y) dy$; $L: y = x^2 + 1, -2 \leq x \leq 1$
- № 22. $\int_L (x - 3y) dx - x dy$; $L: y = 2x^3 - 1, 0 \leq x \leq 1$
- № 23. $\int_L \left(\frac{x}{y^2} + 2 \right) dx + (2y - 3x) dy$; $L: y = -x^2, 0 \leq x \leq 2$

$$\text{№ 24. } \int_L (3x^2 + y)dx + (2y - x)dy; \quad L: y = 3x^2, 1 \leq x \leq 2$$

$$\text{№ 25. } \int_L (3xy^2 - 1)dx + x^2ydy; \quad L: y = 2x - 3, -1 \leq x \leq 1$$

$$\text{№ 26. } \int_L (\sqrt[3]{x^2y} - 1)dx + (y - 2x)dy; \quad L: y = 8x, -1 \leq x \leq 0$$

$$\text{№ 27. } \int_L xy^5dx + (2y - x)dy; \quad L: y = \sqrt[3]{x}, -1 \leq x \leq 8$$

$$\text{№ 28. } \int_L (3y^2 - x)dx + 2xydy; \quad L: y = 1 - x, 0 \leq x \leq 2$$

$$\text{№ 29. } \int_L \left(\frac{2x}{y} - y \right) dx + 3xdy; \quad L: y = x^2 + 1, -1 \leq x \leq 0$$

$$\text{№ 30. } \int_L (x^2 - y^2)dx + 2xydy; \quad L: y = 3x + 2, 0 \leq x \leq 2$$

1.7 Завдання № 1.7. Обчислити криволінійний інтеграл $\int_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$, де L – контур трикутника ABC з

напрямок обходу проти годинникової стрілки:

а) безпосереднім інтегруванням; б) за допомогою формули Гріна

$$\text{№ 1. } \oint_L (x^2 - y^2)dx + xy^2dy; \quad A(0, 2), B(3, 5), C(3, 0)$$

$$\text{№ 2. } \oint_L 3xy^2dx + 2xydy; \quad A(2, 1), B(2, 3), C(4, 4)$$

$$\text{№ 3. } \oint_L 2(x^2 - y^2)dx + (x - y)^2dy; \quad A(1, 1), B(1, 3), C(4, 0)$$

$$\text{№ 4. } \oint_L (x - y^2)dx + (x^2 - y)dy; \quad A(1, 1), B(1, 4), C(5, 4)$$

- № 5. $\oint_L (x-y)^2 dx + (x+y)^2 dy$; $A(-1,0)$, $B(3,2)$, $C(3,4)$
- № 6. $\oint_L xy^2 dx - x^2 y^2 dy$; $A(-1,0)$, $B(-1,4)$, $C(1,3)$
- № 7. $\oint_L (3xy - y^2) dx - (x^2 + y) dy$; $A(-3,0)$, $B(0,-2)$, $C(0,3)$
- № 8. $\oint_L (2x^2 y + y) dx + (3x^2 y + 3) dy$; $A(0,-2)$, $B(3,2)$, $C(0,2)$
- № 9. $\oint_L (2x + 3y^2) dx - (3 - 2x^2) dy$; $A(1,1)$, $B(3,2)$, $C(3,5)$
- № 10. $\oint_L (x^2 - 5y) dx + (x^2 y + 2) dy$; $A(0,1)$, $B(0,4)$, $C(4,0)$
- № 11. $\oint_L (3xy + 2) dx + (xy^2 + 1) dy$; $A(1,-1)$, $B(3,0)$, $C(1,3)$
- № 12. $\oint_L (2 - 3xy) dx - x^2 y dy$; $A(0,-2)$, $B(3,0)$, $C(3,3)$.
- № 13. $\oint_L (x+y)^2 dx - (x^2 + y^2) dy$; $A(-2,-2)$, $B(1,1)$, $C(-2,2)$
- № 14. $\oint_L (y^2 - x^2) dx + (y-x)^2 dy$; $A(2,2)$, $B(2,5)$, $C(1,-1)$
- № 15. $\oint_L xy^3 dx + x^3 y dy$; $A(0,0)$, $B(3,3)$, $C(0,4)$
- № 16. $\oint_L (2xy^2 - y) dx + (x + x^2 y) dy$; $A(0,3)$, $B(3,0)$, $C(3,4)$
- № 17. $\oint_L (y^2 - 3xy^2) dx + (2xy + x^2) dy$; $A(1,2)$, $B(3,0)$, $C(3,4)$
- № 18. $\oint_L (y^3 x - y) dx + (2x^2 y^2 - x) dy$; $A(1,1)$, $B(1,3)$, $C(4,0)$
- № 19. $\oint_L (xy - y^2 x) dx + (x^2 y + x) dy$; $A(0,-1)$, $B(2,1)$, $C(2,3)$

$$\text{№ 20. } \oint_L (y^2 - 2xy)dx + (x^2 + 4xy)dy; \quad A(-3,1), B(-3,-3), C(0,0)$$

$$\text{№ 21. } \oint_L (2 - y^2)dx + (2 + x^2)dy; \quad A(1,0), B(-2,3), C(-2,-2)$$

$$\text{№ 22. } \oint_L (y - xy^2)dx + (x + x^2y)dy; \quad A(-3,2), B(-2,0), C(-2,3)$$

$$\text{№ 23. } \oint_L (xy^2 - 2y)dx - (x^2y - 2x)dy; \quad A(0,4), B(2,0), C(2,5)$$

$$\text{№ 24. } \oint_L (y - x^2y^2)dx + (x^2y^2 + x)dy; \quad A(0,0), B(2,2), C(0,4)$$

$$\text{№ 25. } \oint_L (7x - y^2)dx + 4(x - 1)dy; \quad A(2,1), B(1,4), C(3,3)$$

$$\text{№ 26. } \oint_L (x^3 - 2y)dx + (2xy + y^3)dy; \quad A(1,2), B(2,1), C(-3,0)$$

$$\text{№ 27. } \oint_L 2x(y - 3)dx + (x^2 + 1)dy; \quad A(-2,-1), B(3,0), C(1,4)$$

$$\text{№ 28. } \oint_L (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy; \quad A(0,0), B(1,1), C(1,0)$$

$$\text{№ 29. } \oint_L x^2ydx + x^3dy; \quad A(6,2), B(2,0), C(4,5)$$

$$\text{№ 30. } \oint_L (6 - yx^2)dx + (y + xy^2)dy; \quad A(1,1), B(2,3), C(3,-2)$$

1.8 Завдання № 1.8. Довести, що криволінійний інтеграл не залежить від шляху інтегрування, та обчислити його для заданих точок A , B , C по двом контурам інтегрування:

а) вздовж відрізка прямої AB ; б) вздовж ламаної ACB .

$$\text{№ 1. } \int_L (2x + 3y)dx + (3x + 3y^2)dy; \quad A(0,2), B(3,5), C(3,0)$$

$$\text{№ 2. } \int_L (6xy + 4y^2 + 5y)dx + (3x^2 + 8xy + 5x)dy; \quad A(2,1), B(2,3), C(4,4)$$

$$\text{№ 3. } \int_L (6xy^2 + 4x^3) dx + (6x^2y + 3y^2) dy; \quad A(1,1), B(1,3), C(4,0)$$

$$\text{№ 4. } \int_L (2xy - 5y^3) dx + (x^2 - 15xy^2 + 6y) dy; \quad A(1,1), B(1,4), C(5,4)$$

$$\text{№ 5. } \int_L 2xy dx + x^2 dy; \quad A(-1,0), B(3,2), C(3,4)$$

$$\text{№ 6. } \int_L (3x^2y + 1) dx + (x^3 - 1) dy; \quad A(-1,0), B(-1,4), C(1,3)$$

$$\text{№ 7. } \int_L (2x - 3y^2 + 1) dx + (2 - 6xy) dy; \quad A(-3,0), B(0,-2), C(0,3)$$

$$\text{№ 8. } \int_L (x + 3y) dx + (3x + y) dy; \quad A(0,-2), B(3,2), C(0,2)$$

$$\text{№ 9. } \int_L (4x^3y^3 - 3y^2 + 8) dx + (3x^4y^2 - 6xy - 1) dy; \quad A(1,1), B(3,2), C(3,5)$$

$$\text{№ 10. } \int_L (x^2 - 2xy^2 + 3) dx + (y^2 - 2x^2y - 3) dy; \quad A(0,1), B(0,4), C(4,0)$$

$$\text{№ 11. } \int_L (2x - 3xy^2 + 2y) dx + (2x - 3x^2y + 2y) dy; \quad A(1,-1), B(3,0), C(1,3)$$

$$\text{№ 12. } \int_L (x + y) dx + (x - y^2) dy; \quad A(0,-2), B(3,0), C(3,3)$$

$$\text{№ 13. } \int_L (4x + 2y) dx + (2x - 6y) dy; \quad A(-2,-2), B(1,1), C(-2,2)$$

$$\text{№ 14. } \int_L (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy; \quad A(2,2), B(2,5), C(1,-1)$$

$$\text{№ 15. } \int_L (2x + 3y) dx + (3x - 4y) dy; \quad A(0,0), B(3,3), C(0,4)$$

$$\text{№ 16. } \int_L (3x^2 - 2xy + y^2) dx + (2xy - x^2 - 3y^2) dy; \quad A(0,3), B(3,0), C(3,4)$$

$$\text{№ 17. } \int_L (x^3 + xy^2) dx + (x^2y + y^3) dy; \quad A(1,2), B(3,0), C(3,4)$$

$$\text{№ 18. } \int_L (3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy; \quad A(1,1), \quad B(1,3), \quad C(4,0)$$

$$\text{№ 19. } \int_L (x + y) dx + (x + 2y^2) dy; \quad A(0,-1), \quad B(2,1), \quad C(2,3)$$

$$\text{№ 20. } \int_L (x^2 + 2xy) dx + (x^2 + y^3) dy; \quad A(-3,1), \quad B(-3,-3), \quad C(0,0)$$

$$\text{№ 21. } \int_L (x^2 + y^2 + 2x) dx + 2xy dy; \quad A(1,0), \quad B(-2,3), \quad C(-2,-2)$$

$$\text{№ 22. } \int_L (x^3 - 3xy^2 + 2) dx + (3x^2y - y^2) dy; \quad A(-3,2), \quad B(-2,0), \quad C(-2,3)$$

$$\text{№ 23. } \int_L (x^2 + y) dx + (x - 2y) dy; \quad A(0,4), \quad B(2,0), \quad C(2,5)$$

$$\text{№ 24. } \int_L (y - 3x^2) dx - (4y - x) dy; \quad A(0,0), \quad B(2,2), \quad C(0,4)$$

$$\text{№ 25. } \int_L y dx - (y^3 - x) dy; \quad A(2,1), \quad B(1,4), \quad C(3,3)$$

$$\text{№ 26. } \int_L (6xy^2 + 4x^3) dx + (6x^2y + 3y^2) dy; \quad A(1,2), \quad B(2,1), \quad C(-3,0)$$

$$\text{№ 27. } \int_L (x - 2y) dx + (y - 2x + 3) dy; \quad A(-2,-1), \quad B(3,0), \quad C(1,4)$$

$$\text{№ 28. } \int_L (x^2 + y^2) dx + (2xy + x) dy; \quad A(0,0), \quad B(1,1), \quad C(1,0)$$

$$\text{№ 29. } \int_L (3x - 7y - 3) dx + (3y - 7x + 7) dy; \quad A(6,2), \quad B(2,0), \quad C(4,5)$$

$$\text{№ 30. } \int_L 6x^5 y dx - (y^4 - x^6) dy; \quad A(1,1), \quad B(2,3), \quad C(3,-2)$$

2 ФУНКЦІЯ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

2.1 Завдання № 2.1. Комплексні числа z_1 та z_2 записати в тригонометричній та показниковій формах. Обчислити

$$z_3 = \frac{z_1 z_2}{(2\bar{z}_1 - z_2)^2}. \text{ Зобразити } z_1, z_2, z_3 \text{ на комплексній площині.}$$

№ 1. $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 4 - 3i$

№ 2. $z_1 = 3 + 3i, z_2 = 1 - 3i$

№ 3. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 4 - 3i$

№ 4. $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 5 - 3i$

№ 5. $z_1 = 3 + 3i, z_2 = 4 - 6i$

№ 6. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 - 3i$

№ 7. $z_1 = 5 - 3i, z_2 = 5 + 4i$

№ 8. $z_1 = 4 - 3i, z_2 = 5 - 4i$

№ 9. $z_1 = 2 - 5i, z_2 = 7 + 2i$

№ 10. $z_1 = 3 - 5i, z_2 = 9 + 2i$

№ 11. $z_1 = 1 - 4i, z_2 = 7 + 2i$

№ 12. $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 8 + 2i$

№ 13. $z_1 = 5 + 3i, z_2 = 4 + 3i$

№ 14. $z_1 = 2 + 5i, z_2 = 2 + 3i$

№ 15. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 - 4i$

№ 16. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 + 4i$

№ 17. $z_1 = 7 - 4i, z_2 = 2 - 4i$

№ 18. $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 5 + i$

№ 19. $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 6 - 5i$

№ 20. $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 4 - 3i$

№ 21. $z_1 = 5i, z_2 = 6 - 4i$

№ 22. $z_1 = 3 - 5i, z_2 = 8 + i$

№ 23. $z_1 = 5 - 4i, z_2 = 8 + 3i$

№ 24. $z_1 = 2 - 4i, z_2 = 5 + 2i$

№ 25. $z_1 = 3 - 4i, z_2 = 8 + 5i$

№ 26. $z_1 = 2 - 6i, z_2 = 7 + i$

№ 27. $z_1 = 3 - 5i, z_2 = 9 - 2i$

№ 28. $z_1 = 6 - 2i, z_2 = 8 + 5i$

№ 29. $z_1 = 4i, z_2 = 7 - 3i$

№ 30. $z_1 = 3 + i, z_2 = 8 - 9i$

2.2 Завдання № 2.2. Знайти всі значення кореня та зобразити знайдені числа на комплексній площині.

№ 1. $\sqrt[4]{-1}$

№ 2. $\sqrt[3]{1}$

№ 3. $\sqrt[4]{1}$

№ 4. $\sqrt[3]{-1}$

№ 5. $\sqrt[4]{-16}$

№ 6. $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$

№ 7. $\sqrt[3]{i}$

№ 8. $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}$

№ 9. $\sqrt[3]{-i}$

№ 10. $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$

№ 11. $\sqrt[3]{8}$

№ 12. $\sqrt[3]{8i}$

№ 13. $\sqrt[4]{16}$

№ 14. $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{32}}$

№ 15. $\sqrt[3]{\frac{i}{27}}$

№ 16. $\sqrt[3]{-8i}$

№ 17. $\sqrt[4]{-\frac{1}{16}}$

№ 18. $\sqrt[4]{-8 + i8\sqrt{3}}$

№ 19. $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

№ 20. $\sqrt[4]{256}$

№ 21. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

№ 22. $\sqrt[3]{-\frac{i}{8}}$

№ 23. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$

№ 24. $\sqrt[4]{-8 - i8\sqrt{3}}$

№ 25. $\sqrt[4]{-128 - i128\sqrt{3}}$

№ 26. $\sqrt[3]{27}$

№ 27. $\sqrt[4]{\frac{1}{256}}$

№ 28. $\sqrt[4]{-128 + i128\sqrt{3}}$

№ 29. $\sqrt[3]{-8}$

№ 30. $\sqrt[3]{\frac{i}{8}}$

2.3 Завдання № 2.3. Зобразити на комплексній площині лінії, які визначаються наступними рівняннями.

№ 1. $\operatorname{Re}(z^2 - 4\bar{z}) = 5$

№ 2. $\operatorname{Im}(z^2 - 4\bar{z}) = 5$

№ 3. $\operatorname{Re}(z^2 - z) = 3$

№ 4. $\operatorname{Im}(z^2 - z) = 3$

№ 5. $\operatorname{Re}(3z - \bar{z}) = 2$

№ 6. $\operatorname{Im}(3z - \bar{z}) = 2$

№ 7. $\operatorname{Re}(z^2 + \bar{z}) = 4$

№ 8. $\operatorname{Im}(z^2 + \bar{z}) = 4$

№ 9. $\operatorname{Re}(4z + \bar{z}) = 7$

№ 10. $\operatorname{Im}(4z + \bar{z}) = 7$

№ 11. $\operatorname{Re}(z^2 - 4\bar{z}^2) = 6$

№ 12. $\operatorname{Im}(z^2 - 4\bar{z}^2) = 6$

№ 13. $|z + 1| = 2|z - i|$

№ 14. $\operatorname{Im}(z - \bar{z}) = \operatorname{Re} z$

№ 15. $z \cdot \bar{z} - 4 \operatorname{Im} z = 0$

$$\text{№ 16. } z \cdot \bar{z} + 2 \operatorname{Re} z = 0$$

$$\text{№ 17. } (\operatorname{Im} z)^2 = 4 - \operatorname{Re} z$$

$$\text{№ 18. } 2 \operatorname{Re} z - (\operatorname{Im} z)^2 = 1$$

$$\text{№ 19. } 2 \operatorname{Re} z - (\operatorname{Im} z)^2 = 1$$

$$\text{№ 20. } \operatorname{Im} z^2 = 4$$

$$\text{№ 21. } \operatorname{Im}(i + z) = |z|$$

$$\text{№ 22. } |z - 2|^2 + |z + 2|^2 = 26$$

$$\text{№ 23. } \operatorname{Im}(z^2 + \bar{z}) = 2 - \operatorname{Im} \bar{z}$$

$$\text{№ 24. } \operatorname{Im} \frac{z - 1 + i}{z - 3i} = 0$$

$$\text{№ 25. } |z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 5$$

$$\text{№ 26. } |z - 2| = |1 - 2\bar{z}|$$

$$\text{№ 27. } \operatorname{Re}(z^2) + \operatorname{Im}(z^2) = 9$$

$$\text{№ 28. } |z| = \operatorname{Re} z + 1$$

$$\text{№ 29. } |z - 2i| = |z + 2|$$

$$\text{№ 30. } |2i - z|^2 = 1$$

2.4 Завдання № 2.4. Зобразити на комплексній площині множину точок, що задається наступними співвідношеннями.

$$\text{№ 1. } |z| > 1; \quad -1 < \operatorname{Im} z \leq 1; \quad 0 < \operatorname{Re} z \leq 2$$

$$\text{№ 2. } |z + i| < 1; \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \arg(z - 1) \leq -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 3. } z \cdot \bar{z} < 2; \quad \operatorname{Re} z \leq 1; \quad \operatorname{Im} z > -1$$

$$\text{№ 4. } 1 < z \cdot \bar{z} < 2; \quad \operatorname{Re} z > 0; \quad 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$$

$$\text{№ 5. } |\operatorname{Re} z| \leq 1; \quad |\operatorname{Im} z| < 2$$

$$\text{№ 6. } |z - i| \leq 1; \quad -\frac{\pi}{2} \leq \arg(z - i) \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 7. } |z - 1| > 1; \quad -1 < \operatorname{Im} z < 0; \quad 0 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$$

$$\text{№ 8. } z \cdot \bar{z} \leq 3; \quad \operatorname{Re} z < 2; \quad \operatorname{Im} z > -2$$

$$\text{№ 9. } |z - 2 - i| \geq 1; \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 3; \quad 1 \leq \operatorname{Re} z < 3$$

$$\text{№ 10. } |\operatorname{Re} z| \leq 2; \quad |\operatorname{Im} z| < 4$$

$$\text{№ 11. } |z-1-i| \leq 1; \quad \text{Im } z > 1; \quad \text{Re } z \geq 1$$

$$\text{№ 12. } |z-1+i| \geq 1; \quad \text{Re } z < 1; \quad \text{Im } z \leq -1$$

$$\text{№ 13. } |z-2-i| \leq 2; \quad \text{Re } z \geq 3; \quad \text{Im } z < 1$$

$$\text{№ 14. } |z-1-i| \geq 1; \quad 0 \leq \text{Re } z < 2; \quad 0 < \text{Im } z \leq 2$$

$$\text{№ 15. } |z+i| < 2; \quad 0 < \text{Re } z \leq 1$$

$$\text{№ 16. } |z-i| \leq 1; \quad 0 < \arg z < \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 17. } |z-i| \leq 2; \quad 0 < \text{Im } z < 2$$

$$\text{№ 18. } |z+i| > 1; \quad -\frac{\pi}{4} \leq \arg z < 0$$

$$\text{№ 19. } |z-1-i| < 1; \quad |\arg z| \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 20. } 1 < |z-1| \leq 2; \quad \text{Im } z \geq 0; \quad \text{Re } z < 1$$

$$\text{№ 21. } 1 \leq |z-1| < 2; \quad \text{Re } z \leq 0; \quad \text{Im } z > 1$$

$$\text{№ 22. } |z-1| > 1; \quad -1 \leq \text{Im } z < 0; \quad 0 \leq \text{Re } z < 3$$

$$\text{№ 23. } |z+i| < 1; \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 24. } |z-i| \leq 1; \quad -\frac{\pi}{2} < \arg(z-i) < \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 25. } \overline{z}z < 2; \quad \text{Re } z \leq 1; \quad \text{Im } z > -1$$

$$\text{№ 26. } \overline{z}z \leq 2; \quad \text{Re } z < 1; \quad \text{Im } z > -1$$

$$\text{№ 27. } 1 < \overline{z}z < 2; \quad \text{Re } z > 0; \quad 0 \leq \text{Im } z \leq 1$$

$$\text{№ 28. } |z-1| < 1; \quad \arg z \leq \frac{\pi}{4}; \quad \arg(z-1) > \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 29. } |z-i| < 1; \quad \arg z \leq \frac{\pi}{4}; \quad \arg(z+1-i) \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{№ 30. } |z-2-i| \geq 1; \quad 1 \leq \operatorname{Re} z < 3; \quad 0 < \operatorname{Im} z \leq 3$$

2.5 Завдання № 2.5. Обчислити значення функції. Результати надати в алгебраїчній формі.

$$\text{№ 1. } \cos(2+i)$$

$$\text{№ 14. } 2^i$$

$$\text{№ 2. } (-1)^i$$

$$\text{№ 15. } \cos(1-2i)$$

$$\text{№ 3. } \sin(2i-1)$$

$$\text{№ 16. } (1-i)^{-i}$$

$$\text{№ 4. } (i)^{i+1}$$

$$\text{№ 17. } \sin(-1-2i)$$

$$\text{№ 5. } \operatorname{tg} 2i$$

$$\text{№ 18. } (i-1)^i$$

$$\text{№ 6. } (2)^{-i}$$

$$\text{№ 19. } \cos(-1+2i)$$

$$\text{№ 7. } \operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{№ 20. } \sin(1-2i)$$

$$\text{№ 8. } \cos(2-i)$$

$$\text{№ 21. } \operatorname{Ln}\left(\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}i}{2}\right)$$

$$\text{№ 9. } (-1)^{-i}$$

$$\text{№ 22. } \sin(2-i)$$

$$\text{№ 10. } \operatorname{tg}(-2i)$$

$$\text{№ 23. } (1+\sqrt{3}i)^{2i}$$

$$\text{№ 11. } (1+i)^i$$

$$\text{№ 24. } \cos(-2-i)$$

$$\text{№ 12. } \operatorname{Ln}\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{№ 25. } (1-\sqrt{3}i)^{1+i}$$

$$\text{№ 13. } \sin(1+2i)$$

$$\text{№ 26. } \sin(2+i)$$

№ 27. $(\sqrt{3} - i)^i$

№ 29. $2^{-1-\sqrt{3}i}$

№ 28. $\sin(-2 + 2i)$

№ 30. $\operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$

2.6 Завдання № 2.6. Довести, що функція $f(z)$ є аналітичною на всій комплексній площині. Знайти похідну функції за теоремою Коші-Рімана.

№ 1. $f(z) = 2z^3 - iz + 3z^2$

№ 2. $f(z) = \sin(2 + iz)$

№ 3. $f(z) = z^3 + 4iz^2 + 3z$

№ 4. $f(z) = z^3 + iz^2$

№ 5. $f(z) = (i + 2z)^2$

№ 6. $f(z) = e^{2zi}$

№ 7. $f(z) = sh 5iz$

№ 8. $f(z) = 3e^{3zi}$

№ 9. $f(z) = (5z + 2i)^2$

№ 10. $f(z) = \sin(5 + iz)$

№ 11. $f(z) = 4e^{2z+i}$

№ 12. $f(z) = (z + 1)^2$

№ 13. $f(z) = sh 4z$

№ 14. $f(z) = \sin 2z$

№ 15. $f(z) = 5z^3 + 2iz + 2z^2$

№ 16. $f(z) = 9 \cos(i + z)$

№ 17. $f(z) = 5e^{5zi}$

№ 18. $f(z) = \cos 9z$

№ 19. $f(z) = 4z^3 - 4 + 4i$

№ 20. $f(z) = (3z - 4)^2 + z$

№ 21. $f(z) = z^2 - 2iz + 3i$

№ 22. $f(z) = e^{3(z+i)}$

№ 23. $f(z) = \sin(z - 2i)$

№ 24. $f(z) = 8e^{4zi+5}$

№ 25. $f(z) = e^{zi} - 3z$

№ 26. $f(z) = ch 4iz$

№ 27. $f(z) = 9z^2 + 3 - 4i$

№ 28. $f(z) = 7 \cos iz$

№ 29. $f(z) = 5e^{zi}$

№ 30. $f(z) = \sin(2z - i)$

2.7 Завдання № 2.7. Відновити аналітичну в околі точки z_0 функцію $f(z)$ за відомою дійсною $u(x, y)$ чи уявною $v(x, y)$ частинами і значенням $f(z_0)$.

№ 1. $u = x^2 - y^2 + xy, \quad f(0) = 0$

№ 2. $v = 6x^2 y - 2y^3 - x^3 + 3xy^2, \quad f(0) = 0$

$$\text{№ 3. } u = -e^x \sin y, \quad f(0) = i$$

$$\text{№ 4. } v = 3x^2 y - y^3, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 5. } u = x + \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad f(1) = 2$$

$$\text{№ 6. } v = e^x \cos y, \quad f(0) = i$$

$$\text{№ 7. } u = x^2 - y^2 + 11, \quad f(0) = 11 - 7i$$

$$\text{№ 8. } v = \frac{-y}{x^2 + y^2}, \quad f(1) = 1$$

$$\text{№ 9. } u = \frac{y}{y^2 + x^2}, \quad f(2) = 0$$

$$\text{№ 10. } u = x^2 - y^2 + 2x, \quad f(i) = -1 + 2i$$

$$\text{№ 11. } u = x^2 - y^2 + x, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 12. } u = x^3 - 3xy + 1, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 13. } v = e^x (y \cos y + x \sin y), \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 14. } u = x^2 - y^2 - 2y, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 15. } v = e^{-y} \sin x + y, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 16. } v = e^x \cos y, \quad f(0) = 1 + i$$

$$\text{№ 17. } u = e^{-y} \cos x, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 18. } u = y - 2xy, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 19. } v = x^2 - y^2 + 2x + 1, \quad f(0) = i$$

$$\text{№ 20. } u = x^2 - y^2 - 2x + 1, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 21. } v = 3x^2 y - y^3 - y, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 22. } v = 2xy + y, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 23. } v = 3x^2y - y^3, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 24. } u = e^x(x \cos y - y \sin y), \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 25. } u = 1 - e^x \sin y, \quad f(0) = 1 + i$$

$$\text{№ 26. } v = \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \sin y, \quad f(0) = 2$$

$$\text{№ 27. } u = e^{-y} \cos x + x, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 28. } v = e^{-y} \sin x, \quad f(0) = 1$$

$$\text{№ 29. } v = x^2 - y^2 - x, \quad f(0) = 0$$

$$\text{№ 30. } u = x^3 - 3xy^2 - x, \quad f(0) = 0$$

2.8 Завдання № 2.8. Обчислити інтеграл від функції комплексної змінної за даною кривою.

$$\text{№ 1. } \int_{AB} \bar{z}^2 dz, \quad AB: \{ y = x^2; z_A = 0, z_B = 1 + i \}$$

$$\text{№ 2. } \int_L (z+1)e^z dz, \quad L: \{ |z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0 \}$$

$$\text{№ 3. } \int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 2 + 2i.$$

$$\text{№ 4. } \int_{AB} (z^2 + 7z + 1) dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 1, z_B = 1 - i.$$

$$\text{№ 5. } \int_{ABC} |z^3| dz, \quad ABC - \text{ламана, } z_A = 0, z_B = -1 + i, z_C = 1 + i.$$

$$\text{№ 6. } \int_{AB} (12z^5 + 4z^3 + 1) dz, \quad AB - \text{відрізок прямої, } z_A = 1, z_B = i.$$

№ 7. $\int_{AB} \bar{z}^2 dz$, AB – відрізок прямої, $z_A = 0$, $z_B = 1 + i$.

№ 8. $\int_{ABC} z^3 e^{z^4} dz$, ABC – ламана, $z_A = i$, $z_B = 1$, $z_C = 0$.

№ 9. $\int_{ABC} \operatorname{Re} \frac{\bar{z}}{z} dz$, $AB: \{|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$, BC – відрізок, $z_B = 1$, $z_C = 2$

№ 10. $\int_{ABC} (z^2 + \cos z) dz$, ABC – ламана, $z_A = 0$, $z_B = 1$, $z_C = i$.

№ 11. $\int_L \frac{\bar{z}}{z} dz$, L – границя області $\{1 < |z| < 2, \operatorname{Re} z > 0\}$.

№ 12. $\int_{ABC} (chz + \cos iz) dz$, ABC – ламана, $z_A = 0$, $z_B = -1$, $z_C = i$.

№ 13. $\int_L |z| \bar{z} dz$, $L: \{|z| = 4, \operatorname{Re} z \geq 0\}$

№ 14. $\int_L (chz + z) dz$, $L: \{|z| = 1, \operatorname{Im} z \leq 0\}$

№ 15. $\int_L |z| \operatorname{Re} z^2 dz$, $L: \{|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$

№ 16. $\int_{AB} (3z^2 + 2z) dz$, $AB: \{y = x^2; z_A = 0, z_B = 1 + i\}$

№ 17. $\int_L z \operatorname{Re} z^2 dz$, $L: \{|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$

№ 18. $\int_{ABC} (z^2 + 1) dz$, ABC – ламана, $z_A = 0$, $z_B = -1 + i$, $z_C = i$.

№ 19. $\int_{AB} e^{|z|^2} \operatorname{Im} z dz$, AB – відрізок прямої, $z_A = 1 + i$, $z_B = 0$.

№ 20. $\int_L (\sin iz + z) dz$, $L: \{|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$

$$\text{№ 21. } \int_{AB} z \operatorname{Re} z^2 dz, \quad AB - \text{ відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 1 + 2i.$$

$$\text{№ 22. } \int_{AB} (2z+1)dz, \quad AB: \{y = x^3; z_A = 0, z_B = 1+i\}$$

$$\text{№ 23. } \int_L z \cdot \bar{z} dz, \quad L: \{|z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 24. } \int_L (\cos iz + 3z^2) dz, \quad L: \{|z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 25. } \int_L |z| dz, \quad L: \left\{ |z| = \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{4} \right\}$$

$$\text{№ 26. } \int_{ABC} (z^3 + 1) dz, \quad ABC - \text{ ламана, } z_A = 0, z_B = 1+i, z_C = i.$$

$$\text{№ 27. } \int_{ABC} (\sin z + z^5) dz, \quad ABC - \text{ ламана, } z_A = 0, z_B = 1, z_C = 2i.$$

$$\text{№ 28. } \int_{AB} z \operatorname{Im} z^2 dz, \quad AB - \text{ відрізок прямої, } z_A = 0, z_B = 1+i.$$

$$\text{№ 29. } \int_L (\sin z + z^3) dz, \quad L: \{|z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$$

$$\text{№ 30. } \int_L z \cdot |z| dz, \quad L: \{|z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0\}$$

2.9 Завдання № 2.9. Обчислити інтеграл за формулою Коші.

$$\text{№ 1. } \oint_{|z+i|=3} \left(\frac{4}{(z-2+i)^2(z-4+i)} \right) dz$$

$$\text{№ 2. } \oint_{|z+6|=2} \left(\frac{2}{(z+5)^2(z+3)} \right) dz$$

$$\text{№ 3. } \oint_{|z-i|=3} \left(\frac{2}{(z-2-i)^2(z-4-i)} \right) dz$$

$$\text{№ 4. } \oint_{|z+2|=2} \left(\frac{2}{(z+1)^2(z-1)} \right) dz$$

$$\text{№ 5. } \oint_{|z-2i|=2} \left(\frac{2}{(z-2-2i)^2(z-4-2i)} \right) dz$$

$$\text{№ 6. } \oint_{|z+3|=2} \left(\frac{4}{(z+2)^2 z} \right) dz$$

$$\text{№ 7. } \oint_{|z+5i|=2} \left(\frac{8}{(z-1+5i)^2(z-3+5i)} \right) dz$$

$$\text{№ 8. } \oint_{|z+4|=2} \left(\frac{2}{(z+3)^2(z+1)} \right) dz$$

$$\text{№ 9. } \oint_{|z-3i|=2} \left(\frac{2}{(z-1-7i)^2(z-3-7i)} \right) dz$$

$$\text{№ 10. } \oint_{|z+5|=2} \left(\frac{2}{(z+4)^2(z+2)} \right) dz$$

$$\text{№ 11. } \oint_{|z-3i|=2} \left(\frac{5}{(z-1-3i)^2(z-3-3i)} \right) dz$$

$$\text{№ 12. } \oint_{|z-1|=2} \left(\frac{2}{(z-2)^2(z-4)} \right) dz$$

$$\text{№ 13. } \oint_{|z+i|=2} \left(\frac{7}{(z-1+i)^2(z-3+i)} \right) dz$$

$$\text{№ 14. } \oint_{|z-2|=2} \left(\frac{3}{(z-3)^2(z-5)} \right) dz$$

$$\text{№ 15. } \oint_{|z+7i|=2} \left(\frac{8}{(z-1+7i)^2(z-3+7i)} \right) dz$$

$$\text{№ 16. } \oint_{|z-3|=2} \left(\frac{3}{(z-4)^2(z-6)} \right) dz$$

$$\text{№ 17. } \oint_{|z+3i|=2} \left(\frac{4}{(z-1+3i)^2(z-3+3i)} \right) dz$$

$$\text{№ 18. } \oint_{|z-4|=2} \left(\frac{3}{(z-5)^2(z-7)} \right) dz$$

$$\text{№ 19. } \oint_{|z-5i|=2} \left(\frac{4}{(z-1-5i)^2(z-3-5i)} \right) dz$$

$$\text{№ 20. } \oint_{|z-5|=2} \left(\frac{2}{(z-6)^2(z-8)} \right) dz$$

$$\text{№ 21. } \oint_{|z-i|=2} \left(\frac{4}{(z-1-i)^2(z-3-i)} \right) dz$$

$$\text{№ 22. } \oint_{|z-6|=2} \left(\frac{2}{(z-5)^2(z-3)} \right) dz$$

$$\text{№ 23. } \oint_{|z-6i|=2} \left(\frac{4}{(z-1-6i)^2(z-3-6i)} \right) dz$$

$$\text{№ 24. } \oint_{|z-5|=2} \left(\frac{2}{(z-4)^2(z-2)} \right) dz$$

$$\text{№ 25. } \oint_{|z+6i|=2} \left(\frac{4}{(z-1+6i)^2(z-3+6i)} \right) dz$$

$$\text{№ 26. } \oint_{|z-4|=2} \left(\frac{2}{(z-3)^2(z-1)} \right) dz$$

$$\text{№ 27. } \oint_{|z+2i|=2} \left(\frac{4}{(z-1+2i)^2(z-3+2i)} \right) dz$$

$$\text{№ 28. } \oint_{|z-3|=2} \left(\frac{4}{(z-2)^2 z} \right) dz$$

$$\text{№ 29. } \oint_{|z-2i|=2} \left(\frac{6}{(z-1-2i)^2(z-3-2i)} \right) dz$$

$$\text{№ 30. } \oint_{|z-2|=2} \left(\frac{6}{(z-1)^2(z+1)} \right) dz$$

2.10 Завдання № 2.10. Знайти особливі точки функції $f(z)$ та з'ясувати їх характер.

$$\text{№ 1. } f(z) = \frac{(z^{12} + 10z^4 + 2) \sin \frac{1}{z-3}}{z^2(z+5)^3(z^2+9)}$$

$$\text{№ 2. } f(z) = \frac{e^{9z} - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 3. } f(z) = \frac{(z^8 - 5z + 1) \cos \frac{1}{z+i}}{(z-1)(z+3)^2(z+6)^4}$$

$$\text{№ 4. } f(z) = \frac{\cos 3z - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 5. } f(z) = \frac{(z^9 - 6z^4 + 5)e^{\frac{1}{z-i}}}{(z-3i)^2(z+2i)^2(z+4)^3}$$

$$\text{№ 6. } f(z) = \frac{\sin 8z - 6z}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 7. } f(z) = \frac{(z^{12} + 6z^6 + 1)\sin \frac{1}{z+1}}{z^4(z+5)^2(z-4i)}$$

$$\text{№ 8. } f(z) = \frac{\cos z^3 - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 9. } f(z) = \frac{(z^{10} - 2z^5 + 1)\cos \frac{1}{z-2}}{z^3(z-6)^2(z+i)^4}$$

$$\text{№ 10. } f(z) = \frac{ch5z - 1}{e^z - 1 - z}$$

$$\text{№ 11. } f(z) = \frac{(z^{11} + z + 5)e^{\frac{1}{z+2}}}{z(z-2i)^3(z+3i)^4}$$

$$\text{№ 12. } f(z) = \frac{\cos 7z - 1}{shz - z - \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 13. } f(z) = \frac{(z^{14} - 2z^7 + 4) \sin \frac{1}{z-2}}{(z+2)^2 (z-3)^3 (z+4)^4}$$

$$\text{№ 14. } f(z) = \frac{e^{7z} - 1}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 15. } f(z) = \frac{(z^{11} - 6z^3 + 2) \cos \frac{1}{z+2i}}{z^5 (z+i)^2 (z-2i)}$$

$$\text{№ 16. } f(z) = \frac{\cos 5z - 1}{chz - 1 - \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 17. } f(z) = \frac{(z^8 + 5z^2 + 1) e^{\frac{1}{z-2i}}}{(z^3 + z^2)^2 (z+2i)}$$

$$\text{№ 18. } f(z) = \frac{e^z - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 19. } f(z) = \frac{(z^{13} - 5z^6 + 4) \sin \frac{1}{z+3}}{(z^2+4)^3 (z^2+1)^2}$$

$$\text{№ 20. } f(z) = \frac{\operatorname{sh} 4z - 4z}{e^z - 1 - z}$$

$$\text{№ 21. } f(z) = \frac{\sin 4z - 4z}{e^z - 1 - z}$$

$$\text{№ 22. } f(z) = \frac{\sin z^4 - z^4}{\operatorname{sh} z - z - \frac{z^3}{6}}$$

$$\text{№ 23. } f(z) = \frac{\sin z^2 - z^2}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

$$\text{№ 24. } f(z) = \frac{e^z - 1}{z^3 (z+1)^2}$$

$$\text{№ 25. } f(z) = \frac{\sin z}{z^3 (1 - \cos z)}$$

$$\text{№ 26. } f(z) = \frac{ze^z}{z^4 - z^3 - 3z^2 + 5z - 2}$$

$$\text{№ 27. } f(z) = \frac{\sin^3 z}{z(1 - \cos z)}$$

$$\text{№ 28. } f(z) = \frac{ze^{iz}}{z^2 + 1}$$

$$\text{№ 29. } f(z) = \frac{1}{z^3 (1 - \cos z)}$$

$$\text{№ 30. } f(z) = \frac{e^{z^5} - 1}{e^z - 1 - z}$$

2.11 Завдання № 2.11. Знайти всі розвинення у ряд Лорана даної функції за степенями z .

$$\text{№ 1. } f(z) = \frac{z-2}{2z^3 + z^2 - z}$$

$$\text{№ 2. } f(z) = \frac{8z-256}{z^4 + 8z^3 - 128z^2}$$

$$\text{№ 3. } f(z) = \frac{3z+5}{(z-1)(z+3)}$$

$$\text{№ 4. } f(z) = \frac{3z-18}{2z^3 + 3z^2 - 9z}$$

$$\text{№ 5. } f(z) = \frac{z+2}{z+z^2-2z^3}$$

$$\text{№ 6. } f(z) = \frac{z-8i}{(z+2i)(z-3i)}$$

$$\text{№ 7. } f(z) = \frac{z-4}{z^4 + z^3 - 2z^2}$$

$$\text{№ 8. } f(z) = \frac{z+4}{2z^2 + 3z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 9. } f(z) = \frac{3z-4+2i}{(z+i)(z-4)}$$

$$\text{№ 10. } f(z) = \frac{2z-16}{4z^4 + 2z^3 - 8z^2}$$

$$\text{№ 11. } f(z) = \frac{2z+16}{8z^2 + 2z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 12. } f(z) = \frac{z + 10 + 2i}{(z - 2i)(z + 5)}$$

$$\text{№ 13. } f(z) = \frac{3z - 36}{z^4 + 3z^3 - 18z^2}$$

$$\text{№ 14. } f(z) = \frac{3z + 18}{9z + 3z^2 - 2z^3}$$

$$\text{№ 15. } f(z) = \frac{z - 6i + 1}{(z - 1)(z + 3)}$$

$$\text{№ 16. } f(z) = \frac{4z - 64}{z^4 + 4z^3 - 32z^2}$$

$$\text{№ 17. } f(z) = \frac{7z + 98}{49z + 7z^2 - 2z^3}$$

$$\text{№ 18. } f(z) = \frac{z + 12 + 6i}{(z - 3i)(z + 4)}$$

$$\text{№ 19. } f(z) = \frac{9z - 162}{2z^3 + 9z^2 - 81z}$$

$$\text{№ 20. } f(z) = \frac{3z + 36}{18z^2 + 3z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 21. } f(z) = \frac{2z - 14i}{(z - i)(z + 5i)}$$

$$\text{№ 22. } f(z) = \frac{6z - 144}{z^4 + 6z^3 - 72z^2}$$

$$\text{№ 23. } f(z) = \frac{4z + 64}{32z^2 + 4z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 24. } f(z) = \frac{2z + 2i - 1}{(z - 1)(z + 2i)}$$

$$\text{№ 25. } f(z) = \frac{13z - 338}{2z^3 + 12z^2 - 169z}$$

$$\text{№ 26. } f(z) = \frac{9z + 162}{81z + 9z^2 - 2z^3}$$

$$\text{№ 27. } f(z) = \frac{z - 12 - 8i}{(z - 2i)(z + 4)}$$

$$\text{№ 28. } f(z) = \frac{7z - 196}{z^4 + 7z^3 - 98z^2}$$

$$\text{№ 29. } f(z) = \frac{6z + 144}{72z^2 + 6z^3 - z^4}$$

$$\text{№ 30. } f(z) = \frac{3z + 3 + 8i}{(z + 3)(z + 4i)}$$

2.12 Завдання № 2.12. Обчислити інтеграл за допомогою лишків.

$$\text{№ 1. } \oint_{|z|=1,2} \frac{e^{3z}}{(z^2 - 1)(z - 3)} dz$$

$$\text{№ 2. } \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$$

$$\text{№ 3. } \oint_{|z+1|=\frac{1}{2}} \frac{tgz + 2}{4z^2 + \pi z} dz$$

$$\text{№ 4. } \oint_{|z|=1} \frac{2 + \sin z}{z(z + 2i)} dz$$

$$\text{№ 5. } \oint_{|z-1|=2} \frac{z(z + \pi)}{\sin 2z} dz$$

$$\text{№ 6.} \quad \oint_{|z-1-i|=\frac{5}{4}} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$$

$$\text{№ 7.} \quad \oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$$

$$\text{№ 8.} \quad \oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z}{\sin z} dz$$

$$\text{№ 9.} \quad \oint_{|z|=3} \frac{e^{\frac{1}{z}} + 1}{z} dz$$

$$\text{№ 10.} \quad \oint_{\left|z-\frac{3}{2}\right|=2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z} dz$$

$$\text{№ 11.} \quad \oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3}{1 - \cos z} dz$$

$$\text{№ 12.} \quad \oint_{\left|z-\frac{3}{2}\right|=2} \frac{2z(z-1)}{\sin z} dz$$

$$\text{№ 13.} \quad \oint_{|z|=1} \frac{1 - \cos z^2}{z^2} dz$$

$$\text{№ 14.} \quad \oint_{|z-3|=1} \frac{\sin 3z + 2}{z^2(z-\pi)} dz$$

$$\text{№ 15.} \quad \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^{2z^2} - 1}{z^3} dz$$

$$\text{№ 16. } \oint_{\left|z-\frac{1}{2}\right|=1} \frac{e^z + 1}{z(z-1)} dz$$

$$\text{№ 17. } \oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{2z^4} dz$$

$$\text{№ 18. } \oint_{|z-2|=3} \frac{\cos^2 z + 1}{z^2 - \pi^2} dz$$

$$\text{№ 19. } \oint_{|z|=1} \frac{e^{2z} - z}{z^2} dz$$

$$\text{№ 20. } \oint_{|z-6|=1} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 - 4\pi^2} dz$$

$$\text{№ 21. } \oint_{|z|=3} \frac{\cos z^2 - 1}{z^4} dz$$

$$\text{№ 22. } \oint_{|z|=3} \frac{\sin^2 z}{z^3(z+i)} dz$$

$$\text{№ 23. } \oint_{|z|=2} \frac{1 + 2 \cos z}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2} dz$$

$$\text{№ 24. } \oint_{|z|=3} \frac{(z-1)dz}{z^2(z-2)}$$

$$\text{№ 25. } \oint_{|z|=1} e^{\frac{1}{z+\frac{1}{2}}} dz$$

$$\text{№ 26. } \oint_{|z|=2} \frac{z^2}{(z^2+1)^2} dz$$

$$\text{№ 27. } \oint_{|z|=2} \frac{5dz}{z^3 - z^4} dz$$

$$\text{№ 28. } \oint_{|z-2i|=4} \sin \frac{3}{z-i} dz$$

$$\text{№ 29. } \oint_{|z-1|=1} \cos \frac{4}{z-1} dz$$

$$\text{№ 30. } \oint_{|z|=4} \frac{\sin^3(z-2i)}{(z+3i)(z-2i)^4} dz$$

3 ОПЕРАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ

3.1 Завдання № 3.1. Знайти зображення функції $f(t)$.

$$\text{№ 1. } f(t) = t e^t + 1$$

$$\text{№ 2. } f(t) = e^{2t} \sin 3t + 2$$

$$\text{№ 3. } f(t) = e^t \cos^2 3t - 3$$

$$\text{№ 4. } f(t) = 2 \sin 2t \cos 4t + 1$$

$$\text{№ 5. } f(t) = 2 + sh 3t$$

$$\text{№ 6. } f(t) = 3 + 2 \sin(3t + 5)$$

$$\text{№ 7. } f(t) = 3 + t^2 + e^{4t} \sin 2t$$

$$\text{№ 8. } f(t) = e^{-3t} \cos 4t - 1$$

$$\text{№ 9. } f(t) = e^{4t} \sin^2 3t - 6$$

$$\text{№ 10. } f(t) = 4 \cos 3t \cos 5t - 2$$

$$\text{№ 11. } f(t) = 1 - 2 \operatorname{ch} 4t$$

$$\text{№ 12. } f(t) = 2 + 4 \cos(2t + 3)$$

$$\text{№ 13. } f(t) = 1 + t + e^t \sin 2t$$

$$\text{№ 14. } f(t) = t^3 e^{4t} - 1$$

$$\text{№ 15. } f(t) = e^{4t} \sin 5t - 7$$

$$\text{№ 16. } f(t) = e^{-t/2} \cos^2 3t + 10$$

$$\text{№ 17. } f(t) = 6 \sin 5t \sin 7t + 3$$

$$\text{№ 18. } f(t) = 3 + e^t \operatorname{sh} 2t$$

$$\text{№ 19. } f(t) = t + 3 \sin(4t + 7)$$

$$\text{№ 20. } f(t) = 7 \cos 3t \sin 7t + 3$$

$$\text{№ 21. } f(t) = t^4 e^{-3t} + 5$$

$$\text{№ 22. } f(t) = e^{-5t} \cos 6t - 1/2$$

$$\text{№ 23. } f(t) = e^{-2t} \sin^2 5t + 5$$

$$\text{№ 24. } f(t) = t^6 e^{-t} + 2$$

$$\text{№ 25. } f(t) = t^2 + 2 \cos(3t + 1)$$

$$\text{№ 26. } f(t) = t + e^{2t} \operatorname{ch} 3t$$

$$\text{№ 27. } f(t) = t^2 e^{-2t} + 3$$

$$\text{№ 28. } f(t) = 2 + 4t + e^{2t} \cos 3t$$

$$\text{№ 29. } f(t) = e^{7t} \sin 4t - 4$$

$$\text{№ 30. } f(t) = e^{5t} \cos^2 7t + 9$$

3.2 Завдання № 3.2. Знайти оригінали, що відповідають зображенням.

$$\text{№ 1. а) } F(p) = \frac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-5p}}{p^2+9}$$

$$\text{№ 2. а) } F(p) = \frac{4p+8}{p(p^2-p+1)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{pe^{-p}}{p^2-25}$$

$$\text{№ 3. а) } F(p) = \frac{4-p}{p^3+4p^2+5p};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{(p+7)p}$$

$$\text{№ 4. а) } F(p) = \frac{11p+15}{(p+1)(p^2+6p+25)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-0,5p}}{(p-1)p^2}$$

$$\text{№ 5. а) } F(p) = \frac{2p-1}{(p-2)(p^2+2p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2-4p+13}$$

$$\text{№ 6. а) } F(p) = \frac{p+5}{(p+2)(p^2-2p+2)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-4p}}{p^2-36}$$

$$\text{№ 7. а) } F(p) = \frac{15p+11}{(p-1)(p^2+8p+25)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+25}$$

$$\text{№ 8. a) } F(p) = \frac{p+5}{(p-1)(p^2+2p+2)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-0,5p}}{p^2-2p+5}$$

$$\text{№ 9. a) } F(p) = \frac{p+10}{p(p^2-4p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2-7p+12}$$

$$\text{№ 10. a) } F(p) = \frac{2p-1}{p(p^2-2p+2)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2-1}$$

$$\text{№ 11. a) } F(p) = \frac{15p+11}{(p-2)(p^2+6p+25)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{p^2-4}$$

$$\text{№ 12. a) } F(p) = \frac{3p+5}{p^2(p^2-2p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p+1)}$$

$$\text{№ 13. a) } F(p) = \frac{2p+3}{p(p^2+4p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2+1}$$

$$\text{№ 14. a) } F(p) = \frac{2-p}{p^3-2p^2+5p};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{pe^{-3p}}{p^2+4}$$

$$\text{№ 15. a) } F(p) = \frac{2-3p}{(p-2)(p^2+2p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+16}$$

$$\text{№ 16. a) } F(p) = \frac{p+1}{p(p^2+2p+6)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+8p+25}$$

$$\text{№ 17. a) } F(p) = \frac{p+3}{(p+1)(p^2+2p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2-2p+5}$$

$$\text{№ 18. a) } F(p) = \frac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+4p+8}$$

$$\text{№ 19. a) } F(p) = \frac{4p+10}{p(p^2+4p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p^2+2p+10}$$

$$\text{№ 20. a) } F(p) = \frac{3p-5}{(2p-1)(p^2-3p)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2+4p+3}$$

$$\text{№ 21. a) } F(p) = \frac{p+3}{(2p-1)(p^2-5p+6)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p^2(p+1)}$$

$$\text{№ 22. a) } F(p) = \frac{5p+2}{p(p^2-2p+5)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{(p-1)^2}$$

$$\text{№ 23. a) } F(p) = \frac{p-1}{(2p-1)(p^2+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{pe^{-2p}}{p^2-9}$$

$$\text{№ 24. a) } F(p) = \frac{p+5}{(2p^2-p)(p-3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{7p}}{p^2+64}$$

$$\text{№ 25. a) } F(p) = \frac{2p-1}{(2p^2+3p)(p-3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{2p}}{p^2+49}$$

$$\text{№ 26. a) } F(p) = \frac{p-3}{(2p^2-p)(p+3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-3p}}{p^2-49}$$

$$\text{№ 27. a) } F(p) = \frac{3p+2}{(2p^2-4p)(p-3)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p+1)}$$

$$\text{№ 28. a) } F(p) = \frac{p+3}{(p^2-4)(p-1)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-2p}}{p(p+2)}$$

$$\text{№ 29. a) } F(p) = \frac{2p+7}{(p+1)(p^2-3p)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-p}}{p(p+3)}$$

$$\text{№ 30. a) } F(p) = \frac{p+1}{p(p^2+4)};$$

$$\text{б) } F(p) = \frac{e^{-4p}}{p(p+1)}$$

3.3 Завдання № 3.3. Розв'язати задачу Коші методом операційного числення.

- № 1. $x'' + 2x' - 3x = e^{-t}$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$
- № 2. $x'' + 4x = 2 \cos t \cos 3t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 3. $x'' + 2x' = t \sin t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 4. $x'' + 2x' + x = \sin t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$
- № 5. $x'' - x' = te^t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 6. $x'' + x = 2(1-t)$; $x(0) = 2, \quad x'(0) = -2$
- № 7. $x'' + 3x' + 2x = 2t^2 + 1$; $x(0) = 4, \quad x'(0) = -3$
- № 8. $x'' - 2x' + x = t - \sin t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 9. $x'' + x' = \cos t$; $x(0) = 2, \quad x'(0) = 0$
- № 10. $x'' + 2x' + x = t^2$; $x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$
- № 11. $x'' + 4x = -e^t$; $x(0) = 1, \quad x'(0) = 2$
- № 12. $x'' + x' = t \cos t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 13. $x'' + x' - 2x = e^t$; $x(0) = -1, \quad x'(0) = 0$
- № 14. $x'' + 6x' = 12t + 2$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 15. $x'' - x' + x = e^{-t}$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$
- № 16. $x'' + x = 2 \sin t$; $x(0) = 1, \quad x'(0) = -1$
- № 17. $x'' + 3x' + 2x = 2t^2 + 1$; $x(0) = 4, \quad x'(0) = -3$
- № 18. $x'' - 2x' + 5x = 1 - t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$
- № 19. $x'' + x = t \cos 2t$; $x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$

- № 20. $x'' + 4x' + 4x = t^2 e^{-2t}$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
- № 21. $x'' + 3x' + 2x = e^{-t} + e^{-2t}$; $x(0) = 2$, $x'(0) = -3$
- № 22. $x'' - 2x' + x = e^t$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$
- № 23. $x'' + 9x = 18\cos 3t$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 9$
- № 24. $x'' + 6x' + 9x = 10\sin t$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
- № 25. $x'' + 2x' + 2x = te^{-t}$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
- № 26. $x'' + 4x = 2\cos^2 t$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
- № 27. $x'' - 6x' + 9x = 9t^2 - 12t + 2$; $x(0) = 1$, $x'(0) = 3$
- № 28. $x'' - 5x' + 6x = (12t - 7)e^{-t}$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
- № 29. $x'' + 2x' + 3x = t \cos t$; $x(0) = -1$, $x'(0) = 0$
- № 30. $x'' - 4x' + 4x = (t - 1)e^{2t}$; $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$

3.4 Завдання № 3.4. Методом операційного числення знайти частинний розв'язок системи диференціальних рівнянь.

№ 1.
$$\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 2.$$

№ 2.
$$\begin{cases} x' = -x + 3y \\ y' = x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$$

№ 3.
$$\begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = 2x - y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

№ 4.
$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 4x - y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} x' = 5x + 5y \\ y' = x - 2y \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} x' = -2x + 5y \\ y' = x + 2y \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 2.$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -5x - 3y \end{cases}, x(0) = 2, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} x' = -3x - 4y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 2.$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} x' = -x + 6y \\ y' = 2x \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = 4x - 2y \end{cases}, x(0) = -1, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 5.$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} x' = 2x - 2y \\ y' = -4x \end{cases}, x(0) = 3, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} x' = -x - 2y \\ y' = -\frac{3}{2}x + y \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 0.$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} x' = 3x + 5y \\ y' = 3x + y \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 2.$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = \frac{5}{2}x - y \end{cases}, x(0) = 0, y(0) = 1.$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} x' = 2y \\ y' = 2x \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 17. } \begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

$$\text{№ 18. } \begin{cases} x' = 2x + 2y \\ y' = 4y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 19. } \begin{cases} x' = x + y \\ y' = 4x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 20. } \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = -3x \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 21. } \begin{cases} x' = 3y \\ y' = x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 22. } \begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 23. } \begin{cases} x' = 2y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 24. } \begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = 3x \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 25. } \begin{cases} x' = 3y \\ y' = 3x \end{cases}, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 26. } \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 27. } \begin{cases} x' = 4x \\ y' = x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 28. } \begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$\text{№ 29. } \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$\text{№ 30. } \begin{cases} x' = -x + 3y \\ y' = x + y \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Андрощук Л. В. Вища математика: Навч. посібник. Модуль 7. Ряди. Диференціальні рівняння / Л. В. Андрощук, О. І. Ковтун, Т. І. Олешко ; За заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.

2. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові методи / П. П. Овчинников [та ін.] – К. : Техніка, 2000. – 792 с.

3. Герасимчук В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. технічних і технологічних спец. вищих навч. закладів : затв. МОНУ / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. – К. : Книги України ЛТД, 2009. – 577 с.

4. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : «А.С.К.», 2005. – 648 с.

5. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. вищих навч. закл. / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.

6. Литвин І. І. Вища математика: навч. посібник: рек. МОНУ / І. І. Литвин, О. М. Конончук, Г. О. Желізняк. – 2-ге вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 368 с.

7. Мазур К. І. Вища математика: навчальний посібник. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних / К. І. Мазур, Т. І. Олешко, В. І. Трофименко ; за заг. ред. Т. І. Олешко. – Київ : Книжкове вид-во НАУ, 2005. – 104 с.