

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ЗАВДАННЯ
З ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ
для студентів спеціальностей
«Радіотехніка» та «Інформаційні мережі зв'язку»
усіх форм навчання

2013

Розрахунково-графічні завдання з лінійної алгебри та аналітичної геометрії для студентів спеціальностей «Радіотехніка» та «Інформаційні мережі зв'язку» усіх форм навчання / Укл.: В.М. Онуфрієнко, Н.В. Сніжко, Н.М. Антоненко. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2013. – 50 с.

Укладачі: В.М. Онуфрієнко, професор, д.ф.-м.н.
Н.В. Сніжко, доцент, к. ф.-м.н.
Н.М. Антоненко, ст. викл., к.ф.-м. н.

Експерт
спеціальності: В.С. Кабак, доцент, к.т.н.

Рецензент: В.П. Чумаченко, професор, д.ф.-м.н.

Відповідальний
за випуск: Н.В. Сніжко, доцент, к.ф.-м.н.

Затверджено
Радою загальнотехнічного
факультету ЗНТУ
Протокол № 1
від 11.09.13

Затверджено
на засіданні кафедри загальної
математики ЗНТУ
Протокол № 1
від 04.09.13

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Матриці. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	6
2 Векторна алгебра	20
3 Аналітична геометрія на площині.	27
4 Аналітична геометрія у просторі.	34
5 Лінійні оператори.	39
Література	50

ВСТУП

Як відомо, одним з видів самостійної роботи студентів є виконання на протязі семестру типових розрахункових завдань. Їхньою метою є відпрацювання практичних вмінь та навичок. Вони покликані допомогти студентам більш глибоко засвоїти теоретичний матеріал і навчитися застосовувати набуті знання для розв'язання практичних задач. Запропоновані типові розрахунково-графічні завдання відповідають курсу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія», який читається для студентів спеціальностей «Радіотехніка» та «Інформаційні мережі зв'язку».

Даний практикум охоплює практично всі основні розділи курсу; тут містяться завдання по всіх темах курсу, запропоновано 30 варіантів завдань для самостійної роботи. Крім того, наведений список рекомендованої літератури, як основної, так і додаткової.

Типові розрахунково-графічні завдання виконуються протягом семестру, що забезпечує студентам систематичне вивчення курсу на основі опрацювання рекомендованих підручників та посібників, самостійного пошуку необхідних літературних джерел та матеріалів, їх аналізу та узагальнення, самостійного дослідження та письмового викладення практичних питань.

Номер варіанту студент обирає за номером у списку в журналі. Робота виконується українською або російською мовою в письмовій формі, бажано в зошиті у клітинку. Необхідно залишати поля для приміток. На титульному аркуші роботи потрібно вказати назву предмету, спеціальність, групу та курс, прізвище, ім'я та по батькові студента, прізвище викладача, який приймає роботу.

В типовому розрахунково-графічному завданні студент повинен розв'язати подані задачі методами, вказаними у завданнях, а також зробити всі необхідні креслення (графічні розв'язки). При цьому студентові необхідно показати набуті теоретичні знання з курсу.

При виконанні роботи можна використовувати як лекційний матеріал та матеріал практичних занять, так і допоміжну літературу, наведену в кінці даного посібника. Перед виконанням завдань рекомендується спочатку вивчити відповідний теоретичний матеріал, потім розібратись у розв'язаннях задач, які виконувались на

практичних заняттях, і тільки після цього приступати до виконання власне типової розрахунково-графічної роботи.

При оцінюванні роботи показником її якості є, перш за все, те, наскільки студент самостійно і правильно розв'язав поставлені задачі та зрозумів зміст отриманих розв'язків. З цією метою при захисті роботи студенту можуть бути задані додаткові питання, в тому числі і з теоретичного матеріалу, який виноситься на іспит.

Робота, яка відповідає зазначеним вимогам, подається на кафедру викладачу для перевірки і наступного захисту у формі співбесіди у визначений термін (як правило, під час модульного контролю). На захисті роботи студент повинен вміти:

- викласти зміст поставлених задач та довести їхні розв'язки;
- відповісти на запитання щодо змісту одержаних розв'язків;
- відповісти на додаткові питання.

Позитивні результати захисту роботи оформлюються відповідною кількістю рейтингових балів. Роботи, які не відповідають зазначеним вимогам, не зараховуються і повертаються студенту для доопрацювання із зазначенням терміну повторного захисту.

1 МАТРИЦІ. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Завдання 1.1. Розв'язати рівняння.

$$1. \begin{vmatrix} 4 & x & 3 \\ x & 5 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$2. \begin{vmatrix} 7 & -x & -1 \\ x & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$3. \begin{vmatrix} 4 & x & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 3 & -4 & x \end{vmatrix} = 0.$$

$$4. \begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 3 & -x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$5. \begin{vmatrix} x & -2 & 5 \\ -2 & 3 & -4 \\ -1 & x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$6. \begin{vmatrix} 3 & x & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ x & -4 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$7. \begin{vmatrix} x & 5 & 1 \\ 3 & -4 & x \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$8. \begin{vmatrix} -2 & x & 3 \\ 5 & 1 & x \\ 7 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$9. \begin{vmatrix} x & 5 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 3 & -4 & x \end{vmatrix} = 0.$$

$$10. \begin{vmatrix} 4 & 1 & x \\ 1 & 5 & 2 \\ x & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$11. \begin{vmatrix} x & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 7 & x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$12. \begin{vmatrix} 5 & -1 & x \\ 12 & 1 & 3 \\ 7 & x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$13. \begin{vmatrix} 0 & x & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ x & -2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$14. \begin{vmatrix} x & -3 & 6 \\ 3 & 1 & x \\ 5 & -2 & 8 \end{vmatrix} = 0.$$

$$15. \begin{vmatrix} 5 & -x & 8 \\ x & -3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$16. \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & x \\ 7 & x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$17. \begin{vmatrix} 7 & x & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & x \end{vmatrix} = 0.$$

$$18. \begin{vmatrix} 12 & x & 3 \\ 7 & 2 & x \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$19. \begin{vmatrix} 2 & x & 3 \\ 5 & 2 & x \\ 7 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$20. \begin{vmatrix} 4 & x & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} = 0.$$

$$21. \begin{vmatrix} -4 & -2 & 3 \\ 5 & x & -2 \\ x & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$22. \begin{vmatrix} x & -3 & -2 \\ 4 & -2 & 2 \\ -5 & x & -4 \end{vmatrix} = 0.$$

$$23. \begin{vmatrix} 1 & x & 5 \\ x & 3 & -4 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$24. \begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ x & -2 & 2 \\ -5 & 1 & -x \end{vmatrix} = 0.$$

$$25. \begin{vmatrix} 6 & 2 & -3 \\ x & 3 & 1 \\ 8 & 5 & -x \end{vmatrix} = 0.$$

$$26. \begin{vmatrix} x & 2 & 7 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

$$27. \begin{vmatrix} 0 & x & 4 \\ x & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$28. \begin{vmatrix} -2 & 3 & -4 \\ x & -2 & 5 \\ -1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0.$$

$$29. \begin{vmatrix} 1 & -3 & x \\ 4 & x & 2 \\ -5 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 0.$$

$$30. \begin{vmatrix} -1 & 7 & 2 \\ 3 & -x & -1 \\ x & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Завдання 1.2. Обчислити визначники 4-го порядку, розклавши по елементах будь-якого рядка чи стовпця, або використавши властивості визначників.

$$1. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$2. \begin{vmatrix} 6 & 4 & 0 & 7 \\ 3 & 4 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 4 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$5. \begin{vmatrix} 8 & 5 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ -5 & -3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$6. \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & -3 & 3 \\ 7 & 3 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$7. \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$8. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$9. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$10. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$11. \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 & 3 \\ 3 & -5 & -10 & -6 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$13. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 12 \\ 3 & 1 & 2 & 14 \\ 0 & 2 & 3 & 20 \\ 1 & 3 & 0 & 14 \end{vmatrix}.$$

$$15. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 6 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$17. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 4 \\ -2 & -1 & 6 & 6 \\ 8 & 5 & 7 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$19. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$21. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 2 & 6 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$12. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$14. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$16. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$18. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$20. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$22. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$23. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ -3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$24. \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$25. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & -5 & 1 & 7 \\ -4 & -6 & -7 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$26. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$27. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$28. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -4 & -6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -7 \end{vmatrix}.$$

$$29. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$30. \begin{vmatrix} -1 & 4 & 4 & 4 \\ -4 & 0 & 5 & 4 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -4 & -4 & 1 & 6 \end{vmatrix}.$$

Завдання 1.3. Розв'язати систему одним із методів: за правилом Крамера, матричним способом або методом Гауса.

$$1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1, \\ -x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ -x_1 + x_3 = -1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 5x_3 = -17, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ -2x_1 - 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1, \\ 3x_1 - 2x_2 = 8. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 11. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 16, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -3. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -11, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -2. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = -3, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 2. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -5, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 = 3. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

Завдання 1.4. Знайти розв'язки однорідних систем лінійних рівнянь.

$$1. 1) \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2. 1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
3. 1) \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
4. 1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
5. 1) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases} \\
6. 1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \\
7. 1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \\
8. 1) \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
9. 1) \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \\
10. 1) \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}
\end{array}$$

$$11. \ 1) \begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$12. \ 1) \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$13. \ 1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 9x_3 = 0. \end{cases}$$

$$14. \ 1) \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$15. \ 1) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$16. \ 1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$17. \ 1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$18. \ 1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 19. \ 1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases} \\
 20. \ 1) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
 21. \ 1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases} \\
 22. \ 1) \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases} \\
 23. \ 1) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \\
 24. \ 1) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} \\
 25. \ 1) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases} \\
 26. \ 1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

$$27. 1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$28. 1) \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$29. 1) \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$30. 1) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Завдання 1.5. Виконати дії над матрицями.

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1. $H \cdot P - N^T$. | 2. $D \cdot M + 5E$. | 3. $H \cdot (3P - S^T)$. |
| 4. $F \cdot (4D + M^T)$. | 5. $H \cdot S^T - N^T$. | 6. $F \cdot M^T - N^T$. |
| 7. $H \cdot (2S^T - P)$. | 8. $D \cdot M + 4E$. | 9. $S \cdot P - 3E$. |
| 10. $D^T \cdot M^T - 4E$. | 11. $H \cdot (3P - S^T)$. | 12. $B^T \cdot A^T + N$. |
| 13. $H^T \cdot S + 2N$. | 14. $A \cdot (2B + C^T)$. | 15. $H \cdot (P - 2S^T)$. |
| 16. $A \cdot C^T - N^T$. | 17. $S \cdot P + 3E$. | 18. $A \cdot (3C^T - B)$. |
| 19. $H \cdot P + 3N^T$. | 20. $C \cdot B - 5E$. | 21. $F \cdot (3D - M^T)$. |
| 22. $A \cdot (2B - C^T)$. | 23. $D^T \cdot M^T + 3E$. | 24. $C \cdot A^T + 3N$. |
| 25. $F \cdot D + 2N^T$. | 26. $A \cdot (B + 3C^T)$. | 27. $F^T \cdot M + 3N$. |
| 28. $B \cdot C + 2E$. | 29. $F \cdot (M^T - 2D)$. | 30. $A \cdot B + 2N^T$. |

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 S &= \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, & C &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 4 & 0 \end{pmatrix}, & M &= \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \\
 D &= \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}, & B &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}, & P &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \\
 N &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, & H &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Завдання 1.6. Дослідити систему на сумісність за теоремою Кронекера-Капеллі, знайти всі розв'язки системи.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -4, \\ -4x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -2, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -3. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 4x_1 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ -7x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 4, \\ -4x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 1, \\ -4x_1 + 4x_2 - 9x_3 + 10x_4 = 11. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 5x_1 - x_3 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = -2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -2. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3, \\ 9x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 3, \\ -x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - 2x_3 + x_4 = 4, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ -5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_3 - 3x_4 = -1. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -2, \\ 4x_1 + 7x_3 + 7x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -1. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_4 = 1, \\ 7x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_2 - x_3 + 3x_4 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -7, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 5. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2, \\ -2x_1 + 3x_3 + x_4 = -1, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ -4x_1 + 7x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -2, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -1, \\ 5x_1 - 6x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -3. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_2 - x_3 + 3x_4 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_4 = -5, \\ 2x_1 + x_3 + 4x_4 = -1. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_4 = -2, \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_4 = -1, \\ x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_4 = -1, \\ x_1 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 2, \\ -2x_1 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -1, \\ x_2 + x_3 + 3x_4 = -4. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = -1, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 3, \\ 5x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 1. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 1. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} -2x_1 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 2, \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -1, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_4 = 4. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 3, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -5. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_2 - x_3 + 4x_4 = 3, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_4 = -1, \\ -5x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_4 = -2, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2, \\ 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

2 ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

Завдання 2.1. Дано вектори: $\bar{a} = \alpha\bar{m} + \beta\bar{n}$ та $\bar{b} = \gamma\bar{m} + \delta\frac{\bar{n}}{2}$, де

$|\bar{m}| = k$, $|\bar{n}| = l$, $(\bar{m} \wedge \bar{n}) = \varphi$. Знайти:

а) $(\alpha\bar{a} + \mu\bar{b})(\nu\bar{a} + \tau\bar{b})$;

б) $np_{\bar{b}}(\nu\bar{a} + \tau\bar{b})$;

в) $\cos(\bar{a} \wedge \tau\bar{b})$.

Дані по варіантах наведені в таблиці.

№	α	β	γ	δ	k	l	φ	λ	μ	ν	τ
1	-5	-4	3	6	3	5	$\frac{5\pi}{4}$	-2	$\frac{1}{3}$	1	2
2	-2	3	4	-1	1	3	π	3	2	-2	4
3	5	-2	-3	-1	4	5	$\frac{4\pi}{3}$	2	3	-1	5
4	5	2	-6	-4	3	2	$\frac{5\pi}{3}$	-1	$\frac{1}{2}$	2	3
5	3	-2	-4	5	2	3	$\frac{\pi}{3}$	2	-3	5	1
6	2	-5	-3	4	2	4	$\frac{2\pi}{3}$	3	-4	2	3
7	3	2	-4	-2	2	5	$\frac{4\pi}{3}$	1	-3	0	$\frac{1}{2}$
8	5	2	1	-4	3	2	π	1	-2	3	-4
9	-3	-2	1	5	3	6	$\frac{4\pi}{3}$	-1	2	1	1

10	5	-3	4	2	4	1	$\frac{2\pi}{3}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	0
11	-2	3	3	-6	6	3	$\frac{5\pi}{3}$	3	$-\frac{1}{3}$	1	2
12	-2	-4	3	1	3	2	$\frac{7\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	3	1	2
13	4	3	-1	2	4	5	$\frac{3\pi}{2}$	2	-3	1	2
14	-2	3	5	1	2	5	2π	-3	4	2	3
15	4	-3	5	2	4	7	$\frac{4\pi}{3}$	-3	2	2	-1
16	-5	3	2	4	5	4	π	-3	$\frac{1}{2}$	-1	1
17	5	-2	3	4	2	5	$\frac{\pi}{2}$	2	3	1	-2
18	7	-3	2	6	3	4	$\frac{5\pi}{3}$	3	$-\frac{1}{2}$	2	1
19	4	-5	-1	3	6	3	$\frac{2\pi}{3}$	2	-5	1	2
20	3	-5	-2	3	1	6	$\frac{3\pi}{2}$	4	5	1	-2
21	-5	-6	2	7	2	7	π	-2	5	1	3
22	-7	2	4	6	2	9	$\frac{\pi}{3}$	1	2	-1	3
23	5	4	-6	2	2	9	$\frac{2\pi}{3}$	3	2	1	$-\frac{1}{2}$
24	-5	-7	-3	2	2	11	$\frac{3\pi}{2}$	-3	4	-1	2

25	5	-8	-2	3	4	3	$\frac{4\pi}{3}$	2	-3	1	2
26	-3	5	1	7	4	6	$\frac{5\pi}{3}$	-2	3	3	-2
27	-3	4	5	-6	4	5	π	2	3	-3	-1
28	6	-7	-1	-3	2	6	$\frac{4\pi}{3}$	3	-2	1	4
29	5	3	-4	-2	6	3	$\frac{5\pi}{3}$	-2	$-\frac{1}{2}$	3	2
30	4	-3	-2	6	4	7	$\frac{\pi}{3}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	2

Завдання 2.2. Знайти вектор \vec{m} , якщо відомо, що він колінеарний вектору \vec{a} та задовольняє умову $\vec{m} \cdot \vec{a} = c$.

1. $\vec{a} = (5, -1, 7)$, $c = 150$.
2. $\vec{a} = (2, -3, 4)$, $c = -58$.
3. $\vec{a} = (4, -2, -1)$, $c = 42$.
4. $\vec{a} = (3, 2, -2)$, $c = -34$.
5. $\vec{a} = (-6, 1, -3)$, $c = 92$.
6. $\vec{a} = (1, -4, 6)$, $c = -106$.
7. $\vec{a} = (2, -2, 7)$, $c = 114$.
8. $\vec{a} = (-3, -4, 2)$, $c = -58$.
9. $\vec{a} = (1, 7, -2)$, $c = 108$.
10. $\vec{a} = (2, -6, 1)$, $c = -82$.
11. $\vec{a} = (1, -3, -5)$, $c = 70$.
12. $\vec{a} = (-4, 2, -3)$, $c = -58$.
13. $\vec{a} = (7, -2, 4)$, $c = 138$.
14. $\vec{a} = (-5, 1, 3)$, $c = 70$.
15. $\vec{a} = (2, -3, -2)$, $c = 34$.

Знайти координати вектора \vec{c} , колінеарного вектору \vec{a} , якщо вектор \vec{c} утворює гострий кут з віссю Ox , а модуль вектора \vec{c} відомий.

16. $\vec{a} = (-2, 1, -2)$, $|\vec{c}| = 6$.
17. $\vec{a} = (3, 4, -1)$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{26}$.
18. $\vec{a} = (-1, 2, 4)$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{21}$.
19. $\vec{a} = (1, -2, 1)$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{6}$.
20. $\vec{a} = (-3, 1, -2)$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{14}$.
21. $\vec{a} = (2, -1, -2)$, $|\vec{c}| = 6$.
22. $\vec{a} = (-4, 1, 1)$, $|\vec{c}| = 6\sqrt{2}$.
23. $\vec{a} = (1, -3, 4)$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{26}$.

24. $\bar{a} = (-1, 2, 1)$, $|\bar{c}| = 2\sqrt{6}$. 25. $\bar{a} = (4, -1, -1)$, $|\bar{c}| = 6\sqrt{2}$.
 26. $\bar{a} = (-2, 1, -1)$, $|\bar{c}| = 2\sqrt{6}$. 27. $\bar{a} = (3, 2, -2)$, $|\bar{c}| = 2\sqrt{17}$.
 28. $\bar{a} = (-2, 4, 1)$, $|\bar{c}| = 2\sqrt{21}$. 29. $\bar{a} = (2, -2, 3)$, $|\bar{c}| = 2\sqrt{17}$.
 30. $\bar{a} = (-1, -2, 4)$, $|\bar{c}| = 2\sqrt{21}$.

Завдання 2.3. Обчислити площу паралелограму, побудованого на векторах \bar{m} та \bar{n} . Дані по варіантах наведені в таблиці.

№	\bar{m}	\bar{n}	$ \bar{a} $	$ \bar{b} $	(\bar{a}, \bar{b})
1	$\bar{a} - 3\bar{b}$	$\bar{a} + 2\bar{b}$	1/5	4	$\pi/2$
2	$\bar{a} + 3\bar{b}$	$3\bar{a} - \bar{b}$	$\sqrt{3}$	1/3	$2\pi/3$
3	$4\bar{a} - \bar{b}$	$\bar{a} + 2\bar{b}$	$\sqrt{2}$	2/3	$\pi/4$
4	$3\bar{a} + \bar{b}$	$\bar{a} - 2\bar{b}$	$\sqrt{2}$	1	$3\pi/4$
5	$3\bar{a} + 2\bar{b}$	$2\bar{a} - \bar{b}$	4/7	4	$\pi/6$
6	$2\bar{a} + 3\bar{b}$	$\bar{a} - 2\bar{b}$	$3\sqrt{3}$	2/7	$\pi/3$
7	$3\bar{a} + 2\bar{b}$	$\bar{a} - \bar{b}$	10	1/5	$\pi/2$
8	$6\bar{a} - \bar{b}$	$\bar{a} + \bar{b}$	11	2/7	$5\pi/6$
9	$5\bar{a} + \bar{b}$	$\bar{a} - 3\bar{b}$	$\sqrt{3}/4$	2	$2\pi/3$
10	$\bar{a} - 4\bar{b}$	$3\bar{a} + \bar{b}$	1	2	$\pi/6$
11	$3\bar{a} - \bar{b}$	$\bar{a} + 2\bar{b}$	$2\sqrt{3}$	2/3	$\pi/3$
12	$\bar{a} - 2\bar{b}$	$2\bar{a} + \bar{b}$	$\sqrt{2}$	3	$3\pi/4$
13	$3\bar{a} + 4\bar{b}$	$\bar{b} - \bar{a}$	8	2/7	$\pi/2$
14	$3\bar{a} - 2\bar{b}$	$\bar{a} + 5\bar{b}$	1/2	4	$5\pi/6$
15	$5\bar{a} - \bar{b}$	$\bar{a} + \bar{b}$	2	3	$\pi/6$
16	$3\bar{a} - 5\bar{b}$	$2\bar{a} + 3\bar{b}$	2/3	$\sqrt{3}$	$\pi/3$
17	$4\bar{a} + \bar{b}$	$\bar{a} - \bar{b}$	4	$\sqrt{2}$	$\pi/4$
18	$2\bar{a} - \bar{b}$	$\bar{a} + 3\bar{b}$	3	11	$\pi/2$

19	$2\bar{a} - 3\bar{b}$	$3\bar{a} + \bar{b}$	1	4	$\pi/6$
20	$\bar{a} + 3\bar{b}$	$7\bar{a} - 2\bar{b}$	2	$1/2$	$\pi/2$
21	$5\bar{a} - \bar{b}$	$3\bar{a} + \bar{b}$	3	2	$5\pi/6$
22	$3\bar{a} + \bar{b}$	$\bar{a} - 3\bar{b}$	$1/$	$5\sqrt{2}$	$3\pi/4$
23	$6\bar{a} - \bar{b}$	$\bar{a} + 2\bar{b}$	$2\sqrt{3}$	$2/3$	$2\pi/3$
24	$\bar{a} + 4\bar{b}$	$2\bar{a} - \bar{b}$	2	$\sqrt{3}$	$\pi/3$
25	$2\bar{a} + 3\bar{b}$	$\bar{a} - 2\bar{b}$	$2/3$	$6\sqrt{2}$	$\pi/4$
26	$2\bar{a} - 5\bar{b}$	$\bar{a} - 3\bar{b}$	29	2	$5\pi/6$
27	$\bar{a} + 3\bar{b}$	$\bar{a} - 2\bar{b}$	4	$\sqrt{3}$	$\pi/3$
28	$4\bar{a} - 3\bar{b}$	$5\bar{a} - 4\bar{b}$	1	31	$\pi/2$
29	$2\bar{a} + 7\bar{b}$	$2\bar{a} - \bar{b}$	4	1	$\pi/6$
30	$7\bar{a} + \bar{b}$	$\bar{a} - 3\bar{b}$	$3/2$	$\sqrt{2}$	$3\pi/4$

Завдання 2.4. Знайти момент сили \bar{P} відносно точки C , якщо сила прикладена до точки A .

- $\bar{P} = (0, -4, 5)$, $A(-2, -10, 9)$, $C(1, -10, 5)$.
- $\bar{P} = (-3, 2, -2)$, $A(-4, 1, -3)$, $C(2, 5, -3)$.
- $\bar{P} = (10, -4, 1)$, $A(-5, 3, -4)$, $C(5, 0, 2)$.
- $\bar{P} = (4, 5, 7)$, $A(0, -4, -6)$, $C(2, 5, 4)$.
- $\bar{P} = (8, 0, 4)$, $A(-5, 5, 5)$, $C(0, 1, 7)$.
- $\bar{P} = (-5, 0, 4)$, $A(1, 2, 3)$, $C(5, -1, 3)$.
- $\bar{P} = (3, -2, 2)$, $A(-5, 5, -2)$, $C(-11, 1, -2)$.
- $\bar{P} = (1, 10, -4)$, $A(-1, 2, 1)$, $C(1, 12, -2)$.
- $\bar{P} = (-7, -4, -5)$, $A(-2, -1, 2)$, $C(-12, -7)$.
- $\bar{P} = (-4, -8, 0)$, $A(0, 1, 1)$, $C(-2, -4, 5)$.
- $\bar{P} = (-4, 5, 0)$, $A(1, 2, -7)$, $C(1, -2, -4)$.

12. $\bar{P} = (2, -2, -3)$, $A(-1, 1, 3)$, $C(3, 1, 9)$.
13. $\bar{P} = (-4, 1, 10)$, $A(1, -5, -4)$, $C(-2, -3, 6)$.
14. $\bar{P} = (5, 7, 4)$, $A(2, -5, -2)$, $C(11, 5, 0)$.
15. $\bar{P} = (0, 4, 8)$, $A(-3, -6, -2)$, $C(-7, -4, 3)$.
16. $\bar{P} = (0, 4, -5)$, $A(7, -5, 2)$, $C(4, -5, 6)$.
17. $\bar{P} = (2, 3, -2)$, $A(6, -8, -5)$, $C(6, -14, -9)$.
18. $\bar{P} = (-10, 4, -1)$, $A(12, 6, -7)$, $C(2, 9, -9)$.
19. $\bar{P} = (-4, -5, -7)$, $A(11, -3, 12)$, $C(9, -12, 2)$.
20. $\bar{P} = (-8, 0, -4)$, $A(-1, -4, 2)$, $C(-6, 0, 0)$.
21. $\bar{P} = (5, 0, -4)$, $A(5, 2, 7)$, $C(1, 5, 7)$.
22. $\bar{P} = (-2, -3, 2)$, $A(-7, 11, 3)$, $C(-7, 17, 7)$.
23. $\bar{P} = (-1, -10, 4)$, $A(-3, 6, -2)$, $C(-5, -4, 1)$.
24. $\bar{P} = (7, 4, 5)$, $A(-3, -3, -2)$, $C(7, -1, 7)$.
25. $\bar{P} = (4, 0, 8)$, $A(-1, -4, 2)$, $C(1, 1, -2)$.
26. $\bar{P} = (4, -5, 0)$, $A(-3, 3, 5)$, $C(-3, 7, 2)$.
27. $\bar{P} = (-2, 2, 3)$, $A(-2, -1, -1)$, $C(-6, -1, -7)$.
28. $\bar{P} = (4, -1, -10)$, $A(-7, 3, 2)$, $C(-4, 1, -8)$.
29. $\bar{P} = (-5, -7, -4)$, $A(3, 10, -1)$, $C(-6, 0, -3)$.
30. $\bar{P} = (0, -4, -8)$, $A(-1, 2, 4)$, $C(3, 0, -1)$.

Завдання 2.5. Обчислити об'єм тетраедра з вершинами у точках A , B , C , D та його висоту, опущену з вершини D на грань ABC .

1. $A(1, -5, -4)$, $B(-3, -4, 6)$, $C(-2, -3, 6)$, $D(-4, -2, -9)$.
2. $A(-1, 1, 3)$, $B(1, -1, 0)$, $C(3, 1, 9)$, $D(4, 3, -1)$.
3. $A(-1, 2, -9)$, $B(-5, 3, 1)$, $C(-4, 4, 1)$, $D(0, 5, -14)$.
4. $A(1, 0, 1)$, $B(1, -4, -7)$, $C(5, -2, -4)$, $D(9, -5, -2)$.

5. $A(2,-2,-1)$, $B(-3,-9,-5)$, $C(-7,-12,-3)$, $D(0,-13,2)$.
6. $A(-2,1,12)$, $B(2,0,2)$, $C(1,-1,2)$, $D(3,-2,17)$.
7. $A(5,-2,-5)$, $B(3,0,-2)$, $C(1,-2,-11)$, $D(0,-4,-1)$.
8. $A(-2,2,5)$, $B(2,1,-5)$, $C(1,0,-5)$, $D(-3,-1,10)$.
9. $A(2,-1,-4)$, $B(2,3,4)$, $C(-2,1,1)$, $D(-6,4,-1)$.
10. $A(-2,-3,-3)$, $B(3,4,1)$, $C(7,7,-1)$, $D(0,8,-6)$.
11. $A(1,5,-7)$, $B(-3,6,3)$, $C(-2,7,3)$, $D(-4,8,-12)$.
12. $A(2,3,1)$, $B(4,1,-2)$, $C(6,3,7)$, $D(7,5,-3)$.
13. $A(4,1,-11)$, $B(0,2,-1)$, $C(1,3,-1)$, $D(5,4,-16)$.
14. $A(-1,2,4)$, $B(-1,-2,-4)$, $C(3,0,-1)$, $D(7,-3,1)$.
15. $A(3,10,-1)$, $B(-2,3,-5)$, $C(-6,0,-3)$, $D(1,-1,2)$.
16. $A(-7,3,2)$, $B(-3,2,-8)$, $C(-4,1,-8)$, $D(-2,0,7)$.
17. $A(-2,-1,-1)$, $B(-4,1,2)$, $C(-6,-1,-7)$, $D(-7,-3,3)$.
18. $A(-3,-4,11)$, $B(1,-5,1)$, $C(0,-6,1)$, $D(-4,-7,16)$.
19. $A(-3,-6,-2)$, $B(-3,-2,6)$, $C(-7,-4,3)$, $D(-11,-1,1)$.
20. $A(2,-5,-2)$, $B(7,2,2)$, $C(1,5,0)$, $D(4,6,-5)$.
21. $A(9,-9,2)$, $B(5,-8,12)$, $C(6,-7,12)$, $D(4,-6,-3)$.
22. $A(-4,-6,0)$, $B(1,1,4)$, $C(5,4,2)$, $D(-2,5,-3)$.
23. $A(5,5,-5)$, $B(5,9,3)$, $C(1,7,0)$, $D(-3,10,-2)$.
24. $A(3,6,-2)$, $B(7,5,-12)$, $C(6,4,12)$, $D(2,3,3)$.
25. $A(-5,6,-8)$, $B(-7,8,-5)$, $C(-9,6,-14)$, $D(-10,4,-4)$.
26. $A(0,-2,5)$, $B(4,-3,-5)$, $C(3,-4,-5)$, $D(5,-5,10)$.
27. $A(-3,12,11)$, $B(-8,5,7)$, $C(-12,2,9)$, $D(-5,1,14)$.
28. $A(-4,2,-1)$, $B(-4,-2,-9)$, $C(0,0,-6)$, $D(4,-3,-4)$.
29. $A(-4,3,-7)$, $B(-8,4,3)$, $C(-7,5,3)$, $D(-3,6,-12)$.
30. $A(3,-7,11)$, $B(5,-9,8)$, $C(7,-7,17)$, $D(8,-5,7)$.

3 АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ

Завдання 3.1. Трикутник ABC задано координатами його вершин. Зробити креслення і знайти:

- а) довжину і рівняння сторони AB ;
- б) точку перетину медіан, що проведені з вершин B і C ;
- в) довжину і рівняння висоти, що проведена із вершини C на сторону AB ;
- г) рівняння прямої, що походить через точку A паралельно стороні BC ;
- д) рівняння бісектриси, яку проведено із вершини B ;
- е) кут α при вершині A з точністю до 0,001 град.

1. $A(-6;2)$, $B(2;-2)$, $C(-4;-5)$.
2. $A(1;-1)$, $B(6;4)$, $C(-2;3)$.
3. $A(-6;-1)$, $B(1;2)$, $C(-4;8)$.
4. $A(1;2)$, $B(-8;1)$, $C(-3;-1)$.
5. $A(-3;8)$, $B(4;6)$, $C(-6;-8)$.
6. $A(2;3)$, $B(-6;-4)$, $C(-2;1)$.
7. $A(2;-8)$, $B(2;-5)$, $C(-4;8)$.
8. $A(2;-4)$, $B(-6;1)$, $C(3;4)$.
9. $A(-1;4)$, $B(-6;-8)$, $C(3;6)$.
10. $A(3;8)$, $B(6;-2)$, $C(-2;0)$.
11. $A(2;-6)$, $B(3;3)$, $C(-4;8)$.
12. $A(-1;4)$, $B(6;-8)$, $C(-2;1)$.
13. $A(2;1)$, $B(3;8)$, $C(-4;5)$.
14. $A(-6;-2)$, $B(4;-1)$, $C(0;4)$.
15. $A(2;3)$, $B(-2;-1)$, $C(-4;1)$.
16. $A(2;-8)$, $B(2;1)$, $C(-6;0)$.

17. $A(-2;-1)$, $B(-6;1)$, $C(2;-8)$.
 18. $A(-1;4)$, $B(4;4)$, $C(2;-5)$.
 19. $A(1;1)$, $B(-6;2)$, $C(2;-4)$.
 20. $A(-2;4)$, $B(-6;4)$, $C(2;2)$.
 21. $A(1;-1)$, $B(4;8)$, $C(-2;3)$.
 22. $A(3;5)$, $B(-1;-1)$, $C(-4;2)$.
 23. $A(-3;1)$, $B(-2;2)$, $C(2;4)$.
 24. $A(4;-6)$, $B(2;-8)$, $C(-1;2)$.
 25. $A(3;4)$, $B(5;-2)$, $C(0;6)$.
 26. $A(-1;6)$, $B(5;-2)$, $C(3;2)$.
 27. $A(-1;1)$, $B(1;6)$, $C(3;1)$.
 28. $A(2;-3)$, $B(-1;2)$, $C(3;4)$.
 29. $A(2;-2)$, $B(5;3)$, $C(1;5)$.
 30. $A(3;-2)$, $B(5;4)$, $C(-3;1)$.

Завдання 3.2. Розв'язати наступні задачі. Зробити креслення.

1. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих $3x - 2y - 7 = 0$ і $x + 3y - 6 = 0$ та відтинає на осі абсцис відрізок довжиною 3.

2. Знайти проекцію точки $A(-8;12)$ на пряму, яка проходить через точки $B(2;-3)$ і $C(-5;1)$.

3. Задані дві вершини трикутника ABC : $A(-4;4)$, $B(4;-12)$, а також точка $M(4;2)$ перетину його висот. Знайти вершину C .

4. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(2;-3)$ і точку перетину прямих $2x - y = 5$ та $x + y = 1$.

5. Знайти рівняння прямої, яка відтинає на осі ординат відрізок довжиною 2 і проходить паралельно прямій $2y - x = 3$.

6. Довести, що чотирикутник $ABCD$ – трапеція, якщо $A(3;6)$, $B(5;2)$, $C(-1;-3)$, $D(-5;5)$.

7. Записати рівняння прямої, яка проходить через точку $A(3;1)$ перпендикулярно прямій BC , якщо $B(2;5)$, $C(1;0)$.

8. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(-2;1)$ паралельно прямій MN , якщо $M(-3;-2)$, $N(1;6)$.

9. Знайти точку, симетричну точці $M(2;-1)$ відносно прямої $x - 2y + 3 = 0$.

10. Знайти точку O перетину діагоналей чотирикутника $ABCD$, якщо $A(-1;-3)$, $B(3;5)$, $C(5;2)$, $D(3;-5)$.

11. Через точку перетину прямих $6x - 4y + 5 = 0$, $2x + 5y + 8 = 0$ провести пряму, яка паралельна осі абсцис.

12. Відомі рівняння сторони AB трикутника ABC : $4x + y = 12$, його висот BH : $5x - 4y = 12$ і AM : $x + y = 6$. Знайти рівняння двох інших сторін трикутника ABC .

13. Задані дві вершини трикутника ABC : $A(-6;2)$, $B(2;-2)$. а також точка перетину його висот $H(1;2)$. Знайти координати точки M перетину сторони AC і висоти BH .

14. Знайти рівняння висот трикутника ABC , які проходять через вершини A і B , якщо $A(-4;2)$, $B(3;-5)$, $C(5;0)$.

15. Обчислити координати точки перетину перпендикулярів, які проведені через середини сторін трикутника, вершинами якого є точки $A(2;3)$, $B(0;-3)$, $C(6;-3)$.

16. Скласти рівняння висоти, яка проведена через вершину A трикутника ABC , знаючи рівняння його сторін AB : $2x - y - 3 = 0$, AC : $x + 5y - 7 = 0$, BC : $3x - 2y + 13 = 0$.

17. Задано трикутник з вершинами $A(3;1)$, $B(-3;-1)$ і $C(5;-12)$. Знайти рівняння і обчислити довжину його медіани, проведеної із вершини C .

18. Скласти рівняння прямої, яка проходить через початок координат і точку перетину прямих $2x + 5y - 8 = 0$ і $2x + 3y + 4 = 0$.

19. Знайти рівняння перпендикулярів до прямої $3x + 5y - 15 = 0$, які проведені через точки перетину заданої прямої з осями координат.

20. Задано рівняння сторін чотирикутника: $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 12 = 0$. Знайти рівняння його діагоналей.

21. Скласти рівняння медіани CM і висоти CK трикутника ABC , якщо $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$.

22. Через точку $P(5;2)$ провести пряму: а) яка відтинає рівні відрізки на осях координат; б) паралельну осі Ox ; в) паралельну осі Oy .

23. Записати рівняння прямої, що проходить через точку $A(-2;3)$ і складає з віссю Ox кут: а) 45° ; б) 90° ; в) 0° .

24. Яку ординату має точка C , яка лежить на одній прямій з точками $A(-6;-6)$ і $B(-3;-1)$ і має абсцису, що дорівнює 3?

25. Через точку перетину прямих $2x - 5y - 1 = 0$ і $x + 4y - 7 = 0$ провести пряму, яка ділить відрізок між точками $A(4;-3)$ і $B(-1;2)$ у відношенні $\lambda = 2/3$.

26. Відомі рівняння двох сторін ромба $2x - 5y - 1 = 0$ і $2x - 5y - 34 = 0$ і рівняння однієї з діагоналей $x + 3y - 6 = 0$. Знайти рівняння другої діагоналі.

27. Знайти точку E перетину медіан трикутника, вершинами якого є точки $A(-3;1)$, $B(7;5)$ і $C(5;-3)$.

28. Записати рівняння прямих, які проходять через точку $A(-1;1)$ під кутом 45° до прямої $2x + 3y = 6$.

29. Задано рівняння висот трикутника ABC $2x - 3y + 1 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$ і координати його вершини $A(2;3)$. Знайти рівняння сторін AB і AC трикутника.

30. Задано рівняння двох сторін паралелограма $x - 2y = 0$, $x - y - 1 = 0$ і точка перетину його діагоналей $M(3;-1)$. Знайти рівняння двох інших сторін.

Завдання 3.3. Задано рівняння кривих другого порядку $a_i x^2 + b_i y^2 + c_i x + d_i y + k_i = 0$, $i = 0, 2$. Встановити їх вид, знайти центр, півосі, ексцентриситет, рівняння директрис, а для гіперболи – рівняння асимптот. Зробити креслення. Дані по варіантах наведені в таблиці.

№	a_1	a_2	b_1	b_2	c_1	c_2	d_1	d_2	k_1	k_2
1	1	3	4	-4	-2	-12	24	-24	33	-36
2	3	1	1	-4	-12	2	6	24	18	31
3	1	-3	4	25	-2	-18	-24	-50	33	-77
4	3	9	4	-4	-6	36	16	-16	-5	-16
5	4	3	3	1	16	-18	-12	-2	16	35
6	2	5	3	-3	-8	20	6	6	5	32
7	3	16	4	-5	18	32	-8	-20	19	-84
8	4	25	3	-4	-24	-150	12	-8	36	321
9	9	4	5	-7	18	24	20	28	-16	-20
10	4	5	25	-16	16	-20	-5	-32	-59	84
11	4	25	1	-4	-8	200	4	16	-28	284
12	1	4	9	-3	6	16	18	12	-18	16
13	3	9	4	-25	30	-54	-24	-100	89	-244
14	4	1	7	-4	24	-2	-28	-24	63	-39
15	5	4	3	-3	30	8	-12	-18	42	-11
16	2	-2	3	9	-8	-20	18	-18	23	-23
17	7	4	9	-7	14	-8	-36	-42	-20	-31
18	9	-16	16	25	-90	-96	64	-50	145	281
19	9	3	5	-1	36	6	-30	-6	36	3
20	3	-5	4	3	-18	-20	-16	-6	31	-32
21	5	16	9	-5	20	32	54	-20	56	-84
22	4	25	9	-4	-32	-150	36	-8	64	321
23	5	4	4	-7	30	24	-32	28	89	-20
24	1	5	3	-16	8	-20	6	-32	10	84
25	5	-25	3	4	0	-200	-18	-16	12	-284
26	3	1	1	-9	6	6	-6	-18	3	-36
27	5	3	9	-4	30	30	-18	24	9	51
28	5	-9	4	4	-20	18	8	24	4	63

29	16	-5	5	4	32	-30	20	-24	-44	-29
30	25	4	4	-25	200	16	-16	50	316	-109

Завдання 3.4. Встановити, що рівняння $ax^2 + by^2 + cx + dy + k = 0$ визначає параболу. Знайти координати її вершини, рівняння осі симетрії, значення параметра. Зробити креслення. Дані по варіантах наведено в таблиці.

№	a	b	c	d	k
1	2	3	4	5	6
2	0	3	1	-6	5
3	0	3	1	12	9
4	4	0	-8	-2	7
5	0	2	3	-8	3
6	3	0	12	-1	15
7	0	2	2	12	15
8	3	0	-18	-1	29
9	4	0	16	1	19
10	0	2	2	-12	21
11	0	3	1	-6	8
12	4	0	16	3	22
13	0	2	-1	16	34
14	0	3	2	-12	15
15	4	0	24	-1	35
16	0	2	1	-8	11
17	3	0	12	-1	10
18	0	4	1	8	1
19	2	0	-16	1	31
20	3	0	18	-2	30
21	0	4	-1	-24	34
22	0	2	1	-16	31
23	3	0	-6	2	29
24	4	0	8	-1	0
25	0	2	-2	8	13
26	0	2	1	16	34

27	3	0	-12	3	16
28	4	0	24	-1	33
29	0	2	-2	-12	23
30	2	0	10	-1	11

4 АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРИ

Завдання 4.1. Задано точки A , B , C , D . Знайти:

- а) рівняння площини ABC ;
 - б) рівняння прямої, яка проходить через точку C та паралельна прямій AB ;
 - в) рівняння площини, що проходить через точку D паралельно площині ABC ;
 - г) відстань від точки D до площини ABC ;
 - д) проєкцію точки D на площину ABC ;
 - е) точку, симетричну точці D відносно площини ABC ;
 - є) точку, симетричну точці C відносно прямої AB ;
 - ж) кут між прямими AB та CD ;
 - з) кут між прямою CD та площиною ABC ;
 - и) відстань між прямими AB та CD .
1. $A(1;0;-4)$, $B(-2;1;0)$, $C(1;1;-6)$, $D(2;4;-5)$.
 2. $A(-3;1;3)$, $B(1;1;-5)$, $C(1;-2;1)$, $D(2;1;2)$.
 3. $A(1;-1;2)$, $B(3;1;1)$, $C(-3;0;-1)$, $D(0;0;-4)$.
 4. $A(2;1;1)$, $B(2;2;0)$, $C(2;-1;3)$, $D(-4;5;3)$.
 5. $A(1;1;1)$, $B(1;-1;3)$, $C(-3;1;-1)$, $D(-9;3;3)$.
 6. $A(1;1;2)$, $B(-1;1;1)$, $C(-1;2;2)$, $D(-2;4;-1)$.
 7. $A(1;1;1)$, $B(3;1;2)$, $C(1;0;0)$, $D(6;1;-1)$.
 8. $A(2;1;1)$, $B(2;2;2)$, $C(4;0;1)$, $D(8;3;-3)$.
 9. $A(1;1;1)$, $B(2;7;-1)$, $C(2;1;2)$, $D(3;2;-2)$.
 10. $A(2;1;1)$, $B(1;7;-3)$, $C(1;-1;1)$, $D(0;0;4)$.
 11. $A(1;2;1)$, $B(2;4;1)$, $C(2;2;2)$, $D(-1;5;2)$.
 12. $A(1;5;1)$, $B(-2;3;3)$, $C(3;3;-2)$, $D(2;4;4)$.
 13. $A(1;2;-1)$, $B(-2;4;3)$, $C(3;4;-2)$, $D(-2;5;-1)$.
 14. $A(1;1;1)$, $B(2;3;3)$, $C(0;3;1)$, $D(7;-7;-6)$.

15. $A(1;2;1)$, $B(2;4;3)$, $C(0;4;1)$, $D(0;1;4)$.
16. $A(1;1;3)$, $B(2;2;3)$, $C(1;2;1)$, $D(4;0;2)$.
17. $A(1;1;1)$, $B(3;2;3)$, $C(2;2;1)$, $D(0;3;4)$.
18. $A(1;1;2)$, $B(2;2;2)$, $C(3;1;0)$, $D(2;-1;5)$.
19. $A(1;1;3)$, $B(2;2;3)$, $C(2;1;1)$, $D(-2;3;4)$.
20. $A(1;1;2)$, $B(2;2;6)$, $C(2;1;4)$, $D(2;4;1)$.
21. $A(1;1;1)$, $B(3;2;1)$, $C(-5;-1;2)$, $D(2;0;4)$.
22. $A(-2;1;1)$, $B(0;2;1)$, $C(-2;2;2)$, $D(-3;1;-3)$.
23. $A(3;1;1)$, $B(1;1;2)$, $C(5;2;1)$, $D(6;-1;2)$.
24. $A(3;1;-1)$, $B(1;-1;2)$, $C(5;-3;2)$, $D(9;7;-1)$.
25. $A(-8;2;1)$, $B(4;1;-4)$, $C(-2;-1;1)$, $D(6;-1;6)$.
26. $A(-7;1;3)$, $B(5;1;-3)$, $C(-5;2;1)$, $D(7;2;4)$.
27. $A(2;-5;2)$, $B(-2;3;2)$, $C(1;3;-1)$, $D(-1;-3;-5)$.
28. $A(0;2;-2)$, $B(1;-6;1)$, $C(2;-2;-2)$, $D(2;3;0)$.
29. $A(-1;-3;2)$, $B(1;1;-2)$, $C(-1;-1;1)$, $D(-2;0;-3)$.
30. $A(-2;1;5)$, $B(1;1;-1)$, $C(2;-2;3)$, $D(-2;0;-2)$.

Завдання 4.2. Звести рівняння до канонічного вигляду, визначити тип поверхні та зробити схематичне креслення.

1. 1) $4x^2 - z^2 - 8x + 12 = 0$;
 2) $x^2 + 2y^2 - 8z^2 + 2x + 8y + 16z + 9 = 0$;
 3) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 16y - 2z + 10 = 0$.
2. 1) $5x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 20x - 8y - 24z - 40 = 0$;
 2) $16x^2 + 9z^2 - 144x - 64y + 36z - 188 = 0$;
 3) $3x^2 - 6x - 2y - 5 = 0$.
3. 1) $2x^2 - z^2 - 4x = 0$;
 2) $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 8z + 9 = 0$;
 3) $-x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 2x + 16y + 54z + 95 = 0$.

4. 1) $3y^2 + 2z^2 - 6y + 4z - 1 = 0$;
2) $9x^2 + 4y^2 - z^2 + 36x + 24y + 2z + 71 = 0$;
3) $2x^2 + 8y^2 + z^2 - 8x - 48y + 79 = 0$.
5. 1) $4x^2 - 25y^2 + 5z^2 - 8x + 50y + 20z + 99 = 0$;
2) $x^2 + z^2 - 6x + 8z - 41 = 0$;
3) $4x^2 + 9z^2 + 36y - 18z + 81 = 0$.
6. 1) $x^2 + z^2 - 4z + 2x - 1 = 0$;
2) $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 8z + 9 = 0$;
3) $x^2 - 4y^2 + 16z^2 - 2x - 24y - 35 = 0$.
7. 1) $2x^2 - y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$;
2) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 16y - 2z + 10 = 0$;
3) $x^2 - 9y^2 + 9z^2 + 4x - 18y - 18z - 5 = 0$.
8. 1) $2x^2 + y^2 + 6z^2 + 6y + 12z + 3 = 0$;
2) $16x^2 + 9z^2 + 144x + 32y - 18z + 25 = 0$;
3) $3x^2 + 4y^2 - 6x + 8y + 5 = 0$.
9. 1) $4x^2 - 2y^2 + z^2 - 16x - 8y + 2z - 7 = 0$;
2) $2y^2 - 4y + 5z + 7 = 0$;
3) $25x^2 + 4y^2 + 25z^2 - 150x + 16y + 141 = 0$.
10. 1) $-9x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 18x - 16y - 18z - 20 = 0$;
2) $x^2 - 2x + y + 9 = 0$;
3) $4x^2 + 100y^2 + 25z^2 - 24x + 200y + 100z + 135 = 0$
11. 1) $x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 6x - 4y - 16z - 21 = 0$;
2) $x^2 + 2y^2 - 8z^2 + 2x - 8y + 16z + 8 = 0$;
3) $2x^2 + 5y^2 - 4x + 10y - 3 = 0$.
12. 1) $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 2z = 0$;
2) $3x^2 - 6x + 2z + 1 = 0$;
3) $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 8x - 36y + 6z + 13 = 0$.

13. 1) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 6z - 2 = 0$;
2) $x^2 + y^2 - 8z^2 - 6x - 6y - 4z + 18 = 0$;
3) $y^2 + z^2 - 4y + 6z - 12 = 0$.
14. 1) $9x^2 - z^2 - 18x - 18y - 6z = 0$;
2) $4x^2 + 25y^2 - 25z^2 + 8x - 100y + 50z + 79 = 0$;
3) $x^2 - y^2 - 8x + 8y - 1 = 0$.
15. 1) $2x^2 + y^2 + 4z^2 - 8x + 8z - 4 = 0$;
2) $3x^2 - 2z^2 + 6x + 4z + 7 = 0$;
3) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 2y + 2z + 2 = 0$.
16. 1) $2x^2 - 4x + 3y + 5 = 0$;
2) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$;
3) $9x^2 - y^2 - z^2 + 2y - 6z - 10 = 0$.
17. 1) $3z^2 + 2x + 6z + 3 = 0$;
2) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 2y + 2z + 2 = 0$;
3) $25x^2 + 4y^2 + 25z^2 - 150x + 16y - 2z + 141 = 0$.
18. 1) $4x^2 - 36y^2 - 4z^2 + 36x + 72y - 8z - 40 = 0$;
2) $16y^2 - 9z^2 + 144x + 32y - 54z + 385 = 0$;
3) $x^2 - z^2 - 2x - 2z - 2 = 0$.
19. 1) $9x^2 - y^2 + z^2 - 2y + 4z - 3 = 0$;
2) $2y^2 - 4y + 5z + 5 = 0$;
3) $9x^2 + y^2 + 9z^2 + 4y - 18z + 13 = 0$.
20. 1) $x^2 - 2y^2 + z^2 - 2x - 8y - 6z + 10 = 0$;
2) $x^2 + z^2 - 2x = 0$;
3) $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 8x - 18y - 72z + 13 = 0$.
21. 1) $4x^2 - y^2 + 4z^2 - 8x + 4y + 8z + 4 = 0$;
2) $2y^2 - 3z^2 + 4y + 6z - 7 = 0$;
3) $16y^2 + 9z^2 - 144x - 64y + 36z - 144 = 0$.

22. 1) $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + 4x - 4y - 6z - 9 = 0$;
2) $x^2 - 4x + 3z + 1 = 0$;
3) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2z - 6 = 0$.
23. 1) $16x^2 + 9y^2 - 32x - 36y - 144z - 192 = 0$;
2) $3y^2 + 2x + 12y + 10 = 0$;
3) $9x^2 - y^2 + 4z^2 - 18x - 2y + 4z + 45 = 0$.
24. 1) $4x^2 - 9y^2 - z^2 + 8x + 18y - 4z - 45 = 0$;
2) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z - 11 = 0$;
3) $2x^2 + 5z^2 + 4x - 10z - 5 = 0$.
25. 1) $y^2 + 4z^2 + 36x + 4y - 24z + 4 = 0$;
2) $x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$;
3) $4x^2 + y^2 + 4z^2 + 16x - 2y - 8z + 5 = 0$.
26. 1) $9x^2 + 36y^2 + 4z^2 - 18x + 144y + 24z + 153 = 0$;
2) $16x^2 - 9y^2 - 32x + 160 = 0$;
3) $x^2 - 4y^2 + 2x - 8y - z = 0$.
27. 1) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$;
2) $3x^2 - 6x - 2z + 5 = 0$;
3) $4x^2 - 9y^2 + z^2 + 24x - 36y - 2z + 1 = 0$.
28. 1) $9x^2 - 36y^2 + 4z^2 - 18x - 144y - 24z - 135 = 0$;
2) $3x^2 + 2y^2 + 6x - 4y - 1 = 0$;
3) $4x^2 - 4y^2 - 36z^2 + 36x - 8y + 72z - 40 = 0$.
29. 1) $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + 4x - 4y - 6z - 9 = 0$;
2) $4x^2 + 25y^2 + 100z^2 + 16x - 50y + 200z - 9 = 0$;
3) $x^2 - 4y^2 - 8y - 12 = 0$.
30. 1) $16x^2 + 9z^2 + 32x - 144y - 36z + 186 = 0$;
2) $x^2 + 2y^2 + 8y = 0$;
3) $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 8z + 22 = 0$.

5 ЛІНІЙНІ ОПЕРАТОРИ

Завдання 5.1. Нехай $\bar{a} = (x, y, z)$. Чи будуть лінійними наступні перетворення: $A\bar{a}$, $B\bar{a}$, $C\bar{a}$?

1. $A\bar{a} = (6x - 5y - 4z, 3x + 2y - z, y + 2z)$,
 $B\bar{a} = (6 - 5y - 4z, 3x - 2y - z, y + 2)$,
 $C\bar{a} = (z^4, 3x - z, y + 2z)$.
2. $A\bar{a} = (5x - 4y - 3z, 2x - y, y + 2)$,
 $B\bar{a} = (5x - 4y - 3z, 0, y^4 + 2z)$,
 $C\bar{a} = (5x - 4y, 2x - z, y + 2z)$.
3. $A\bar{a} = (4x - 3y - 2z, x - z, x + 2y^4 + z)$,
 $B\bar{a} = (4x - 3y - 2z, x, x + 2y + 3z)$,
 $C\bar{a} = (4x, x, y + z + 3)$.
4. $A\bar{a} = (3x + 2y + z, z, 2x - 3y + 4z)$,
 $B\bar{a} = (3x + 2y + z, z, 2x - 3y + 4)$,
 $C\bar{a} = (3x, z, 2x^2 + y + z)$.
5. $A\bar{a} = (x + 6y - z, x - 2y - 3z, 4x + y - 6)$,
 $B\bar{a} = (x, x - 2y - 3z, xy + z)$,
 $C\bar{a} = (x, x - 2y - 3z, x + y + z)$.
6. $A\bar{a} = (2x + y, y - 2z, 3x - 4y^2 + z)$,
 $B\bar{a} = (2x + y, y - 2z, 3x - 4y - 5z)$,
 $C\bar{a} = (2x + y, y - 2, y + z)$.
7. $A\bar{a} = (x, x + 2y - 3z, 4x + 5y + 6z)$,
 $B\bar{a} = (x, x + 2y - 3, y + z)$,
 $C\bar{a} = (x, x + 2y + 3z, 4x^3 + 5y + z)$.
8. $A\bar{a} = (3x - 2y - z, 1, x + 2y + 3z)$,

$$B\bar{a} = (3x - 2y - z, 0, x^3 + 2y),$$

$$C\bar{a} = (3x - 2y - z, z, x + 2y + 3z).$$

$$9. A\bar{a} = (2x - y, z, x + 2y + 3z^4),$$

$$B\bar{a} = (2x - y, z, x + 2y + 3z),$$

$$C\bar{a} = (2x - y, 1, x + 2y + 3).$$

$$10. A\bar{a} = (z, 2x + 3y - z, 5x + 6y + 7z),$$

$$B\bar{a} = (z, 2x + 3y - 1, 5x + 6 + 7z),$$

$$C\bar{a} = (z, 0, 5x^2 + 6y + z).$$

$$11. A\bar{a} = (6x - 5y - 4z, 3x - 2y - z, 0),$$

$$B\bar{a} = (6x - 5y - 4, 3x - 2y - z, 0),$$

$$C\bar{a} = (6x - 5y - 4z, 3x - z^2, 0).$$

$$12. A\bar{a} = (5x - 4y - 3, 2x - y, y + z^2),$$

$$B\bar{a} = (5x - 4y - 3z, 2x - y, 1),$$

$$C\bar{a} = (5x - 4y - 3z, 2x - y, y).$$

$$13. A\bar{a} = (4x - 3y - 2z, x^2, y + 2z),$$

$$B\bar{a} = (4x - 3y - 2z, x, y + 2z),$$

$$C\bar{a} = (4x - 3y - 2, x^2, y + 2).$$

$$14. A\bar{a} = (3x + 2y + z, 0, x - 2y + 3z),$$

$$B\bar{a} = (3x + 2y + 1, 0, x - 2y + 3z),$$

$$C\bar{a} = (3x + 2y + z, 0, x^2).$$

$$15. A\bar{a} = (x, y - 2z, 3x - 4y - 5),$$

$$B\bar{a} = (x, y^2 - 2z, 3x - 4y + 5z),$$

$$C\bar{a} = (x, y - 2z, 3x - 4y - 5z).$$

$$16. A\bar{a} = (x + y, z^2, 2x - 3y + 4z),$$

$$B\bar{a} = (x + y, z, 2x - 3y + 4z),$$

$$C\bar{a} = (x + y, z, 2x - 3 + 4z).$$

$$17. A\bar{a} = (x, y + 2z, 3x + 4y + 5z),$$

$$B\bar{a} = (x, y + 2z, 3 + 4y + 5z),$$

$$C\bar{a} = (x^3, y + 2z, 3x + 4y + 5z).$$

$$18. A\bar{a} = (3x - 2y - 1, 0, x + 2y + 3z),$$

$$B\bar{a} = (3x^2 - 2y - z, 0, x + 2y + 3z),$$

$$C\bar{a} = (3x - 2y - z, 0, 0).$$

$$19. A\bar{a} = (2x^2 - y + 5z, z, 2y + 3z),$$

$$B\bar{a} = (2x - y + 5z, z, 2y + 3z),$$

$$C\bar{a} = (2x - y + 5z, z, 2y + 3).$$

$$20. A\bar{a} = (0, x - 2y + 3z, 4x + 5y + 6z),$$

$$B\bar{a} = (0, x - 2y, 4x + 5y + 6),$$

$$C\bar{a} = (0, x^3 - 2y, 4x + 5y + 6z).$$

$$21. A\bar{a} = (6x - 5y - 4z, 3x - 2y - z, y),$$

$$B\bar{a} = (6x - 5y - 4, 3x - z, y),$$

$$C\bar{a} = (6x - 5y - 4z^2, 3x - 2y, 0).$$

$$22. A\bar{a} = (5x - 4y - 3, 2x - z, x + 2y + z),$$

$$B\bar{a} = (5x - 3z^2, 2x - z, x + 2y),$$

$$C\bar{a} = (5x - 4y, 2x - z, x + 2y).$$

$$23. A\bar{a} = (x^2 - 2z, x + z, y + z + 1),$$

$$B\bar{a} = (x - 2z, x + z, x + y + z),$$

$$C\bar{a} = (x - 2z - 2, x + z, x + y + z).$$

$$24. A\bar{a} = (3x + 5z, 6x + 7y - z, 9x + z),$$

$$B\bar{a} = (3x + 5, 5x + 7y - z, 9x + z),$$

$$C\bar{a} = (3x + 5z, 6x^3 + 7y - z, 0).$$

$$25. A\bar{a} = (2x + 3y + 4, 5x + 6y - 7, 8y),$$

$$B\bar{a} = (2x + 3y + 4x^2, 5x + 6y, 0),$$

$$C\bar{a} = (2x + 3y + 4z, 5x + 6y, 0).$$

$$26. A\bar{a} = (x^2 + z, 2x + 3y + 4z, 2y + z),$$

$$B\bar{a} = (x + z, 2x + 3y + 4z, 2y + z),$$

$$C\bar{a} = (x + 1, 2x + 3y + 4z, 2y).$$

$$27. A\bar{a} = (3x - 2y - z, y + 2z, 3x + y + z),$$

$$B\bar{a} = (3x - 2y - 1, y + 2z, 3x + y + z),$$

$$C\bar{a} = (3x - 2y - z^3, 2z, 0).$$

$$28. A\bar{a} = (2x - y, x + 2y + 2z, 5y + 6z),$$

$$B\bar{a} = (2x - y^2, x + 2y + 2z, 0),$$

$$C\bar{a} = (2x - y, x + 2y + 2, 5y + 6z).$$

$$29. A\bar{a} = (x^3 + 2y, 4x + 5y + 6z, 7x + 8y),$$

$$B\bar{a} = (x + 2y, 4x + 5y + 6z, 7x + 8y),$$

$$C\bar{a} = (x + 2, y + 6z, 8y).$$

$$30. A\bar{a} = (x + 2z, 3x + 4z, 6x - 7y + z),$$

$$B\bar{a} = (x + 2, 3x + 4y, 6x - 7y + z),$$

$$C\bar{a} = (x^2, 4z, 6x - 7y + z).$$

Завдання 5.2. Знайти матрицю в базисі $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$, яка в базисі $\{\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}\}$ має вигляд D , якщо $\bar{e}_1 = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{e}_2 = -\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$, $\bar{e}_3 = -\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$.

$$1. D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$2. D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$3. D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4. D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$5. D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$6. D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$7. D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8. D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9. D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$10. D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$11. D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12. D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$13. D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14. D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$15. D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$16. D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$17. D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$18. D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$19. D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$20. D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$21. D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$22. D = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$23. D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$24. D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$25. D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$26. D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$27. D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$28. D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$29. D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$30. D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 5.3. Знайти власні значення та власні вектори матриці G .

$$1. G = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$2. G = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$3. G = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$4. G = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -6 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & 2 & 13 \end{pmatrix}.$$

$$5. G = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$6. G = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$7. G = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8. G = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$9. G = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$10. G = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11. G = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$12. G = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$13. G = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14. G = \begin{pmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$15. G = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$16. G = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$17. G = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$18. G = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$19. G = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$20. G = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$21. G = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad 22. G = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$23. G = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad 24. G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$25. G = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad 26. G = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$27. G = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 2 & 13 & -4 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}, \quad 28. G = \begin{pmatrix} 19 & 2 & -2 \\ 6 & 15 & -6 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}.$$

$$29. G = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad 30. G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 5.4. Звести квадратичну форму $F(x, y, z)$ до канонічного вигляду

1. $F(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 - 2xy + 2xz + 2yz$.
2. $F(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4xz + 4yz$.
3. $F(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$.
4. $F(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 8xy - 4xz - 4yz$.
5. $F(x, y, z) = -2x^2 + 5y^2 - 2z^2 + 4xy + 4yz$.
6. $F(x, y, z) = 5x^2 + 3y^2 + 5z^2 - 4xy + 8xz + 4yz$.
7. $F(x, y, z) = 5x^2 + 3y^2 + 5z^2 - 2xy + 2xz + 2yz$.
8. $F(x, y, z) = 3x^2 + y^2 + 3z^2 - 4xy + 8xz + 4yz$.

9. $F(x, y, z) = 3x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1.$
10. $F(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + z^2 + 4xy - 8xz - 4yz.$
11. $F(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz.$
12. $F(x, y, z) = 3x^2 + 5y^2 + 5z^2 - 4xy - 4xz - 8yz.$
13. $F(x, y, z) = 3x^2 + 5y^2 + 5z^2 - 2xy - 2xz - 2yz.$
14. $F(x, y, z) = 3x^2 + 3y^2 + z^2 - 8xy - 4xz - 4yz.$
15. $F(x, y, z) = 3x^2 + 3y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz.$
16. $F(x, y, z) = 3x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 4xz + 8yz.$
17. $F(x, y, z) = 3x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz.$
18. $F(x, y, z) = -z^2 - 8xy + 4xz + 4yz.$
19. $F(x, y, z) = 2z^2 + 2xy - 2xz - 2yz.$
20. $F(x, y, z) = 2z^2 + 8xy - 4xz - 4yz.$
21. $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 - 2xy + 2xz + 2yz.$
22. $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 - 8xy + 4xz + 4yz.$
23. $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + 3z^2 + 2xy - 2xz - 2yz.$
24. $F(x, y, z) = -2z^2 - 2xy + 2xz + 2yz.$
25. $F(x, y, z) = 5x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 8xy + 4xz + 4yz.$
26. $F(x, y, z) = 5x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz + 2yz.$
27. $F(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 4xy + 4xz - 8yz.$
28. $F(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz - 2yz.$
29. $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + 3z^2 + 8xy + 4xz + 4yz.$
30. $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$

Завдання 5.5. Дослідити криву другого порядку $\Phi(x, y) = 0$ та побудувати її.

1. $\Phi(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1.$
2. $\Phi(x, y) = 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1.$
3. $\Phi(x, y) = -4xy + 8x + 8y + 1.$
4. $\Phi(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 2xy + 6x - 6y - 6.$
5. $\Phi(x, y) = x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5.$
6. $\Phi(x, y) = 4xy + 4x - 4y + 4.$
7. $\Phi(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x + 4y + 1.$
8. $\Phi(x, y) = x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1.$
9. $\Phi(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 7.$
10. $\Phi(x, y) = 2xy + 2x + 2y - 3.$
11. $\Phi(x, y) = 4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1.$
12. $\Phi(x, y) = 3x^2 + 3y^2 + 4xy + 8x + 12y + 1.$
13. $\Phi(x, y) = x^2 + y^2 - 8xy - 20x + 20y + 1.$
14. $\Phi(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 2xy - 6x + 2y + 1.$
15. $\Phi(x, y) = 4xy + 4x + 4y + 1.$
16. $\Phi(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 4xy + 6x - 4y - 7.$
17. $\Phi(x, y) = -4xy - 4x + 4y + 6.$
18. $\Phi(x, y) = -x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1.$
19. $\Phi(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1.$
20. $\Phi(x, y) = 4xy + 4x - 4y.$
21. $\Phi(x, y) = -2x^2 - 2y^2 + 2xy - 6x + 6y + 3.$
22. $\Phi(x, y) = -3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2.$
23. $\Phi(x, y) = -2xy - 2x - 2y + 1.$
24. $\Phi(x, y) = -x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y + 2.$

25. $\Phi(x, y) = -4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1.$

26. $\Phi(x, y) = 4xy + 4x - 4y - 2.$

27. $\Phi(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy - 8x - 8y + 1.$

28. $\Phi(x, y) = 5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1.$

29. $\Phi(x, y) = 2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1.$

30. $\Phi(x, y) = -x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутузов В.Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах / Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. – М. : Физматлит, 2002. – 247 с.
2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2 ч. / Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. – М. : Высшая школа, 1986. – Ч. 1. – 1986. – 304 с.
3. Ильин В.А. Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – М. : Наука, 1999. – 297 с.
4. Ильин В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – М. : Наука, 1999. – 224 с.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре / И.В. Проскуряков. – М. : БИНОМ, 2005. – 383 с.
6. Фаддеев Д.К. Сборник задач по высшей алгебре / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. – М. : Наука, 1972. – 304 с.