

канд. техн. наук, доцент Д. О. Кулагін
Запорізький національний технічний університет

Спосіб апроксимації кривої намагнічування тягового асинхронного двигуна

Проведено дослідження способу апроксимації тягового асинхронного двигуна тягової електропередачі дизель-поїзда ДЕЛ-02 за допомогою функції Бріллюена.

Ключові слова: тяговий асинхронний двигун, функція Бріллюена, крива намагнічування, тягова електропередача, потокозчеплення, індуктивність.

Тяговий асинхронний двигун містить елементи нелінійного магнітопроводу, модуль вектора індукції B_δ в якому залежить від фактичного моментального значення струму намагнічування і задається в залежності від форми кривої намагнічування $\vec{\psi}_\delta = L_m(I_\mu)\vec{I}_\mu$, тобто визначається трьома основними параметрами: модулем вектора потокозчеплення в повітряному зазорі асинхронної машини ψ_δ , струмом намагнічування i_μ та взаємною індуктивністю L_m [1].

За дослідженням багатьох авторів [1-4] для математичної апроксимації кривої намагнічування асинхронних машин існує велика кількість методів, що не завжди є універсальними, оскільки різним типам асинхронних двигунів (тягові, кранові, судові, екскаваторні, інші) властива своя особлива форма кривої намагнічування, яка навіть в одному класі двигунів, в залежності від властивостей самої асинхронної машини, може дещо відрізнятися. Тому встановлення залежності виду $\vec{\psi}_\delta = L_m(I_\mu)\vec{I}_\mu$ є актуальною задачею, якщо відомі підходи [1-4] не дають бажаної точності.

Мета роботи – встановлення математичної залежності виду $\vec{\psi}_\delta = L_m(I_\mu)\vec{I}_\mu$ для тягового асинхронного двигуна дизель-поїзда ДЕЛ-02.

Експериментальна крива намагнічування тягового двигуна АД906У1 [5] має вигляд, наведений на рис. 1.

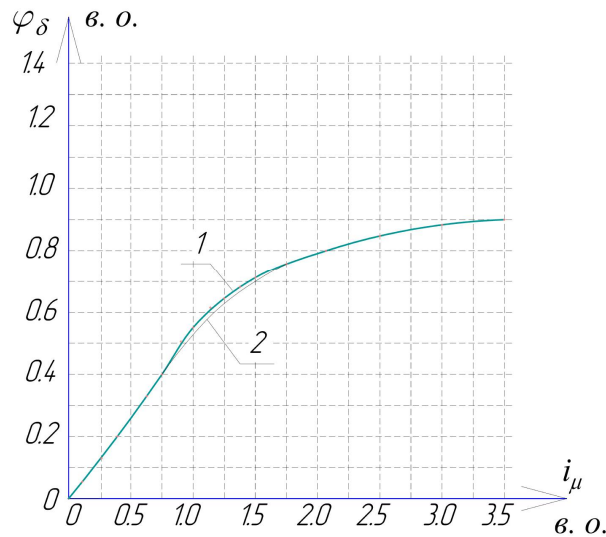


Рис. 1. Крива намагнічування (залежність $\vec{\psi}_\delta = L_m(I_\mu)\vec{I}_\mu$) тягового двигуна АД906У1

На рис. 1 позначено: крива 1 – експериментальна крива намагнічування; крива 2 – апроксимована функцією Бріллюена на основі виразу (1) крива намагнічування тягової асинхронної машини.

Дана крива достатньо точно описується з використанням отриманої фізичними методами функції Бріллюена:

$$\psi_\delta = k_\psi \cdot \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot \text{cth} \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot i_\mu \right) - \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \text{cth} \left(\frac{i_\mu}{2 \cdot J} \right) \right), \quad (1)$$

де J - коефіцієнт, що враховує форму кривої намагнічування асинхронної машини;

k_ψ - передаточний коефіцієнт між значенням модуля вектора робочого потокозчеплення та намагнічуючого струму.

Варто відмітити, що при $J \rightarrow +\infty$ запропонована апроксимація функцією Бріллюена співпадає з відомою апроксимацією кривої намагнічування асинхронної машини функцією Ланжевена [1], тобто:

$$\lim_{J \rightarrow \infty} \left(k_\psi \cdot \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot \text{cth} \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot i_\mu \right) - \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \text{cth} \left(\frac{i_\mu}{2 \cdot J} \right) \right) \right) = k_\psi \cdot \left(\text{cth}(i_\mu) - \frac{1}{i_\mu} \right). \quad (2)$$

Експериментальна крива зміни індуктивності контуру намагнічування від намагнічуючого струму має вигляд, представлений на рис. 2 [5].

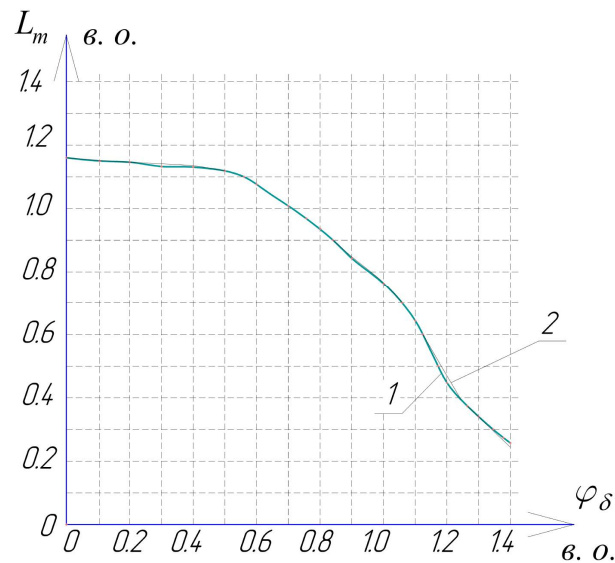


Рис. 2. Залежність $L_m = f(i_\mu)$ тягового двигуна АД906У1

На рис. 2 позначено: крива 1 – експериментальна крива $L_m = f(i_\mu)$; крива 2 – апроксимована функцією Бріллюена на основі виразу (1) крива аналогічна залежність.

На основі (1) для функції, наведеної на рис. 2 можна записати:

$$L_m = \frac{k_\psi}{i_\mu} \cdot \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J} \cdot i_\mu \right) - \frac{1}{2 \cdot J} \cdot \operatorname{cth} \left(\frac{i_\mu}{2 \cdot J} \right) \right). \quad (3)$$

Приведені графіки рис. 1, 2 підтверджують достатню точність запропонованої апроксимації. За аналітичними співвідношеннями для вказаного двигуна максимальна розбіжність даних за рис. 1 складала 1.7%, за рис. 2 – 3.4%.

Виконаємо перетворення функції (1). Використаємо розкладення гіперболічного котангенса в ряд Маклорена [6]:

$$\operatorname{cth}(x) = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2 \cdot n} \cdot B_{2 \cdot n} \cdot x^{2 \cdot n - 1}}{(2 \cdot n)!}, \quad (4)$$

де число x задовольняє умові $0 < x < \pi$;

$B_{2 \cdot n}$ - числа Бернуллі.

Відповідно до (4) задамо наступну аналітичну залежність:

$$cth(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2 \cdot x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots \quad (5)$$

Для подальшого перетворення функції (1) задамо наступні позначення:

$$\lambda = \frac{2 \cdot J + 1}{2 \cdot J}, \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{1}{2 \cdot J}. \quad (7)$$

Тоді матиме місце запис:

$$\psi_{\delta} = k_{\psi} \cdot \lambda \cdot cth(\lambda \cdot i_{\mu}) - k_{\psi} \cdot \gamma \cdot cth(\gamma \cdot i_{\mu}). \quad (8)$$

Для отримання достатньої точності з огляду на порядок величин, з якими має місце робота, обмежимося наступною формою запису виразу (5):

$$cth(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2 \cdot x^5}{945}. \quad (9)$$

Тоді за (8) та (9) можна записати:

$$\psi_{\delta} = k_{\psi} \cdot \left(\lambda \cdot \left(\frac{1}{\lambda \cdot i_{\mu}} + \frac{\lambda \cdot i_{\mu}}{3} - \frac{(\lambda \cdot i_{\mu})^3}{45} + \frac{2 \cdot (\lambda \cdot i_{\mu})^5}{945} \right) - \right. \\ \left. - \gamma \cdot \left(\frac{1}{\gamma \cdot i_{\mu}} + \frac{\gamma \cdot i_{\mu}}{3} - \frac{(\gamma \cdot i_{\mu})^3}{45} + \frac{2 \cdot (\gamma \cdot i_{\mu})^5}{945} \right) \right), \quad (10)$$

або після аналітичних перетворень:

$$\psi_{\delta} = \frac{k_{\psi}}{3} \cdot (\lambda^2 - \gamma^2) \cdot i_{\mu} - \frac{k_{\psi}}{45} \cdot (\lambda^4 - \gamma^4) \cdot i_{\mu}^3 + \frac{k_{\psi}}{945} \cdot (\lambda^6 - \gamma^6) \cdot i_{\mu}^5. \quad (11)$$

Задамо наступні позначення для спрощення форми запису:

$$\xi_1 = \frac{k_\psi}{3} \cdot (\lambda^2 - \gamma^2), \quad (12)$$

$$\xi_2 = \frac{k_\psi}{45} \cdot (\lambda^4 - \gamma^4), \quad (13)$$

$$\xi_3 = \frac{k_\psi}{945} \cdot (\lambda^6 - \gamma^6), \quad (14)$$

що дає змогу спростити (11) до вигляду:

$$\psi_\delta = \xi_1 \cdot i_\mu - \xi_2 \cdot i_\mu^3 + \xi_3 \cdot i_\mu^5. \quad (15)$$

Використовуючи позначення (12) – (15) перепишемо (3) в аналогічній до (15) формі:

$$L_m = \xi_1 - \xi_2 \cdot i_\mu^2 + \xi_3 \cdot i_\mu^4. \quad (16)$$

Графічна інтерпретація отриманих співвідношень (15), (16) наведена на рис. 3, 4 відповідно.

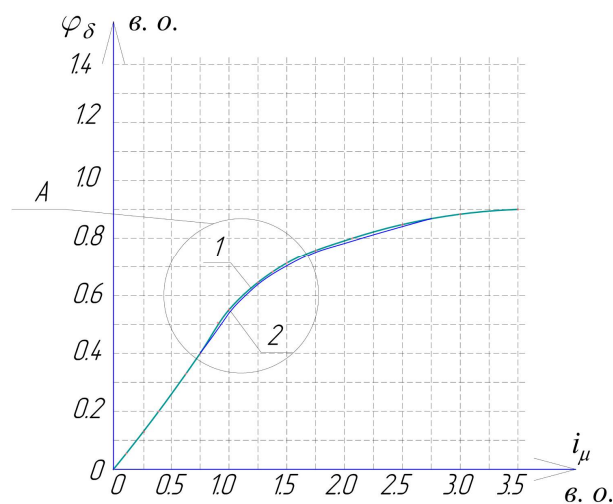


Рис. 3. Експериментальна (1) та апроксимована (2) залежність $\vec{\psi}_\delta = L_m(I_\mu)\vec{I}_\mu$ тягового двигуна АД906У1

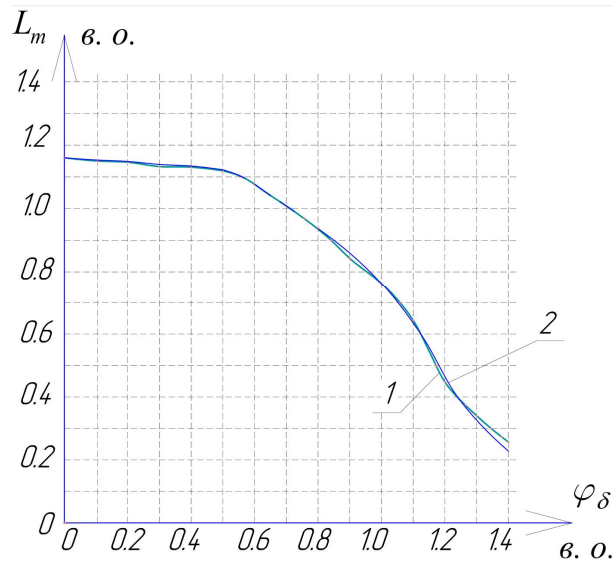


Рис. 4. Експериментальна (1) та апроксимована (2) залежність $L_m = f(i_\mu)$ тягового двигуна АД906У1

Покажемо ділянку А рисунку 4 збільшено:

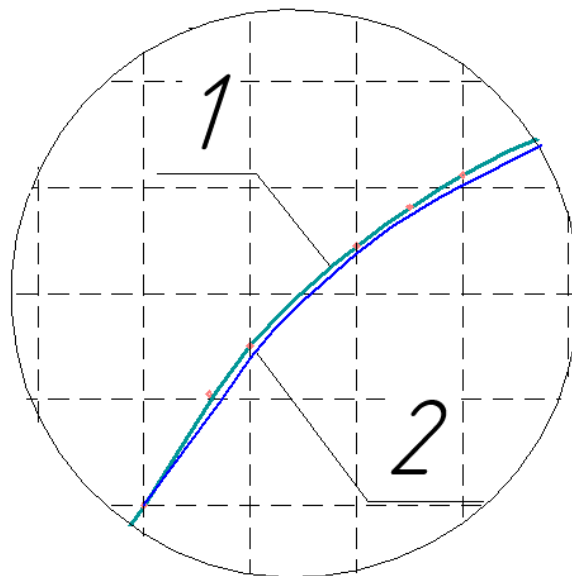


Рис. 5. Збільшення зони А графіків з рис. 4

З наведених графіків можна побачити високу точність запропонованої апроксимації.

ВИСНОВКИ

Підсумовуючи отримані аналітичні вирази (15) та (16) можна зробити висновок, що за формою, змістом та порядком коефіцієнтів вони є тотожними до відомих виразів, які застосовуються для апроксимації даних кривих у роботах [1-4], де наведені приклади більшості класичних підходів до опису кривих намагнічування різних конструкцій асинхронних двигунів.

Наведений спосіб встановлення математичної залежності виду $\vec{\psi}_\delta = L_m(I_\mu)\vec{I}_\mu$ для тягового асинхронного двигуна дизель-поїзда ДЕЛ-02 дає достатню точність, з похибкою в межах 4%, що є прийнятним для проведення подальших математичних досліджень на основі створеної моделі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мищенко В. А. Теория, способы и системы векторного и оптимального векторного управления электроприводами переменного тока. Монография / Мищенко В. А. – М. : Издательство «Информэлектро», 2002. – 168 С.
2. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / А. Б. Виноградов. – ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина». –Иваново, 2008. – 320 С.
3. Панкратов В. В. Энергооптимальное векторное управление асинхронными электроприводами / Панкратов В. В., Зима Е. А. –Издательство НГТУ, 2005. – 120 С.
4. Потапенко Е. М. Робастные алгоритмы векторного управления асинхронным приводом / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко. – Запорожье : ЗНТУ, 2009. – 353 С.
5. Протоколи випробувань № 80-85/2005. О результатах поездных испытаний электропередачи дизель-поезда ДЭЛ-02. – Холдинговая компания «Лугансктепловоз», ЦКБ ИЦ «ТРАНССЕРТ», 2005. – 157 С.
6. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 С.

Кулагин Д.А. Способ аппроксимации кривой намагничивания тягового асинхронного двигателя

Проведено исследование способа аппроксимации тягового асинхронного двигателя тяговой электропередачи дизель-поезда ДЕЛ-02 с помощью функции Бриллюэна.

Ключевые слова: *тяговый асинхронный двигатель, функция Бриллюэна, кривая намагничивания, тяговая электропередача, потокосцепления, индуктивность.*

Kulagin D. Method of approximation of a curve of magnetization asynchronous traction motor

Conducted a study of the method of approximation of asynchronous traction motor traction power transmission diesel-trains DEL-02 using the functions of the Brillouin zone.

Keywords: *asynchronous traction motor, Brillouin function, the magnetization curve, tractive power transmission, flux-linkages, inductance.*

REFERENCES

1. Mischenko V. A. Teoriya, sposoby i sistemy vektornogo i optimalnogo vektornogo upravleniya elektroprivodami peremennogo toka. Monografiya / Mischenko V. A. – M. : Izdatelstvo «Informelektro», 2002. – 168 P.
2. Vinogradov A. B. Vektornoe upravlenie elektroprivodami peremennogo toka / A. B. Vinogradov. – GOUVPO «Ivanovskiy gosudarstvennyiy energeticheskiy universitet im. V.I. Lenina». –Ivanovo, 2008. – 320 P.
3. Pankratov V. V. Energooptimalnoe vektornoe upravlenie asinhronnyimi elektroprivodami / Pankratov V. V., Zima E. A. –Izdatelstvo NGTU, 2005. – 120 P.
4. Potapenko E. M. Robastnyie algoritmyi vektornogo upravleniya asinhronnyim privodom / E. M. Potapenko, E. E. Potapenko. – Zaporozhe : ZNTU, 2009. – 353 P.
5. Protokoli viprobuvan # 80-85/2005. O rezultatah poezdnyih ispytaniy elektroperedachi dizel-poezda DEL-02. – Holdingovaya kompaniya «Luganskteplovoz», TsKB ITs «TRANSSERT», 2005. – 157 P.
6. Korn G. Spravochnik po matematike (dlya nauchnyih rabotnikov i inzhenerov) / G. Korn, T. Korn. – M. : Nauka, 1974. – 832 P.