

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
та завдання до самостійної роботи
по вивченню дисципліни
“МАТЕМАТИКА МІЖНАРОДНИХ ФІНАНСІВ”
для студентів гуманітарного факультету
усіх форм навчання

2018

Методичні вказівки та завдання до самостійної роботи по вивченню дисципліни “Математика міжнародних фінансів” для студентів гуманітарного факультету усіх форм навчання / Укл.: Шишканова Г.А., Щербина О.А. - Запоріжжя: ЗНТУ, 2018. – 72 с.

Укладачі: Шишканова Г.А., к.ф.-м.н., доцент
Щербина О.А., асистент

Рецензент: Коротунова О.В, к.т.н., доцент

Відповідальний за випуск: Щербина О.А., асистент

Затверджено
на засіданні кафедри прикладної
математики ЗНТУ
Протокол №5 від 22.01.2018р.

Рекомендовано
до видання НМК гуманітарного
факультету ЗНТУ
Протокол №3 від 25.01.2018р.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ПРОСТІ ВІДСОТКИ.....	5
1.1 Вплив часу та грошова позика під прості відсотки.....	5
1.2 Проста облікова ставка	8
2 СКЛАДНІ ВІДСОТКИ	11
2.1 Нарощення по складних відсотках	11
2.2 Нарахування складних відсотків при дробовій кількості років	11
2.3 Номінальна відсоткова ставка. Нарахування відсотків декілька разів на рік.....	12
2.5 Неперервне нарахування відсотків	14
2.6 Ефективна річна відсоткова ставка.....	14
2.7 Розрахунок терміну кредиту і відсоткових ставок	16
2.5 Поняття інфляції	19
2.6 Проста відсоткова ставка з урахуванням інфляції	20
2.7 Проста облікова ставка з урахуванням інфляції.....	22
2.8 Складна відсоткова ставка з урахуванням інфляції	23
3 ПОТОКИ ПЛАТЕЖІВ.....	25
3.1 Формули нарощеної суми	25
3.2 Сума, яку потрібно внести на початку для отримання заздалегідь відомих гарантованих регулярних виплат	30
3.3 План погашення кредиту	32
4 РИЗИК ТА ПЛАНУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПРОЕКТІВ	38
5 ГРОШОВА ШКАЛА	44
6 ТИПОВІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ	45
7 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.....	66
ЛІТЕРАТУРА.....	68
Додаток А	69

ВСТУП

Фінансова математика складається з практично необхідних розрахунків прибутковості фінансових, інвестиційних і торгових операцій в часі з урахуванням інфляції, валютних курсів, а також юридичних і фактичних умов виконання договорів. Вона досліджує параметри і результати комерційних і фінансових операцій, звертаючи особливу увагу на звичаю, що склалися в світі бізнесу.

Методичні вказівки призначені для вивчення дисципліни „Математика міжнародних фінансів” на протязі десяти лекційних та п’яти практичних занять. Розглянуто питання оцінки фінансових операцій. Тут містяться стислі теоретичні положення, приклади розв’язання задач, питання з окремих розділів, типові завдання для самостійного виконання у 10 варіантах, питання для підготовки, використана та запропонована література.

В ході вивчення основ фінансової математики дані вказівки мають за мету дозволити студенту навчитися навикам роботи з процентами, рентами, акціями, облігаціями, вексями та т. п. Укладачі намагалися допомогти студенту в активному освоєнні накопичених знань, прості завдання і питання повинні викликати необхідну впевненість.

У даних методичних вказівках запропоновано систематизований виклад основних понять методів фінансових обчислень. Їх зміст має загальний характер і є базою для ряду дисциплін. Він може бути застосований в розрахунках будь-яких фінансових операцій: в фінансовому менеджменті, в страховій справі, в аналізі інвестиційних проєктів, розрахунку кредитних і комерційних операцій, ефективності підприємницької діяльності і т.д.

Спростити та прискорити фінансові розрахунки дозволяє застосування комп’ютерних технологій. При розрахунках рекомендовано використовувати електронні таблиці *Open Office*, або *MS Excel*, які мають велику кількість вбудованих фінансових функцій.

1 ПРОСТІ ВІДСОТКИ

1.1 Вплив часу та грошова позика під прості відсотки

„Час – це гроші” – це дуже поширене висловлювання має математичний сенс, який дозволяє визначити цінність грошей з позиції поточного часу. Час звичайно не повертається, проте вкладений капітал може з часом зростати та повертатися з процентом.

Кредитор бере плату за використання грошей позичальника, який витрачає їх у саме теперішній час, щоб вкласти їх у свій бізнес чи задовольнити свої потреби раніше ніж зможе накопичити необхідну кількість власних коштів. У будь-яких фінансових операціях розрахунок сум грошей завжди пов'язаний з конкретними відрізками часу. Фактор часу грає не меншу роль, ніж розміри грошових сум. Абсолютна цінність грошей у різні моменти часу відрізняється.

Фактор часу у фінансовій сфері враховується за допомогою процентної ставки як відносини суми процентних грошей, виплачених за фіксований відрізок часу, до величини позики. Надання грошей в борг у тимчасове користування може здійснюватися різними способами: у вигляді грошової позики, ощадного рахунку, відкриття депозиту, покупки облігацій і векселів і т. п. На позичені гроші з боржника нараховуються відсотки. На практиці нарахування відсотків завжди проводиться в дискретні моменти часу.

Параметрами грошової позики є

S_0 — початковий розмір позики;

S_T — розмір виплат по закінченні позики;

P — відсотки на позичку;

T — термін позики в днях;

T_{year} — часова база (число днів в році);

i — річна процентна (відсоткова) ставка;

k — коефіцієнт нарошення.

Для короткострокових позик з терміном менше року для нарахування виплат і відсотків зазвичай використовується проста процентна (відсоткова) ставка:

$$S_T = S_0 \cdot \left(1 + \frac{i \cdot T}{T_{year} \cdot 100} \right), \quad (1.1)$$

$$P = S_T - S_0.$$

Коефіцієнт нарощення обчислюється за формулою:

$$k = \frac{S_T}{S_0} = 1 + \frac{i \cdot T}{T_{year} \cdot 100}. \quad (1.2)$$

Сутність простих відсотків в тому, що вони нараховуються на одну і ту ж величину капіталу протягом усього терміну позики.

Приклад 1.1

Приватна особа розміщує 950 грошових одиниць на депозит в банку за ставкою простого відсотка з розрахунку 4% річних.

Обчисліть, яку суму інвестор матиме на рахунку через два роки.

Розв'язання

В даному прикладі, виходячи з формули (1.1), маємо:

$S_0 = 950$ гр. од. — первинне вкладення, так звана «основна сума»;

$i = 4\%$ річних — відсоткова ставка;

$n = \frac{T}{T_{year}} = 2$ роки — часовий період інвестиції.

Отже, процентний дохід інвестора становить:

$S_T = 950 \times (1 + 2 \times 4/100) = 1026$ (гр. од.)

Приклад 1.2

Кредит 20 000 грн. виданий 17 лютого 2016 р під 30% річних, що нараховуються за простою процентною ставкою. Знайти суму повернення, якщо день погашення кредиту 20 грудня 2016 р.

Розв'язання

Розв'язання за формулою (1.1) можливо з застосуванням трьох методик, кожна з яких дає різний результат:

а) «німецька методика».

Дана методика вважає наближене значення днів користування кредитом, тому говорять про обчислення «звичайних відсотків» (*Ordinary Interest*). Застосовується в Німеччині, Данії, Швеції. В кожному місяці 30 днів, а в році 360 днів ($30 \cdot 12 = 360$).

Підрахунок днів кредиту проводиться за наступною схемою:

13 днів + березень + квітень + травень + червень + липень + серпень + вересень + жовтень + листопад + 20 днів = $(13 + 9 \cdot 30 + 20)$ днів = 303 дня.

$$T_{year} = 360 \text{ днів.}$$

$$S_T = 20000 \cdot \left(1 + \frac{30 \cdot 303}{360 \cdot 100} \right) = 25050 \text{ (грн.)},$$

б) «англійська методика».

Дні рахуються точно за календарною або спеціальною таблицею. Підрахунки днів точні, тому говорять про обчислення *точного відсотка* (*Exact Interest*). Застосовується в Англії, США, Португалії та ін. Країнах.

17 лютого – 48 день року,
20 грудня – 355 день року (рік високосний),

$$T_{year} = 366 \text{ днів (рік високосний),}$$

$$S_T = 20000 \cdot \left(1 + \frac{30 \cdot 307}{366 \cdot 100} \right) = 25032,79 \text{ (грн.)}.$$

в) «французька методика»

Дні рахуються як в англійській методиці, а кількість днів у році за німецької, тобто $T_{year} = 360$ днів.

Застосовується у Франції, Швейцарії, Іспанії, Хорватії, Сербії, Словенії та ін. країнах.

$$S_T = 20000 \cdot \left(1 + \frac{30 \cdot 307}{360 \cdot 100} \right) = 25116,67 \text{ (грн.)}$$

Так як різні методики дають різні результати, то при укладанні угод необхідно обумовлювати, за якою методикою проводиться розрахунок. Очевидно, що найвигідніша для кредитора – французька методика.

1.2 Проста облікова ставка

Використовується в тому випадку, коли за базу нарахування відсотків береться нарощена сума (S_T), позначається буквою d , широко застосовується у фінансових розрахунках, наприклад, при оформленні векселів.

Вексель – письмове боргове зобов'язання строго встановленої форми, що видається позичальником (векседавцем) кредитору (векселедержателю) і надає останньому безперечне право вимагати від позичальника сплати до певного терміну (день погашення векселя) певної суми грошей, яка вказана у векселі (номінальної вартості векселя).

Вексель має наступні особливості:

- а) абстрактність, тобто відсутності будь-яких пояснень з приводу виникнення боргу;
- б) безперечність, тобто обов'язковість оплати у точній відповідності з даним векселем;
- в) обертаність, тобто вексель за допомогою передавального напису може звертатися серед необмеженої кількості клієнтів.

Вексель можна купити (продати) в будь-якому фінансовій установі до терміну, зазначеного на ньому, але за ціною нижче номінальної. У таких випадках кажуть, що вексель реалізований з дисконтом.

Дисконт (D) – це різниця між номінальною вартістю векселя (S_T) та сумою (S_0), що отримана власником векселя в фінансовій установі при його обліку.

$$\text{Для одного року } D = S_T - S_0 = S_T \cdot d.$$

$$\text{Для } n \text{ років: } D = S_T - S_0 = S_T \cdot n \cdot d.$$

Тобто:

$$S_0 = S_T \cdot (1 - n \cdot d),$$

де

n – термін між днем погашення і днем обліку в роках.

Більш зручна формула виглядає наступним чином

$$S_0 = S_T \cdot \left(1 - \frac{d \cdot T}{T_{year} \cdot 100} \right) \quad (1.3)$$

Приклад 1.3

Власник векселя номінальною вартістю 25 000 грн. з терміном погашення 27 грудня 2016 р збирається реалізувати його в банку 20 жовтня 2016 року. Банк згоден врахувати вексель з дисконтом 33%.

Обчислити суму, яку отримає в банку власник векселя.

Розв'язання

$$S_0 = 25000 \cdot \left(1 - \frac{33 \cdot (362 - 294)}{360 \cdot 100} \right) = 23441,67 \text{ (грн.)}$$

$$D = 25000 - 23441,67 = 1558,33 \text{ (грн.)}$$

Відповідь

Власник векселя отримає в банку 20 жовтня 2016 року – 23441,67 грн.; банк отримає від векселедавця 25 000 грн. 27 грудня 2016р.; дисконт 1558,33 грн.

Приклад 1.4

Магазин 14 вересня оптом отримує від підприємця партію товару загальною вартістю 300 000 грн. на наступних умовах: 25% вартості оплачується відразу, а решту після реалізації товару 5 грудня того ж року.

На яку суму повинен магазин виписати вексель, щоб підприємець не зазнав збитків, якщо банк враховує векселі з простої процентної ставки 31% річних. Та обчислити дисконт, який отримає банк.

Розв'язання

14 вересня підприємець отримає від магазину –
 $0,25 \cdot 300\ 000 \text{ грн.} = 75\ 000 \text{ грн.}$, інші $S_0 = 225\ 000 \text{ грн.}$ – кредит під
 $d = 31\%$ річних нараховуються за простою обліковою ставкою.

За формулою (1.3)

$$S_T = S_0 : \left(1 - \frac{d \cdot T}{T_{year} \cdot 100} \right),$$

$$T = 339 - 257 = 82 \text{ (дня)},$$

$$S_T = \frac{225000}{1 - \frac{31 \cdot 82}{360 \cdot 100}} = 242094,60 \text{ (грн.)},$$

$$D = 242094,60 - 225000 = 17094,57 \text{ (грн.)}.$$

Відповідь

Магазин 14 вересня платить підприємцю 75 000 грн. і виписує вексель на суму 242094,6 грн.

Підприємець за векселем вартістю 242094,6 грн. 14 вересня отримує 225000 грн., тобто за партію підприємць отримує відразу 75000 грн. в магазині і 225000 грн. у банку. Банк отримує 5 грудня дисконт 17094,57 грн.

2 СКЛАДНІ ВІДСОТКИ

Складні відсотки використовується в фінансово-кредитних операціях, де відсотки не виплачуються відразу після їх нарахування за минулий інтервал часу, а приєднуються до суми боргу. Приєднання нарахованих відсотків до суми, яка була базою для їх нарахування, називають капіталізацією відсотків.

2.1 Нарощення по складних відсотках

Приклад 2.1

Банк нараховує на внесок 7000 грн. 9% річних за ставкою складних відсотків. Знайти суму на рахунку через 1 рік, 2 роки, 3 роки, ..., n років.

Розв'язання

Через 1 рік на рахунку буде грошей на 9% більше:

$$7000 \cdot (1 + 0,09) = 7630 \text{ (грн.)};$$

через 2 роки на рахунку буде

$$7630 \cdot (1 + 0,09) = 7000 \cdot (1 + 0,09)^2 = 8316,7 \text{ (грн.)};$$

через 3 роки на рахунку буде

$$8316,7 \cdot (1 + 0,09) = 7000 \cdot (1 + 0,09)^3 = 9065,20 \text{ (грн.)};$$

Звідси формула для нарахування ставки складних відсотків має вигляд:

$$S_T = S_0 \cdot (1 + i)^n, \quad (2.1)$$

де i - складна відсоткова ставка.

2.2 Нарухування складних відсотків при дробовій кількості років

Існує два методи. Математичний – за формулою (2.1) та банківський метод – за наступною формулою

$$S_T = S_0 \cdot (1 + i)^{n_0} (1 + i \cdot l) \quad (2.2)$$

де $n = n_0 + l$;

n_0 – ціла частина n ;

l – дробова частина n .

Приклад 2.2

Банк нараховує на внесок 7000 грн. 9% річних за ставкою складних відсотків. Знайти суму на рахунку через 2,5 року.

Розв'язання

За формулою (2.1)

$$S_T = 7000 \cdot (1 + 0,09)^{2,5} = 8682,89 \text{ (грн.)}.$$

А за формулою (2.2)

$$S_T = 7000 \cdot (1 + 0,09)^2 (1 + 0,09 \cdot 0,5) = 8690,95 \text{ (грн.)}.$$

Приклад 2.3

Внесок в банк 20000 грн. під 12% річних за ставкою складних відсотків.

Знайти суму на рахунку через 3 роки 7 місяців.

Розв'язання

$$S_T = 20000 \cdot (1 + 0,12)^3 \left(1 + 0,12 \cdot \frac{7}{12} \right) = 30065,46 \text{ (грн.)}$$

2.3 Номінальна відсоткова ставка. Нарахування відсотків декілька разів на рік

Приклад 2.4

Внесок в банк 10000 грн. під 20% річних при щоквартальному нарахуванні відсотків. Знайти суму на рахунку через 2 роки.

Розв'язання

Число періодів начислення відсотків у році $m = 4$ (в році 4 квартали). На кожному періоді діє ставка:

$$\frac{j}{m} = \frac{0,2}{4} = 0,05$$

де

$j = 20\%$ – номінальна річна ставка.

Кількість періодів нарахування $m \cdot n = 4 \cdot 2 = 8$ (кількість кварталів).

У загальному вигляді формула наступна

$$S_T = S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} \quad (2.3)$$

$$S_T = 10000 \cdot \left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^{4 \cdot 2} = 14774,55 \text{ (грн.)}$$

Приклад 2.5

Кредит 25000 грн. виданий на 1,5 року під 20% річних при щомісячному нарахування відсотків.

Знайти суму повернення.

Розв'язання

$$S_T = 25000 \cdot \left(1 + \frac{0,2}{12}\right)^{12 \cdot 1,5} = 33663,13 \text{ (грн.)}$$

На практиці термін користування кредитом далеко не завжди представляється цілим числом періодом нарахування відсотків. У цьому випадку використовується формула

$$S_T = S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{n_0} \left(1 + l \cdot \frac{j}{m}\right) \quad (2.4)$$

Приклад 2.6

Кредит у розмірі 50000 грн. виданий під 20% річних, відсотки нараховуються щоквартально. Яку суму повинен заплатити позичальник через 2 роки і 7 місяців?

Розв'язання

$$2 \text{ роки та } 7 \text{ місяців} = 10 \frac{1}{3}$$

$$S_T = 50000 \cdot \left(1 + \frac{0,2}{4}\right)^{10} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{0,2}{4}\right) = 82802,42 \text{ (грн.)}$$

2.5 Неперервне нарахування відсотків

У формулі (2.3):

$$S_T = S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}$$

$m = 2$, нарахування відсотків по півріччях;

$m = 4$, нарахування відсотків по кварталам;

$m = 12$, нарахування відсотків по місяцям.

Всі зазначені вище випадки - дискретне нарахування відсотків.

У світовій практиці зустрічається і неперервне нарахування відсотків ($m \rightarrow \infty$).

У цьому випадку:

$$S_T = \lim_{m \rightarrow \infty} S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} = S_0 \cdot e^{m \cdot j} \quad (2.5)$$

$$e \approx 2,718$$

Приклад 2.7

Кредит 30000 грн. був виданий на 2 роки під 20% річних при безперервному нарахуванні відсотків.

Знайти суму, яку треба повернути.

Розв'язання

$$S_T = 30000 \cdot e^{2 \cdot 0,2} = 44754,74 \text{ (грн.)}$$

2.6 Ефективна річна відсоткова ставка

Ефективна річна відсоткова ставка, i_e – це проста відсоткова ставка, яка нараховується за 1 рік та дає такий же результат, що і ставка складних відсотків j , що нараховується m разів на рік.

З означення випливає:

$$S_0 \cdot (1 + i_e) = S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m-1},$$

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1 \quad (2.6)$$

Ефективна річна відсоткова ставка використовується для виявлення найбільш сприятливих умов для вкладів в банки і отримання кредитів.

Приклад 2.8

Банки пропонують наступні умови для вкладів:

- 1-й банк - 36% річних нараховуються по півріччях ($j=0.36$; $m=2$),
- 2-й банк - 35% річних нараховуються по кварталам ($j=0.35$; $m=4$),
- 3-й банк - 34% річних нараховуються щомісяця ($j=0.34$; $m=12$).

Який банк пропонує найкращі умови для вкладів?

Розв'язання

Розв'язок даного завдання полягає в знаходженні ефективної річної відсоткової ставки (i_e) для кожного банку. Де вона вище, там умови для вкладів краще.

- 1) Для 1го банку: $i_e = \left(1 + \frac{0,36}{2}\right)^2 - 1 = 39,24\%$
- 2) Для 2го банку: $i_e = \left(1 + \frac{0,35}{4}\right)^4 - 1 = 39,87\%$
- 3) Для 3го банку: $i_e = \left(1 + \frac{0,34}{12}\right)^{12} - 1 = 39,83\%$

Найвища ефективна, річна відсоткова ставка 39,87%, у 2-го банку, тобто значить, він пропонує найвигідніші умови для вкладів.

Приклад 2.9

Перший банк дає кредит під 30% річних при щоквартальному нарахуванні відсотків. Другий банк дає кредит під 29% річних при щомісячному нарахуванні відсотків.

В якому банку вигідніше взяти кредит?

Розв'язання

Кредит вигідніше взяти в тому банку, де ефективна річна відсоткова ставка нижче.

1) Для 1го банку: $i_e = 33,55\%$

2) Для 2го банку: $i_e = 33,18\%$

Відповідь

Кредит вигідніше взяти в другому банку.

2.7 Розрахунок терміну кредиту і відсоткових ставок

Розглянемо формули, що використовуються для розв'язання завдань такого типу:

а) для простих відсотків

$$\begin{aligned} S_T &= S_0 \cdot (1 + n \cdot i), \\ n &= \frac{S_T - S_0}{i \cdot S_0}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Формула (2.7) для підрахунку терміну кредиту в роках, якщо потрібно термін обчислити в днях, то

$$\begin{aligned} n &= \frac{T}{T_{year}}, \\ \frac{T}{T_{year}} &= \frac{S_T - S_0}{i \cdot S_0}, \\ T &= T_{year} \frac{S_T - S_0}{i \cdot S_0}; \end{aligned} \quad (2.8)$$

б) для складних відсотків

$$\begin{aligned} S_T &= S_0 \cdot (1 + i)^n, \\ \frac{S_T}{S_0} &= (1 + i)^n, \end{aligned}$$

$$n \lg(1+i) = \lg \frac{S_T}{S_0},$$

$$n = \frac{\lg \frac{S_T}{S_0}}{\lg(1+i)}; \quad (2.9)$$

в) для складних відсотків при нарахуванні відсотків m разів на рік

$$S_T = S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n},$$

$$n = \frac{\lg \frac{S_T}{S_0}}{m \lg\left(1 + \frac{j}{m}\right)}. \quad (2.10)$$

Приклад 2.10

За який термін початковий капітал в 50000 грн. збільшиться до 70000 грн., якщо на нього нараховується 25% річних:

- а) нарахування відсотків за простою ставкою;
- б) нарахування відсотків за ставкою складних відсотків;
- в) нарахування відсотків щомісяця ($m = 12$).

Розв'язання

а) для простих відсотків $n = \frac{70000 - 50000}{0,25 \cdot 50000} = 1,6$ (років);

б) для складних відсотків $n = \frac{\lg \frac{70000}{50000}}{\lg(1 + 0,25)} = 1,508$ (років);

в) для складних відсотків при нарахуванні відсотків m разів на рік

$$n = \frac{\lg \frac{70000}{25000}}{12 \cdot \lg\left(1 + \frac{0,25}{12}\right)} = 1,36 \text{ (років)}.$$

а) для простих відсотків

$$\begin{aligned} S_T &= S_0 \cdot (1 + n \cdot i), \\ i &= \frac{S_T - S_0}{n \cdot S_0}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ця формула використовується для підрахунку терміну кредиту в роках, якщо потрібно термін обчислити в днях, то

$$\begin{aligned} n &= \frac{T}{T_{year}}, \\ \frac{T}{T_{year}} &= \frac{S_T - S_0}{i \cdot S_0}, \\ i &= T_{year} \frac{S_T - S_0}{T \cdot S_0}; \end{aligned} \quad (2.12)$$

б) для складних відсотків

$$\begin{aligned} S_T &= S_0 \cdot (1 + i)^n; \\ i &= \sqrt[n]{\frac{S_T}{S_0}} - 1; \end{aligned} \quad (2.13)$$

в) для складних відсотків при нарахуванні відсотків m разів на рік

$$\begin{aligned} S_T &= S_0 \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}, \\ j &= m \left(\sqrt[m \cdot n]{\frac{S_T}{S_0}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Приклад 2.11

Яка повинна бути процентна ставка, щоб початковий капітал 40000 грн. досяг 55000 грн. за 2 роки? Розв'язати це завдання для випадків:

- а) відсотки прості;
- б) відсотки складні;
- в) щомісячне нарахування відсотків.

Розв'язання

а) для простих відсотків $i = \frac{55000 - 40000}{2 \cdot 40000} = 18,75\%$;

б) для складних відсотків

$$n = \frac{\lg \frac{55000}{40000}}{\lg(1 + 0,25)} = 1,508 \text{ (років);}$$

$$i = \sqrt[2]{\frac{55000}{40000}} - 1 = 17,2\%;$$

в) для складних відсотків при нарахуванні відсотків m разів на рік

$$j = 12 \left(\sqrt[12 \cdot 2]{\frac{55000}{40000}} - 1 \right) = 16,03\% \text{ (років).}$$

2.5 Поняття інфляції

Інфляція – це процес знецінення національної валюти, тобто зниження її купівельної спроможності і загального підвищення цін в країні.

Інфляція по-різному впливає на учасників кредитної угоди. Кредитор може втратити частину свого доходу через знецінення грошових коштів. Позичальник навпаки виграє, тому що може погасити заборгованість коштами зниженою купівельною спроможністю.

Розглянемо процес впливу інфляції на результат фінансових операцій. Один з параметрів, що характеризують інфляцію, - це рівень

інфляції за рік α . Він показує на скільки відсотків за рік через інфляцію виростуть ціни.

Якщо L – первісна ціна товару, то після 1 року ціна буде дорівнювати $L \cdot (1 + \alpha)$;

після 2 року ціна буде дорівнювати $L \cdot (1 + \alpha)^2$;

...;

після L років ціна буде дорівнювати $L \cdot (1 + \alpha)^n$.

$$I_\alpha = (1 + \alpha)^n, \quad (2.15)$$

де I_α – індекс інфляції. Він показує, у скільки разів зросли ціни на товари завдяки інфляції за аналізований період.

Відзначимо, що індекс інфляції розраховується за формулами, схожим на формули складних відсотків. Якщо розглянутий період не є цілим числом, тобто $n = n_0 + l$; n_0 – ціла частина n років; l – дробова частина n .

$$I_\alpha = (1 + \alpha)^{n_0} (1 + l\alpha).$$

Приклад 2.12

Рівень інфляції 23%. Знайти індекс інфляції за 7 місяців.

Розв'язання

$$I_\alpha = (1 + 0,23)^0 \left(1 + \frac{7}{12} \cdot 0,23\right) = 1,1341,$$

що означає, що в середньому ціни за 7 місяців виростуть на 11,341%.

2.6 Проста відсоткова ставка з урахуванням інфляції

Як було сказано раніше при використанні простих відсотків використовується формула для обчислення нарощеної суми без урахуванням інфляції: $S_T = S_0 \cdot (1 + n \cdot i)$.

Врахувати інфляцію можна двома способами та нарощена сума з урахуванням інфляції (рівень α) дорівнює:

$$S_{\alpha} = S_0(1 + n \cdot i_{\alpha}) \text{ або } S_{\alpha} = S_0 I_{\alpha} \cdot (1 + n \cdot i), \quad (2.16)$$

де i_{α} - проста відсоткова ставка з урахуванням інфляції.

Тоді

$$S_0(1 + n \cdot i_{\alpha}) = S_0 I_{\alpha} \cdot (1 + n \cdot i),$$

$$i_{\alpha} = \frac{(1 + i \cdot n) \cdot I_{\alpha} - 1}{n}. \quad (2.17)$$

А проста відсоткова ставка без урахування інфляції (реальна прибутковість) i може бути обчислена за формулою

$$i = \frac{i_{\alpha} \cdot n + 1 - I_{\alpha}}{n \cdot I_{\alpha}}. \quad (2.18)$$

Приклад 2.13

Кредит 50000 грн. виданий на 6 місяців. Яка повинна бути проста процентна ставка, якщо кредитор бажає отримати 10% реальної доходності, що нараховуються за простою відсоткової ставки при рівні інфляції 20% на рік? Обчислити нарощену суму.

Розв'язання

$$I_{\alpha} = (1 + 0,2)^0 (1 + 0,5 \cdot 0,2) = 1,1$$

$$i_{\alpha} = \frac{(1 + 0,1 \cdot 0,5) \cdot 1,1 - 1}{0,5} = 0,31$$

$$S_{\alpha} = 50000(1 + 0,5 \cdot 0,31) = 57750 \text{ (грн.)}$$

$$\text{або } S_{\alpha} = 50000 \cdot 1,1 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,1) = 57750 \text{ (грн.)}$$

Приклад 2.14

Кредит виданий на 2 роки під 30% річних, що нараховуються за простою процентною ставкою. Оцінити реальну прибутковість даної фінансової операції з точки зору кредитора. Рівень інфляції дорівнює 25% на рік.

Розв'язання

$$I_{\alpha} = (1 + 0,25)^2(1 + 0,25 \cdot 0) = 1,56$$

$$i = \frac{0,3 \cdot 2 + 1 - 1,56}{2 \cdot 1,56} = 0,013 = 1,3\%$$

2.7 Проста облікова ставка з урахуванням інфляції

Формула при наявності простої облікової ставки, як це було вказано раніше, наступна: $S_0 = S_T \cdot (1 - n \cdot d)$.

Врахувати інфляцію можна двома способами:

$$S_{\alpha} = \frac{S_0}{1 - n \cdot d_{\alpha}} \quad \text{або} \quad S_{\alpha} = \frac{S_0 I_{\alpha}}{1 - n \cdot d}, \quad (2.19)$$

де d_{α} - проста облікова ставка з урахуванням інфляції.

$$\frac{S_0}{1 - n \cdot d_{\alpha}} = \frac{S_0 I_{\alpha}}{1 - n \cdot d},$$

$$d_{\alpha} = \frac{n \cdot d + I_{\alpha} - 1}{I_{\alpha} \cdot n}, \quad (2.20)$$

$$d = \frac{n \cdot d_{\alpha} I_{\alpha} - I_{\alpha} + 1}{n}. \quad (2.21)$$

Приклад 2.15

Під яку просту облікову ставку потрібно видати кредит на 6 місяців, щоб реальна прибутковість операції склала 10% при рівні інфляції 20% на рік?

$$I_{\alpha} = 1 + 0,5 \cdot 0,2 = 1,1,$$

$$d_{\alpha} = \frac{0,5 \cdot 0,1 + 1,1 - 1}{1,1 \cdot 0,5} = 0,2727 = 27,27\%.$$

Приклад 2.16

Позика дана по обліковій ставці 30% річних на 6 місяців. Яка реальна прибутковість операції з точки зору кредитора при рівні інфляції 25%?

$$I_{\alpha} = 1 + 0,5 \cdot 0,25 = 1,125 ;$$

$$d = \frac{0,5 \cdot 0,3 \cdot 1,125 - 1,125 + 1}{0,5} = 0,0875 = 8,75\%.$$

2.8 Складна відсоткова ставка з урахуванням інфляції

$$S_{\alpha} = S_0 \cdot \left(1 + \frac{j_{\alpha}}{m}\right)^{m \cdot n} \quad \text{або} \quad S_{\alpha} = S_0 \cdot I_{\alpha} \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}, \quad (2.22)$$

$$S_0 \cdot \left(1 + \frac{j_{\alpha}}{m}\right)^{m \cdot n} = S_0 \cdot I_{\alpha} \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n},$$

$$j_{\alpha} = m \cdot n \sqrt[m \cdot n]{I_{\alpha}} \cdot (m + j) - m, \quad (2.23)$$

$$j = \frac{m + j_{\alpha}}{m \cdot n \sqrt[m \cdot n]{I_{\alpha}}} - m. \quad (2.24)$$

Приклад 2.17

Кредит у розмірі 40000 грн. виданий на два роки. Реальна дохідність повинна скласти 10% річних, що нараховуються щоквартально. Очікуваний рівень інфляції 20% на рік.

Визначити складну ставку відсотків кредиту, що компенсує інфляційні втрати, і обчислити нарощену суму.

Розв'язання

$$I_{\alpha} = (1 + 0,2)^2 (1 + 0,2 \cdot 0) = 1,44,$$

$$j_{\alpha} = \sqrt[4]{1,44} \cdot (4 + 0,1) - 4 = 0,2912 = 29,12\%,$$

$$S_{\alpha} = 40000 \cdot \left(1 + \frac{0,2912}{4}\right)^{4 \cdot 2} = 70179,47 \text{ (грн.)}.$$

Приклад 2.18

Визначте реальну прибутковість фінансової операції, якщо при рівні інфляції 20% на рік кредит видається на 2 роки за номінальною

ставкою складних відсотків в розмірі 30% річних при шоквартальному нарахуванні відсотків.

Розв'язання

$$I_{\alpha} = (1 + 0,2)^2(1 + 0,2 \cdot 0) = 1,44 ,$$

$$j = \frac{4 + 0,3}{\sqrt[4]{1,44}} - 4 = 0,1084 = 10,85\% .$$

Відповідь

Кредит на даних умовах дає 10,84% доходу за ставкою складних відсотків, що нараховуються шоквартально.

Приклад 2.19

Визначити, яку реальну прибутковість має фінансова операція, якщо при рівні інфляції 20% на рік гроші вкладаються на 2 роки під 15% річних при щомісячному нарахуванні відсотків.

Розв'язання

$$I_{\alpha} = (1 + 0,2)^2(1 + 0,2 \cdot 0) = 1,44 ,$$

$$j = \frac{12 + 0,15}{\sqrt[4]{1,44}} - 12 = -0,0332 = -3,32\% .$$

знак "-" означає збитковість операції.

Відповідь

Реальна збитковість 3,32% річних при щомісячному нарахуванні відсотків

3 ПОТОКИ ПЛАТЕЖІВ

Потоком платежів називають ланцюг послідовних виплат і надходжень. Як правило, у кредитній угоді передбачається не одноразова погашення всієї суми боргу, а певна кількість виплат, розподілених у часі.

Потік платежів, всі члени якого позитивні величини, а часові інтервали постійні, називають *фінансовою рентою* або *аннуїтетом*.

Фінансова рента має наступними параметрами:

R/p – член ренти – величина кожного окремого платежу;

$1 \text{ рік}/p$ – період ренти – часовий інтервал між двома сусідніми платежами; моменти платежу всередині періоду ренти;

n – строк ренти – час від початку фінансової ренти до кінця її останнього періоду;

i – процентна (відсоткова) ставка – ставка, яка використовується при нарощенні або дисконтуванні платежів;

p – кількість платежів на рік;

m – кількість нарахувань відсотків на рік;

S_T – нарощена сума.

3.1 Формули нарощеної суми

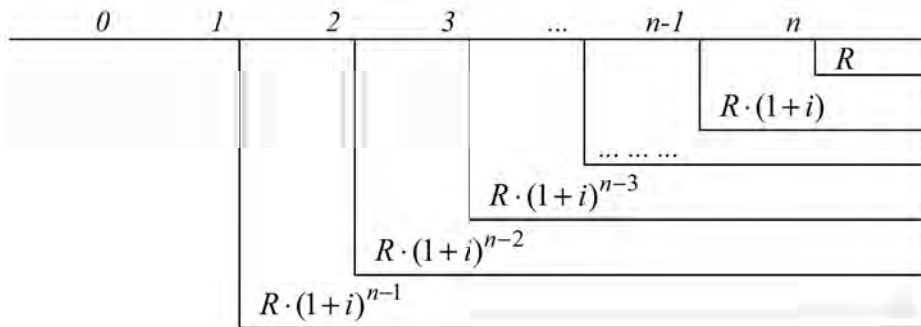
Розглянемо приклад фінансової ренти, коли платежі були внесено в кінці періоду нарахування відсотків, який має назву *постнумерандо* або *звичайна рента* (*Ordinary Annuity*).

Клієнт в кінці кожного року вносить в банк вклад R умовних одиниць. Знайдемо суму на рахунку через n років, якщо банк нараховує складні відсотки за ставкою i .

$$\begin{aligned} S_T &= R \cdot (1+i)^0 + R \cdot (1+i)^1 + R \cdot (1+i)^2 + \dots + R \cdot (1+i)^{n-1} = \\ &= R \cdot \left((1+i)^0 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} \right). \end{aligned}$$

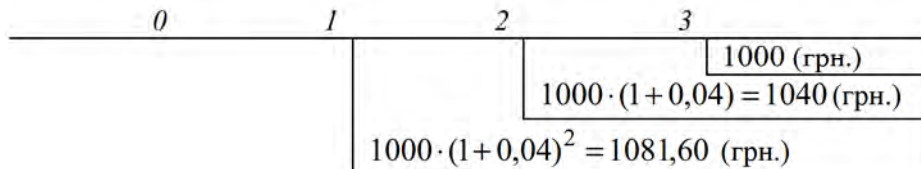
У великих дужках сума членів геометричної прогресії, використовуючи формулу для її обчислення, отримуємо

$$S_T = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (3.1)$$

**Приклад 3.1**

Клієнт може вносити в банк в кінці кожного року: 1000 грн. Яка сума буде їм накопичена на рахунку через 3 роки, якщо банк платить 4% по депозиту?

Розв'язання



Перший внесок: 1000 грн. пробуде на рахунку 2 роки і перетвориться в суму

$$1000 \cdot (1 + 0,04)^2 = 1081,60 \text{ (грн.)}$$

Другий внесок 1000 грн. пробуде на рахунку 1 рік і перетвориться в суму:

$$1000 \cdot (1 + 0,04) = 1040 \text{ (грн.)}$$

На третій внесок відсотки не нараховуються.

Разом на рахунку у клієнта буде сума:

$$1000 \cdot (1 + 0,04)^0 + 1000 \cdot (1 + 0,04)^1 + 1000 \cdot (1 + 0,04)^2 = 3121,60 \text{ (грн.)}$$

або

$$S_T = 1000 \cdot \frac{(1 + 0,04)^3 - 1}{0,04} = 3121,6 \text{ (грн.)}$$

Пренумерандо (Annuity Due) – це вид ренти, коли клієнт робить внески на початку кожного періоду ренти.

$$S_T = R \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \cdot (1 + i) \quad (3.1)$$

Якщо в прикладі 3.1 клієнт робить внески по 1000 грн. на початку кожного року, то

$$1000 \cdot (1 + 0,04)^1 + 1000 \cdot (1 + 0,04)^2 + 1000 \cdot (1 + 0,04)^3 = 3246,46 \text{ (грн)}$$

або

$$S_T = 1000 \cdot \frac{(1 + 0,04)^3 - 1}{0,04} \cdot (1 + 0,04) = 3246,46 \text{ (грн.)}$$

Якщо нарахування відсотків здійснюється m раз на рік, а платежі p раз на рік постнумерандо, то формула (3.1) набуває вигляду:

$$S_T = \frac{R}{p} \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1} \quad (3.3)$$

$$\frac{R}{p} = S_T \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}. \quad (3.4)$$

Якщо за схемою пренумерандо

$$S_T = \frac{R}{p} \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}. \quad (3.5)$$

$$\frac{R}{p} = S_T \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}{\left(\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \cdot n} - 1\right) \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}. \quad (3.6)$$

Приклад 3.2

Раз на квартал робиться внесок в банк за схемою пренумерандо в розмірі 700 USD. Яка сума буде на рахунку через 6 роки, якщо ставка складних відсотків 9% річних при щомісячному нарахуванні відсотків.
Розв'язання

$$S_T = 700 \cdot \left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{\frac{12}{4}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{12 \cdot 6} - 1}{\left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{\frac{12}{4}} - 1} = 22002,87 \text{ (USD)}.$$

Відповідь

Сума на рахунку через 6 років складатиме 22002,87 USD. Всього ж буде заплачено за 6 років сума: $700 \cdot 4 \cdot 6 = 16800$ (USD).

Приклад 3.3

Провести розрахунки приклада 3.2 за схемою постнумерандо.

Розв'язання

$$S_T = 700 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{12 \cdot 6} - 1}{\left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^4 - 1} = 22501,66 \text{ (USD)}.$$

При розв'язанні завдань, пов'язаних з регулярними виплатами: формування інвестиційного, пенсійного, страхового, резервного, накопичувального фондів і т.п., коли $m = p$, тобто кількість періодів нарахування відсотків і число платежів на рік однаково, тоді в формулах (3.3) - (3.6) замість p ставлять m і вони спрощуються.

Приклад 3.4

Керівництво фірми вважає, що через 10 років використовуване обладнання морально застаріє і його потрібно буде оновити. Для цієї мети фірмі потрібно накопичити 400000 грн. Якими мають бути щомісячні платежі, якщо процентна ставка 5% річних при щомісячному нарахуванні відсотків?

Розв'язання

$$\frac{R}{p} = 400000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12} - 1}{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \cdot 10} - 1} = 2575,95 \text{ (грн.)}$$

3.2 Сума, яку потрібно внести на початку для отримання заздалегідь відомих гарантованих регулярних виплат

Визначимо, яку суму S_0 потрібно внести в банк, який виплачує $i\%$ річних, щоб мати можливість протягом наступних n років щорічно отримувати по R грн. Вважаємо, що після останньої виплати на рахунку нічого не залишиться.

Щоб через 1 рік отримати R грн., треба на початку вкласти $R \cdot (1+i)^{-1}$ грн. Щоб через 2 роки отримати ще R грн., треба на початку вкласти $R \cdot (1+i)^{-2}$ грн. і т.п.

0	1	2	3	...	$n-1$	n
$R \cdot (1+i)^{-1}$					
	$R \cdot (1+i)^{-2}$					
		$R \cdot (1+i)^{-3}$				
					
					$R \cdot (1+i)^{-n+1}$	
						$R \cdot (1+i)^{-n}$

Тобто, спочатку потрібно внести в банк наступну суму

$$S_0 = R \cdot (1+i)^{-1} + R \cdot (1+i)^{-2} + \dots + R \cdot (1+i)^{-n}.$$

Використовуючи формулу для геометричної прогресії, одержуємо

$$S_0 = R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \quad (3.7)$$

$$R = \frac{S_0 \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}}. \quad (3.8)$$

Приклад 3.5

Яку суму потрібно внести в банк, який виплачує 5% річних, щоб мати можливість протягом наступних 4 років щорічно отримувати по 1000 грн. (Передбачається, що після останньої виплати на рахунку нічого не залишиться).

Розв'язання

Щоб через 1 рік отримати 1000 грн., треба на початку вкласти $1000 \cdot (1 + 0,05)^{-1}$ грн.

Щоб через 2 роки отримати 1000 грн., треба на початку вкласти $1000 \cdot (1 + 0,05)^{-2}$ грн.

Щоб через 3 роки отримати 1000 грн., треба на початку вкласти $1000 \cdot (1 + 0,05)^{-3}$ грн.

Щоб через 4 роки отримати 1000 грн., треба на початку вкласти $1000 \cdot (1 + 0,05)^{-4}$ грн.

0	1	2	3	4
$1000 \cdot (1 + 0,05)^{-1}$				
	$1000 \cdot (1 + 0,05)^{-2}$			
		$1000 \cdot (1 + 0,05)^{-3}$		
			$1000 \cdot (1 + 0,05)^{-4}$	

Таким чином, щоб протягом 4 років отримувати по 1000 грн., треба на початку вкласти таку суму:

$$S_0 = 1000 \cdot \frac{1 - (1 + 0,05)^{-4}}{0,05} = 3545,95 \text{ (грн.)}$$

Якщо платежі роблять p разів на рік, а нарахування відсотків i створюють m раз на рік, то формула має вигляд:

$$S_0 = \frac{R}{p} \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-m \cdot n}}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}. \quad (3.9)$$

Разовий платіж, який здійснюється p разів на рік

$$\frac{R}{p} = S_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-m \cdot n}} \quad (3.10)$$

Приклад 3.6

Взято кредит 400000 грн. для придбання житла. Термін погашення кредиту - 5 років. Відсоткова ставка - 25% річних при щомісячному нарахуванні відсотків.

Якими мають бути щомісячні платежі, якщо за умовою кредитної угоди вони повинні бути однаковими? Яка сума буде сплачена за 5 років?

Розв'язання

$$\frac{R}{p} = 400000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,25}{12}\right)^{\frac{12}{p}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{0,25}{12}\right)^{-12 \cdot 5}} = 11740,53 \text{ (грн.)}$$

$$S_T = 11740,53 \cdot 5 \cdot 12 = 704431,8 \text{ (грн.)}$$

3.3 План погашення кредиту

Одним з пунктів угоди про позику, як правило, є план погашення кредиту. Розглянемо план погашення кредиту на прикладі.

Приклад 3.7

Кредит 100000 грн. узятий на 4 роки під 20% річних, що нараховуються на непогашений залишок за схемою складних відсотків. Повертати треба рівними сумами в кінці кожного року. Скласти план погашення кредиту.

Розв'язання

За формулою (3.8) обчислюємо обов'язковий річний платіж погашення

$$R = \frac{100000 \cdot 0,2}{1 - (1 + 0,2)^{-4}} = 38628,91 \text{ (грн.)}$$

Результати розрахунків будемо заносити до таблиці 3.1.

Заповнюємо стовпець 4. У кожному рядку цього стовпця, крім останнього, записуємо 38628,91, тобто кожен рік за кредит доведеться платити по 38628,91 грн. В останньому рядку 4-го стовпця записуємо суму за 4 роки - 154515,6 грн.

Таблиця 3.1

План погашення кредиту

<i>N</i> ро ку	Сума боргу на початок пері- оду, $S_{02N} =$ $= S_{20N-1} - S_{5N-1}$	Сума відсот- кових гро- шей за пері- од, $S_{3N} =$ $= S_{02N} \cdot i$	Обов'язковий річний платіж погашення, R_N	Сума по- гашеного боргу, $S_{5N} =$ $= R_N - S_{3N}$
1	2	3	4	5
1.	100000	20000	38628,91	18628,91
2.	81371,09	16274,22	38628,91	22354,69
3.	59016,39	11803,28	38628,91	26825,63
4.	32190,76	6438,152	38628,91	32190,76
	Разом	54515,65	154515,6	100000

Заповнимо перший рядок: у стовпці 2 записуємо суму боргу – 100000 грн.; у стовпці 3 записуємо суму відсоткових грошей

$S_{31} = S_{021} \cdot i = 100000 \cdot 0,2 = 20000$ (грн.); у стовпці 5 записуємо суму боргу, що погашається за 1-й рік
 $S_{51} = R_1 - S_{31} = 38628,91 - 20000 = 18628,91$ (грн.)

Заповнимо другий рядок у стовпці 2 якого записуємо суму боргу на другий рік, яка є різницею між значенням у стовпці 2 та у стовпці 3 попереднього рядка –

$$S_{022} = S_{021} - S_{051} = 100000 - 18628,91 = 81371,09 \text{ (грн.)}$$

Усі інші клітини заповнюються аналогічно попереднім.

Причому сума всіх значень: в стовпці 5 (сума погашеного боргу) повинна дорівнювати сумі кредиту; в стовпці 3 - сума всіх виплачених процентних грошей; в стовпці 4 (всі заплачені за кредит гроші) дорівнює сумі підсумкових значень в стовпці 3 і стовпці 5.

Розглянемо той же самий приклад для випадку, коли відсотки нараховуються кілька разів на рік.

Приклад 3.8

Кредит 100000 грн., узятий на 4 роки під 20% річних, що нараховуються на непогашений залишок щомісяця. Повертати треба рівними сумами в кінці кожного року. Скласти план погашення кредиту.

Розв'язання

За формулою (3.10) обчислюємо обов'язковий річний платіж погашення

$$\frac{R}{1} = 100000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,2}{12}\right)^{12} - 1}{1 - \left(1 + \frac{0,2}{12}\right)^{-12 \cdot 4}} = 40056,9 \text{ (грн.)}$$

Аналогічно попередньому прикладу заповнюємо таблицю 3.2.

У стовпці 3 сума відсоткових грошей за один рік, коли начислення відсотків виконується кожного місяця, обчислюється за наступною формулою

$$S_{3N} = S_{02N} \cdot \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - S_{02N} \cdot$$

Разом сплачено за кредит 160227,60 грн. з них 100000,00 грн. – основний борг та 60227,60 грн. – відсоткові гроші.

Таблиця 3.2

План погашення кредиту

<i>N</i> ро ку	Сума боргу на початок періоду, $S_{02N} =$ $= S_{20N-1} - S_{5N-1}$	Сума відсоткових грошей за період, $S_{3N} =$ $S_{02N} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - S_{02N}$	Обов'яз- ковий річний платіж пога- шен-ня, R_N	Сума по- гашеного боргу, $S_{5N} =$ $= R_N - S_{3N}$
1	2	3	4	5
1.	100000	21939,11	40056,9	18117,79
2.	81882,21	17964,23	40056,9	22092,67
3.	59789,53	13117,29	40056,9	26939,61
4.	32849,92	7206,98	40056,9	32849,92
Разом		60227,61	160227,6	100000

Приклад 3.9

Кредит 44000 грн., узятий на 2 роки під 35% річних, що нараховуються на непогашений залишок щомісяця. Повертати треба рівними сумами в кінці кожного місяця. Скласти план погашення кредиту.

Розв'язання

За формулою (3.10) обчислюємо обов'язковий щомісячний платіж погашення

$$\frac{R}{12} = 44000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,35}{12}\right)^{12} - 1}{1 - \left(1 + \frac{0,35}{12}\right)^{-12 \cdot 2}} = 2574,82 \text{ (грн.)}$$

Аналогічно попередньому прикладу заповнюємо таблицю 3.3.
Разом сплачено за кредит 61795,65 грн. з них 44000 грн. – основний борг та 17795,65 грн. – відсоткові гроші.

Таблиця 3.3

План погашення кредиту

<i>N</i> місяця	Сума боргу на початок періоду, $S_{02N} = S_{20N-1} - S_{5N-1}$	Сума відсоткових грошей за період, $S_{3N} = S_{02N} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - S_{02N}$	Обов'язковий місячний платіж погашення, R_N	Сума погашеного боргу, $S_{5N} = R_N - S_{3N}$
1	2	3	4	5
1.	44000,00	1283,33	2574,82	1291,49
2.	42708,51	1245,66	2574,82	1329,16
3.	41379,36	1206,90	2574,82	1367,92
4.	40011,44	1167,00	2574,82	1407,82
5.	38603,62	1125,94	2574,82	1448,88
6.	37154,74	1083,68	2574,82	1491,14
7.	35663,60	1040,19	2574,82	1534,63
8.	34128,96	995,43	2574,82	1579,39
9.	32549,57	949,36	2574,82	1625,46
10	30924,11	901,95	2574,82	1672,87
11	29251,25	853,16	2574,82	1721,66
12	27529,59	802,95	2574,82	1771,87
13	25757,71	751,27	2574,82	1823,55
14	23934,16	698,08	2574,82	1876,74
15	22057,42	643,34	2574,82	1931,48

16	20125,94	587,01	2574,82	1987,81
17	18138,13	529,03	2574,82	2045,79
18	16092,34	469,36	2574,82	2105,46
19	13986,88	407,95	2574,82	2166,87
20	11820,01	344,75	2574,82	2230,07
21	9589,94	279,71	2574,82	2295,11
22	7294,83	212,77	2574,82	2362,05
23	4932,77	143,87	2574,82	2430,95
24	2501,82	72,97	2574,79	2501,82
	Разом	17795,65	61795,65	44000

4 РИЗИК ТА ПЛАНУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПРОЕКТІВ

Інвестиція, капітальні вкладення (від лат. *invest* – вкладення коштів) – господарська операція, яка передбачає придбання основних фондів, нематеріальних активів, корпоративних прав та цінних паперів в обмін на кошти або майно.

Під інвестуванням розуміють довгострокові вкладення економічних ресурсів з метою створення об'єктів, що приносять вигоду в майбутньому. Головна мета – це перетворення власних і позикових коштів інвесторів в активи, які при їх використанні створюють нову ліквідність.

Інвестори – це суб'єкти інвестиційної діяльності, які приймають рішення про вкладання власних, позичкових і залучених майнових та інтелектуальних цінностей в об'єкти інвестування. Інвестори можуть виступати в ролі вкладників, кредиторів, покупців, а також виконувати функції будь-якого учасника інвестиційної діяльності.

Інвестиційний проект – це сукупність поєднаних в одне ціле намірів і практичних дій з метою здійснення інвестиційних вкладень, з метою забезпечення визначених конкретних фінансових, економічних, виробничих і соціальних заходів з метою отримання прибутку.

Інвестиційний проект оцінюється з погляду його технічного виконання, екологічної безпеки й економічної ефективності.

Оцінюючи ефективність інвестиційного проекту, варто враховувати й ступінь ризику. При реалізації інвестиційних проектів розглядаються ризики двох видів: підприємницький і фінансовий.

Під підприємницьким ризиком розуміється ризик, пов'язаний з діяльністю компанії. Він обумовлений характером бізнесу. Фінансовий ризик залежить від змін ринкової ставки доходу на вкладений капітал.

При інвестиційної діяльності вибирають напрямок та об'єкти інвестиційних вкладень; проводять розрахунок грошових потоків, здатних забезпечити реалізацію інвестиційних проектів; оцінюють очікувані грошові потоки в результаті реалізації інвестиційного проекту; вибирають оптимальний проект, керуючись існуючими критеріями оцінки інвестиційних проектів; проводять періодичну переоцінку інвестиційних проектів після їхнього прийняття.

Економічний аналіз інвестиційних рішень повинен бути заснований на дослідженні доходів і витрат у формі грошових потоків. Грошові потоки, що виникають при реалізації зробленої продукції, забезпечують окупність інвестиційного проєкту. Тому саме вони, а не прибуток є головними при прийнятті рішень.

Ризик – це ймовірність несприятливого результату фінансової операції [1]. Кожен інвестиційний проєкт має різний ступінь ризику.

Витрати на виробництво продукції можна розділити на змінні й постійні.

До змінних витрат відносяться такі, які змінюються (збільшуються або зменшуються) залежно від збільшення чи зменшення обсягу продукції.

Витрати на закупівлю сировини й матеріалів, споживання енергії, транспортні витрати, витрати на заробітну плату (при наявності відрядної системи оплати праці) та ін. При теоретичних розрахунках передбачається, що змінні витрати пропорційні обсягу виробленої продукції.

До постійних витрат відносяться витрати, які можна прийняти як незалежні від обсягу виробленої продукції (амортизаційні відрахування, виплата відсотків за кредит, орендна плата, утримання управлінського персоналу й інші адміністративні витрати).

Необхідно зазначити, що розподіл витрат на змінні і постійні є досить умовним. Разом з тим ця відмінність між витратами виступає базою для проведення аналізу точки беззбиткового ведення господарства.

Концепція беззбитковості виражається в наступному: визначається, скільки одиниць продукції або послуг необхідно продати з метою відшкодування зроблених при цьому постійних витрат. Природно, що ціни на продукцію встановлюються таким чином, щоб відшкодувати всі змінні витрати й одержати надбавку, достатню для відшкодування постійних витрат і одержання прибутку.

При цій концепції можна виявити, що будь-яка зміна виручки від реалізації продукції й послуг викликає ще більшу зміну прибутку. Це явище одержало назву ефекту виробничого левериджу, або операційного важеля. Операційний леверидж – показник, що дозволяє визначити залежність між темпом приросту (зниження) прибутку від темпу приросту (зниження) виручки від реалізації продукції.

Для виконання практичних розрахунків щодо виявлення залежності зміни прибутку від зміни реалізації пропонується формула:

$$F = \frac{P \cdot N - Z_{zm}}{G_p} = \frac{Z_{const} + G_p}{G_p}, \quad (4.1)$$

де F – сила впливу виробничого важеля;

P – ціна одиниці продукції;

N – кількість одиниць реалізованої продукції;

$P \cdot N$ – обсяг реалізації в грошовому вираженні;

Z_{zm} – загальна величина змінних витрат;

Z_{const} – загальна величина постійних витрат;

G_p – валовий прибуток.

«Точка беззбитковості» («поріг рентабельності», «точка самоооплатності») – це точка, якій відповідає така виручка від реалізації продукції, коли виробник уже не має збитків, але не має й прибутків, тобто результат від реалізації після відшкодування змінних витрат достатній для покриття постійних витрат, а прибуток дорівнює нулю. В точці беззбитковості різниця між виручкою від реалізації продукції й сумою змінних і постійних витрат дорівнює нулю, тобто

$$P \cdot N - (Z_{const} + V \cdot N) = 0, \quad (4.2)$$

де V – змінні витрати на одиницю продукції;

N – кількість одиниць випущеної продукції;

Перетворивши формулу (4.2) одержуємо, що для досягнення точки беззбитковості необхідний випуск наступної кількості виробів

$$N = \frac{Z_{const}}{P - V}. \quad (4.3)$$

Використовуючи операційний важіль маємо можливість з метою максимізації прибутку оцінити вплив трьох факторів: постійних витрат, змінних витрат і цін. Можна змінити величину постійних і змін-

них витрат, керуючись внутрішньо фірмовими можливостями, а ціни на продукцію в більшій мірі залежать від зовнішньої конкуренції. Тому, бажаючи підвищити конкурентоспроможність своєї продукції шляхом зниження ціни, виробник повинен для досягнення точки беззбитковості підвищити обсяг продукції, що випускається.

Основні співвідношення постійних і змінних витрат також можуть бути використані для визначення впливу частки боргових зобов'язань у структурі капіталу фірми на величину прибутку.

Властивість фінансового важеля полягає в тому, що виникає можливість використати капітал, узятий у борг під фіксований відсоток, для інвестицій, що приносять прибуток більш високий, ніж сплачений відсоток.

Ідею фінансового важеля формально можна виразити рядом формул. Визначимо ставку прибутковості власного капіталу R :

$$R = \frac{P_R}{E}, \quad (4.4)$$

де P_R – прибуток після сплати податків;

E – власний капітал.

Чистий прибуток P_R виразимо через його складові:

$$P_R = (E + D) \cdot r - D \cdot i, \quad (4.5)$$

де D – довгострокова заборгованість;

i – відсотки за довгостроковою заборгованістю;

r – ставка прибутковості інвестованого капіталу (власний капітал + довгострокова заборгованість);

$(E + D) \cdot r$ – прибуток на загальну суму інвестованого капіталу;

$D \cdot i$ – процентні платежі за непогашеною частиною довгострокової позики з урахуванням податку.

Формулу (4.16) перетворимо, підставивши в неї (4.5)

$$R = \frac{(E + D) \cdot r - D \cdot i}{E} = r + \frac{D}{E} (r - i). \quad (4.6)$$

Вираз (4.6) показує ефект важеля, що представлений позитивною величиною – другим доданком, тобто відношенням позикового капіталу й власного капіталу, помноженим на різницю між прибутком від чистих активів і вартістю сплачених відсотків за кредитами з урахуванням податку. Тобто, завдяки притягнутим коштам D прибутковість власного капіталу прискорено зростає за умови, що $r > i$.

Коли частка боргу в структурі капіталу збільшується, ставка прибутковості власного капіталу зростає, тому що в кожному випадку прибутковість інвестицій перевищує вартість сплачених кредиторам відсотків.

За визначенням ризик інвестиційного проекту виражається у відхиленні потоку коштів для даного проекту від очікуваного. Чим відхилення більше, тим проект вважається більш ризикованим. При розгляді кожного проекту можна оцінити потоки коштів, керуючись експертними оцінками ймовірності надходження цих потоків або величиною відхилень членів потоку від очікуваних величин.

Існує декілька методів, за допомогою яких можна оцінити ризик того чи іншого проекту.

Суть імітаційної моделі оцінки ризику полягає у побудові трьох можливих варіантів розвитку на основі експертної оцінки за кожним проектом: найгірший; найбільш реальний; оптимістичний. Для кожного варіанта розраховується відповідний показник N_{pv} : N_{pv_best} – для найгіршого варіанта; N_{pv_real} – для найбільш реального; N_{pv_best} – для оптимістичного, а також розмах варіації $R_{N_{pv}}$ – найбільша зміна N_{pv}

$$R_{N_{pv}} = N_{pv_best} - N_{pv_best} \quad (4.7)$$

та середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (N_{pv_j} - \bar{N}_{pv})^2 \cdot p_j} \quad (4.8)$$

де N_{pv_j} – приведена чиста вартість кожного з розглянутих варіантів;

$\bar{N}_{pv} = \sum_{j=1}^3 N_{pv_j} \cdot p_j$ – середнє значення, зважене за відповідними ймовірностями p_j .

Із двох порівнюваних проєктів вважається більш ризикованим той, у якого більше $R_{N_{pv}}$ або σ .

В основі методики зміни грошового потоку використовується отримана експертним шляхом імовірнісна оцінка величини членів щорічного грошового потоку, на основі яких корегується й розраховується значення N_{pv} . Перевага віддається проєкту, що має найбільше значення відкоригованого N_{pv} .

Якщо процентна ставка, використана для дисконтування, береться на рівні прибутковості державних цінних паперів, то вважається, що ризик розрахованого наведеного ефекту інвестиційного проєкту близький до нуля. Тому якщо інвестор не бажає ризикувати, то він вкладе свій капітал у державні цінні папери, а не в інші проєкти.

Реалізація реального інвестиційного проєкту завжди пов'язана з певною часткою ризику. Тобто чим проєкт ризиковий, тим вище повинна бути премія. Для обліку ступеня ризику до безризикової процентної ставки (прибутковість державних цінних паперів) додається величина премії за ризик, виражена у відсотках, що визначається експертним шляхом. Сума безризикової процентної ставки й премії за ризик використовується для дисконтування грошових потоків проєкту, на підставі яких обчислюються N_{pv} проєктів. Проєкт із більшим значенням N_{pv} вважається кращим.

Розглянувши методи оцінки інвестиційних проєктів в умовах ризику, необхідно відзначити, що отримані результати, які послужили підставою для прийняття рішення, досить умовні й у значній мірі носять суб'єктивний характер, тому що залежать від професійного рівня осіб, які проводять аналіз.

5 ГРОШОВА ШКАЛА

Кожна грошова система припускає мінімальну грошову одиницю, долі якої не мають природного значення. Грошова шкала припускає лише позитивні значення. На практиці, знак "мінус" перед відповідною грошовою величиною вказує на напрям фінансовій операції (витрата). Перетворення грошових сум, пов'язане з вибором грошової шкали має місце в мультивалютних угодах. У загальному випадку перехід від однієї грошової шкали M до іншої M' має вигляд $e = l_t \cdot e'$,

де l_t - коефіцієнт переходу (залежить від часу). Коефіцієнт l_t називається (поточним) обмінним курсом валюти e або котируванням валюти e відносно валюти e' . Якщо e' - одиниця національної валюти, а e - одиниця іноземної валюти, то таке котирування називається прямою (тобто одиниця іноземної валюти виражається в одиницях національної валюти). Якщо вартість одиниці національної валюти виражається в одиницях іноземної валюти, то котирування називається зворотним.

На міжнародних фінансових ринках замість національної валюти говорять про вибрану основну, базову або розрахункову валюту. Тоді котирування усіх інших валют відносно базовою називаються прямими котируваннями валют, а котирування базової відносно цієї валюти називається зворотним котируванням цієї валюти.

Обмін однієї валюти на іншу по діючому валютному курсу називається конверсією валюти. Вільний процес обміну одного виду валюти на іншу називається конвертацією. Іншими словами, конвертація є здійсненням різних платіжних процесів за допомогою обміну валют різних держав. Такі грошові операції, наприклад, за допомогою кредитних банківських карт проводяться не лише в межах однієї країни, але і у межах відразу декількох. При цьому держава, в якій можливе проведення валютних операцій, не втручається в цей процес. Такий вид валютних операцій називається вільно конвертованим. Вільний обмін валют набагато спрощує усю зовнішньоекономічну діяльність усієї держави. Валюта, яка може брати участь в міжнародних фінансових операцій, і обмінюватися не на усі грошові одиниці в інших країнах і державах називається - частково конвертованою.

Гривна - національна валюта сучасної України. Буквений код - UAH; числовий код - 980; офіційне скорочення – грн.

6 ТИПОВІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Завдання 1

Приватна особа поміщає S_0 грош. од. на депозит в банку за ставкою простого відсотка з розрахунку $i\%$ річних.

Обчисліть, яку суму інвестор матиме на рахунку через n років.

варіант	n	S_0	i
1.	2	1000	4
2.	3	1200	3,7
3.	2,5	900	3
4.	5	950	3,5
5.	7	1100	2
6.	6	1250	2,5
7.	4	1320	2,7
8.	4	980	2,3
9.	5	990	2,85
10.	4,5	1400	3,3

Завдання 2

Визначить, протягом скількох років річний процент від суми вкладу p_0 грн. під прості відсотки при нормі $i\%$ річних становитиме p_1 грн.

1	$p_0=18000; i=4; p_1=1080$	6	$p_0=12590; i=10; p_1=31475$
2	$p_0=950; i=15; p_1=570$	7	$p_0=690; i=9; p_1=2242,5$
3	$p_0=7400; i=6; p_1=3552$	8	$p_0=570; i=6; p_1=741$
4	$p_0=1245; i=12; p_1=3436,2$	9	$p_0=1400; i=8; p_1=2184$
5	$p_0=670; i=7; p_1=1688,4$	10	$p_0=9000; i=6; p_1=12780$

Завдання 3

Кредит S_0 грош. од., виданий a лютого 2016 р під $i\%$ річних, що нараховуються за простою процентною ставкою.

Знайти суму повернення, якщо день погашення кредиту b березня 2017 р за трьома різними методиками.

варіант	a	b	S_0	i
1.	2	21	10000	39
2.	3	22	10200	37
3.	5	18	11900	33
4.	5	17	20950	35
5.	7	16	21100	29,5
6.	6	15	21250	33,5
7.	4	14	11320	40
8.	4	11	10980	25,8
9.	5	10	10990	27
10.	5	12	10400	38,3

Завдання 4

Магазин a -го вересня оптом отримує від підприємця партію товару загальною вартістю S_1 грн. на наступних умовах: $i_k\%$ вартості оплачується відразу, а решту після реалізації товару b -го грудня того ж року.

На яку суму повинен магазин виписати вексель, щоб підприємець не зазнав збитків, якщо банк враховує векселі з простої процентної ставки $d\%$ річних. Та обчислити дисконт, який отримає банк.

варіант	a	b	S_1	i_k	d
1.	2	21	25000	39	30
2.	3	22	10200	37	33
3.	5	18	11900	33	29
4.	5	17	20950	35	31
5.	7	16	21100	29,5	32
6.	6	15	21250	33,5	28
7.	4	14	11320	40	34
8.	4	11	10980	25,8	27
9.	5	10	26990	27	35
10.	5	12	10400	38,3	29

Завдання 5

Внесок в банк S_0 грн. під $i\%$ річних за ставкою складних відсотків.

Знайти суму на рахунку через a років b місяців.

варіант	a	b	S_0	i
1.	2	4	1500	15
2.	3	2	1020	27
3.	5	8	1100	23
4.	2	7	2050	15
5.	3	6	2100	20,5
6.	4	5	2150	10,5
7.	4	4	1320	10
8.	4	1	1080	21,8
9.	5	1	1090	22
10.	4	2	1040	19,3

Завдання 6

Кредит S_0 грн. виданий на a років b місяців під $i\%$ річних при щомісячному нарахування відсотків.

Знайти суму повернення.

варіант	a	b	S_0	i
1.	2	4	1500	15
2.	3	2	1020	27
3.	5	8	1100	23
4.	2	7	2050	15
5.	3	6	2100	20
6.	4	5	2150	12
7.	4	4	1320	10
8.	4	1	1080	24
9.	5	1	1090	22
10.	4	2	1040	18

Завдання 7

Кредит S_0 грн. був виданий на n років під $i\%$ річних при безперервному нарахуванні відсотків.

Знайти суму, яку треба повернути.

варіант	n	S_0	i
1.	2	1000	40
2.	3	1200	37
3.	2,5	900	30
4.	5	950	35
5.	7	1100	29
6.	6	1250	25
7.	4	1320	27
8.	4	980	23
9.	5	990	28
10.	4,5	1400	33

Завдання 8

Банки пропонують наступні умови для вкладів:

1-й банк - $j 1\%$ річних нараховуються по півріччях ($m = 2$),

2-й банк - $j 2\%$ річних нараховуються по кварталам ($m = 4$),

3-й банк - $j 3\%$ річних нараховуються щомісяця ($m = 12$),

4-й банк - $j 4\%$ річних нараховуються три рази на рік ($m = 3$).

Який банк пропонує найкращі умови для вкладів?

варіант	$j 1$	$j 2$	$j 3$	$j 4$
1.	26	25	24	24,5
2.	37	36	32	33
3.	15	14	12	11
4.	29	27	23	25
5.	25	24	23	22
6.	18	15	17	16
7.	7	6	5,5	5,7
8.	10	9,5	7	8
9.	11,5	11	10	9,5
10.	14	12	11	11,7

Завдання 9

За який термін початковий капітал в S_0 грн. збільшиться до S_T грн., якщо на нього нараховується $i\%$ річних:

- а) нарахування відсотків за простою ставкою;
- б) нарахування відсотків за ставкою складних відсотків;
- в) нарахування відсотків щомісяця ($m = 12$).

Та яка повинна бути процентна ставка, щоб початковий капітал S_0 грн. досяг S_T грн. за 3 роки? Розв'язати для трьох випадків, вказаних вище.

варіант	S_0	S_T	i
1.	370	1000	40
2.	390	1200	37
3.	250	900	30
4.	210	950	35
5.	270	1100	29
6.	260	1250	25
7.	400	1320	27
8.	410	980	23
9.	295	990	28
10.	340	1400	33

Завдання 10

Рівень інфляції $\alpha\%$. Знайти індекс інфляції за l місяців

варіант	l	α	варіант	l	α
1.	5	40	6.	10	25
2.	6	37	7.	11	27
3.	7	30	8.	4	23
4.	8	35	9.	3	28
5.	9	29	10.	2	33

Завдання 11

Кредит S_0 грн. виданий на n місяців. Яка повинна бути проста процентна ставка, якщо кредитор бажає отримати $i\%$ реальної доходності, що нараховуються за простою відсотковою ставкою при рівні інфляції $\alpha\%$ на рік? Обчислити нарощену суму.

варіант	n	α	S_0	i
1.	16	15	1500	8
2.	18	27	1020	7
3.	14	23	1100	3
4.	15	15	2050	5
5.	17	20	2100	10
6.	19	12	2150	12
7.	21	10	1320	11
8.	20	24	1080	15
9.	22	22	1090	10
10.	23	18	1040	14

Завдання 12

Кредит виданий на n роки під $i_\alpha\%$ річних, що нараховуються за простою процентною ставкою. Оцінити реальну прибутковість даної фінансової операції з точки зору кредитора. Рівень інфляції дорівнює $\alpha\%$ на рік.

варіант	n	α	i_α
1.	2	20	33
2.	3	25	31
3.	2,5	23	30
4.	3,5	30	35
5.	1,5	60	29
6.	3,25	40	25
7.	2	45	27
8.	4	52	23
9.	3	47	28
10.	2,25	44	30

Завдання 13

Під яку просту облікову ставку потрібно видати кредит на n місяців, щоб реальна прибутковість операції склала $d\%$ при рівні інфляції $\alpha\%$ на рік?

варіант	n	α	d
1.	22	20	33
2.	23	25	31
3.	25	23	30
4.	15	30	35
5.	20	60	29
6.	18	40	25
7.	17	45	27
8.	14	52	23
9.	19	47	28
10.	26	44	30

Завдання 14

Позика дана по обліковій ставці $d_\alpha\%$ річних на n місяців. Яка реальна прибутковість операції з точки зору кредитора при рівні інфляції $\alpha\%$?

варіант	n	α	d_α
1.	22	20	18
2.	23	25	21
3.	25	23	10
4.	15	30	15
5.	20	60	19
6.	18	40	16
7.	17	45	17
8.	14	52	23
9.	19	47	14
10.	26	44	12

Завдання 15

Кредит у розмірі S_0 грн. виданий на n років. Реальна дохідність повинна скласти $j\%$ річних, що нараховуються m разів на рік. Очікуваний рівень інфляції $\alpha\%$ на рік.

Визначити складну ставку відсотків кредиту, що компенсує інфляційні втрати, і обчислити нарощену суму.

варіант	n	m	S_0	α	j
1.	2	4	25000	39	18
2.	3	12	30200	37	21
3.	5,5	2	41900	43	10
4.	5	4	50900	35	15
5.	7	12	31100	39,5	19
6.	6,5	2	21250	33,5	16
7.	2,5	4	41320	40	17
8.	4	12	30980	25,8	23
9.	3,5	2	26990	47	14
10.	4,5	6	10400	28,3	12

Завдання 16

Визначте реальну прибутковість фінансової операції, якщо при рівні інфляції $\alpha\%$ на рік кредит видається на n років за номінальною ставкою складних відсотків в розмірі $j_\alpha\%$ річних при m разів на рік нарахуванні відсотків.

варіант	n	m	α	j_α
1.	2,5	12	18	39
2.	3	4	21	37
3.	4,5	2	10	43
4.	5	3	15	35
5.	3,5	12	19	39,5
6.	5,5	2	16	33,5
7.	2,5	4	17	40
8.	4	12	23	25,8
9.	3,5	2	14	47
10.	4,5	6	12	28,3

Завдання 17

Визначити, яку реальну прибутковість має фінансова операція, якщо при рівні інфляції $\alpha\%$ на рік гроші вкладаються на n років під $j_\alpha\%$ річних при m разів на рік нарахуванні відсотків.

варіант	n	m	j_α	α
1.	2,5	12	17	40
2.	3	4	11,3	44
3.	4,5	2	10	43
4.	5	3	9,99	45
5.	3,5	12	15,7	49,5
6.	5,5	2	16,2	43,5
7.	2,5	4	11	40,7
8.	4	12	14,6	45,8
9.	3,5	2	14	47
10.	4,5	6	10,8	48,3

Завдання 18

Клієнт може вносити в банк в кінці кожного року: R грн. Яка сума буде їм накопичена на рахунку через n роки, якщо банк платить $i\%$ по депозиту? Провести також розрахунки за схемою пренумерандо.

варіант	n	i	R
1.	5	4	2070
2.	7	5	3320
3.	8	3	4190
4.	9	7	5090
5.	10	2,3	3110
6.	5	4	2125
7.	6	4,5	4132
8.	9	5,2	3098
9.	8	4,7	2699
10.	7	4,4	1040

Завдання 19

p разів на рік робиться внесок в банк за схемою пренумерандо в розмірі R гр. од. Яка сума буде на рахунку через n років, якщо ставка складних відсотків $i\%$ річних при m разів на рік нарахуванні відсотків. Провести розрахунки і за схемою постнумерандо.

варіант	n	m	R	p	i
1.	7	4	250	2	8
2.	3	6	302	3	11
3.	8	2	450	4	7
4.	5	4	509	6	5
5.	7	3	311	12	9
6.	6	12	212	6	6
7.	10	4	410	4	7
8.	4	12	309	3	8
9.	8	2	269	12	4
10.	9	4	104	6	10

Завдання 20

Керівництво фірми вважає, що через n років використовуване обладнання морально застаріє і його потрібно буде оновити. Для цієї мети фірмі потрібно накопичити S_T грн. Якими мають бути платежі m разів на рік, якщо процентна ставка $i\%$ річних при m разів на рік нарахуванні відсотків?

варіант	n	m	S_T	i
1.	7	12	25000	8
2.	3	4	30000	6
3.	8	2	45000	7
4.	5	4	50000	5
5.	7	12	31100	9
6.	6	6	21000	11
7.	10	4	41000	7
8.	4	12	30900	12
9.	8	2	21000	7
10.	9	6	18000	4

Завдання 21

Яку суму потрібно внести в банк, який виплачує $i\%$ річних, щоб мати можливість протягом наступних n років щорічно отримувати по R грн. (Передбачається, що після останньої виплати на рахунку нічого не залишиться).

варіант	n	i	R
1.	5	4	2070
2.	7	5	3320
3.	8	3	4190
4.	9	7	5090
5.	3	2,3	3110
6.	5	4	2125
7.	6	4,5	4132
8.	9	5,2	3098
9.	8	4,7	2699
10.	7	4,4	1040

Завдання 22

Взято кредит S грн. для придбання житла. Термін погашення кредиту - n років. Відсоткова ставка - $i\%$ річних при нарахуванні відсотків m разів на рік. Якими мають бути платежі m разів на рік, якщо за умовою кредитної угоди вони повинні бути однаковими? Яка сума буде сплачена за n років?

варіант	n	m	S	i
1.	7	12	450000	28
2.	3	4	300000	36
3.	8	2	450000	27
4.	5	4	500000	35
5.	7	12	311000	29
6.	6	6	710000	31
7.	10	4	410000	27
8.	4	12	309000	32
9.	8	2	210000	27
10.	9	6	880000	34

Завдання 23

Кредит S грн. узятий на 2 роки під $i\%$ річних, що нараховуються на непогашений залишок за схемою складних відсотків. Повертати треба рівними сумами в кінці кожного року. Скласти план погашення кредиту.

варіант	S	i	варіант	S	i
1.	50000	40	6.	100000	25
2.	60000	37	7.	110000	24
3.	70000	30	8.	40000	23
4.	80000	35	9.	30000	28
5.	90000	29	10.	20000	33

Завдання 24

Кредит S грн., узятий на 2 роки під $i\%$ річних, що нараховуються на непогашений залишок щомісяця. Повертати треба рівними сумами в кінці кожного місяця. Скласти план погашення кредиту.

варіант	S	i	варіант	S	i
1.	50000	40	6.	100000	25
2.	60000	37	7.	110000	24
3.	70000	30	8.	40000	23
4.	80000	35	9.	30000	28
5.	90000	29	10.	20000	33

Завдання 25**Варіант 1**

1. Для розширення асортименту продукції, що випускається, підприємству потрібно 720 мил. грн. По закінченню річного строку освоєння виробництва нової продукції вона буде приносити щорічно 200 мил. грн. чистого прибутку, і так на протязі 5 років. Необхідно знайти величину чистого дисконтованого прибутку та внутрішньої норми прибутковості по даному підприємству, якщо капітал надходить за рахунок власних коштів. Розрахунки проводити для трьох варіантів ставки порівняння: 10%; 7%; 15%.

2. Компанія має земельну ділянку, ринкова вартість якої 50 мил. грн.. На цій ділянці впродовж року може бути побудований готель. В перший рік її експлуатації може бути отриманий прибуток у 3 мил. грн.; впродовж наступних 3 років очікується ріст прибутку на 1,5 мил. грн. щорічно, та в подальшому вона змінюватися не буде. Витрати на споруду та ввід готелю складатиме 15 мил. грн.: ставка кредиту – 10% (власних вільних капіталів компанія не має), і він може бути наданий на строк не більш ніж 4 роки. Керівництво компанії розглядає два можливих варіанти використання земельної ділянки: його продажу або будівництво та експлуатацію готелю впродовж 20 років. Який з них буде вибрано, якщо ставка проценту по альтернативному вкладенню дорівнює 9%?

3. Визначити ціну акції нульового росту при умові, що дивіденди у розмірі 800 грн. з року в рік будуть залишатися незмінними, а вимагає мий рівень прибутковості – 9%.

4. За підсумками року Олесь Виленко отримав премію у розмірі 7650 грн. Маючи намір збільшити цю суму до власної відпустки у липні, він збирається вкласти кошти, що має, у 180-ти денні державні облігації. При первинному розміщенні 15 січня 2018 року вони продаються по 450 грн. при номіналі 800 грн. На цей момент існує інша можливість – купити по ціні 300 грн. на первинному ринку річні облігації з таким самим номіналом та продати їх через 180 днів, як раз до відпустки, до строку погашення. Визначити що вигідніше для Виленко: разове погашення або гра на кривій прибутковості.

Варіант 2

1. В умовах завдання 25, варіанта 1 (1) визначити величину чистого дисконтованого прибутку та внутрішньої норми прибутковості по даному підприємству, якщо капітал надходить частково самофінансуванням (200 мил. грн.) та позикою (400 мил. грн.). Позика береться під ставку 9% та його слід виплатити впродовж двох років по схемі рівних відсоткових виплат. Розрахунки проводити для трьох варіантів ставки порівняння: 10%; 8%; 16%.

2. Підприємець К.Летенко накопичив 20 000 дол., щоб придбати верстат для виробництва. Щорічні грошові вигоди від його використання однакові і дорівнюють 1000 дол. В якості альтернативи їм розглядається валютний депозит під річну ставку 12%. Скільки повних

років повинен скласти життєвий цикл цього верстата, щоб його придбання було по прийнятне?

3. Трьохрічна купонна облігація номіналом 100 дол. та купонною ставкою 7% має поточну вартість 93,8 дол. Ставки податків на приріст капіталу та відсотковий прибуток однакові й дорівнюють 25%. Визначити повну річну прибутковість цієї облігації

4. Никоненко прогнозує ріст курсової вартості акцій, що його цікавлять, однієї компанії - 44% за квартал. Наслідуючи принцип: «Покупати дешево та продавати коли дорого», він вирішив придбати пакет цих акцій та наприкінці кварталу їх продати. Його фінансові можливості дозволяють оплатити за власний рахунок 60% від фактичної вартості наміченої їм кількості цих акцій. Визначити під який максимальний квартальний процент може взяти інвестор позику у банку, з тим щоб забезпечити прибутковість на вкладені власні кошти на рівні не менш 30% за квартал (без врахування податків).

Варіант 3

1. Компанія використовує ставку дисконтування 15%. Припустимо, що щорічні надходження однакові. Який максимально прийнятний простий (недисконтований) строк окупності повинно мати обладнання, що придбається, як що його життєвий цикл 5 років? Яким буде максимальний прийнятний простий строк окупності для життєвого циклу у 33 роки?

2. Фірма, що випускає спортивні товари, має намір освоїти виробництво нового тренажера. Ємкість ринку тренажерів подібного типу оцінюються в 5 мил. одиниць, а частка фірми прогнозується на рівні 18%. Очікується, що тренажер буде продаватися за ціною 600 гр. од., змінні витрати на один виріб складають 450 гр. од., фіксовані витрати нового виробництва будуть дорівнювати 3 мил. гр. од.. Знайти потік готівки по проекту, якщо: початкові інвестиції в обладнання – 18 мил. гр. од.; норма амортизації – 0,1; сумарне податкове навантаження по відношенню до прибутку – 50%; період віддачі проекту – 11 років. Ставка дисконтування 14%. Чи доцільно прийняти цей проект менеджером?

3. Облігація викупується через 10 років по номіналу 1000 грн., прибутковість – 11%, став відсотка, прийнята при оцінці, дорівнює 9%. Знайти розмір премії.

4. Підприємець вирішив розширити виробництво. Оскільки власних коштів у нього на цю мету немає, вихід з положення залишається один: випуск цінних паперів, а конкретніше, купонних облігацій. Згідно з розрахунками аналітиків, планується введення однієї додаткової лінії основного виробництва, яка коштує 400 000 грн., а також установка пакувального пристрою та фільтра для води – 301000 й 120 000 грн. відповідно. Сума необхідна для початку випуску облігацій (стартовий оборотний капітал), - 100 000 грн. Потрібно розрахувати необхідну величину займу (номінал випуску) з урахуванням того, що до неї, крім перерахованих вище сум, входять також затрати на організацію займу у розмірі 1,25% від номіналу випуску.

Варіант 4

1. Інвестор має плановий період, який дорівнює 6 рокам. В продовж цього терміну експлуатації інвестиційний об'єкт пороздає наступний потік платежів (E_t).

t	0	1	2	3	4	5	6
E_t	-900	600	400	100	200	100	100

У таких платежах не врахований прибуток (L_t) від ліквідації об'єкта, який з часом постійно скорочується.

t	0	1	2	3	4	5	6
L_t	1100	500	400	300	200	100	0

Знайти оптимальний строк експлуатації при умові, що за його границями вкладення можуть здійснюватися тільки під ставку дисконтування $i=11\%$.

2. Фірма розглядає можливість покупки верстата за 300 тис дол. Верстат має 4-ти річний строк служби, після цього він не має цінності навидь у якості металобрухту. Президент компанії чекає, що впровадження верстата збільшить чистий прибуток компанії на 15 тис. дол. протягом всього строку його служби. Чи порадили би ви придбати верстат, якщо ставка знаходиться між 8 та 14%?

3. Облігація з піврічними купонними виплатами придбається за 3 місяці до погашення по курсу 105,23%. Купонна ставка складає 20% річних. Визначити прибутковість облігації у вигляді річної ставки складених відсотків.

4. За деякий період часу кількість акцій у Никоненко збільшилася на 20%. На скільки відсотків збільшилася ціна кожної акції Никоненко, якщо загальна вартість його акцій збільшилася на 140%?

Варіант 5

1. Верстат буде працювати 3 роки, даючи щорічний прибуток у 5 000 дол., та продається у кінці строку по залишковій вартості. Придбання та монтаж верстата обійдуться у 14 000 дол.. Його залишкова вартість в кінці 3-го року складає 6 700 дол. Чи окупить фірма свої вкладення за пропонуваній строк експлуатації верстата, як що ставка процента складає 7%?

2. Комерційній організації надали два варіанти придбання нового обладнання, які характеризуються показниками, заданими у таблиці. Прийнятий в цій організації норматив ефективності капіталовкладень встановлений на рівні 10%. Потрібно вибрати більш економічний варіант вкладень.

Показник	Варіант 1	Варіант 2
Одночасні капіталовкладення, тис. грн..	5310	7310
Поточні затрати (витрати на електроенергію, технічне обслуговування та експлуатація обладнання), тис. грн.	4240	7728
Продуктивність обладнання, шт./змін	15	24

3. Компанія обіцяє виплачувати дивіденди у розмірі 190 грн. на акцію впродовж всього часу у майбутньому. Поточний курс акції складає 1470 грн. Визначити внутрішню ставку прибутковості вкладу в ці акції.

4. Маловідомий виробник широкого асортименту робочої та формової одяжини та всілякого екіпірування. Аналітики розглядають перспективи росту її дивідендів та прибутків. Олесь прогнозує 7%-ий ріст впродовж всього часу. Однак його брат Михайло передбачає 15%-ий ріст дивідендів, але тільки впродовж 5 наступних років, після чого очікується зниження приросту до 5%. Зараз компанія платить дивіденди в сумі 50 грн. на акцію. Ціна акцій з аналогічним ступенем ризику в теперішній час така, що забезпечує 15%-у очікувану прибутковість. Визначити вартість акцій компанії з точки зору Олесь та визначити вартість акцій компанії з точки зору Михайла.

Варіант 6

1. Акціонери згодилися з пропонованою діяльністю $n=3$ роки проекту та з необхідним розміром інвестиції $I=20\ 000$, однак вимагають забезпечити більшу прибутковість $j=10\%$ вкладення цих інвестицій, ніж загальноприйнята $i=8\%$. Який для цього треба забезпечити мінімальний щорічний доход?

2. Фірма має намір інвестувати 20 мил. грн. в обладнання та виробляти будівельні матеріали, які на теперішній час мають попит. Строк експлуатації даного обладнання – 5 років; знос на нього нараховується по методу рівномірної (лінійної) амортизації з нормою 25% в рік. Виручка від реалізації продукту прогнозується в першому році – 8,3 мил. грн., наступний щорічний приріст складає 8, 10 та 14% відповідно. Поточні витрати по рокам оцінюються наступним чином: 2 мил. грн. в 1-й рік експлуатації з наступним щорічним ростом на 7, 5, 8% відповідно. Ставка податку на прибуток складає 24%, а ціна капіталу – 15%. Потрібно оцінити вигідність заходу, що планується?

3. Оцінити поточну вартість облігації з нульовим купоном номінальною вартістю 4 мил. грн. та строком погашення через 3 роки. Ставка дисконту 11%.

4. За підсумками року робітник отримав премію у розмірі 10000 грн. Маючи намір збільшити цю суму до власної відпустки у липні, він збирається вкласти кошти, що має, у 180-ти денні державні облігації. При первинному розміщенні 15 січня 2005 року вони продаються по 150 грн. при номіналі 200 грн. На цей момент існує інша можливість – купити по ціні 100 грн. на первинному ринку річні облігації з таким самим номіналом та продати їх через 180 днів, як раз до відпустки, до строку погашення. Визначити що вигідніше для робітника: разове погашення або гра на кривій прибутковості. Визначити ефективність вкладення у кожній вид облігації та гри по кривій прибутковості.

Варіант 7

1. Інвестиційний проект потребує 11 900 дол. та обіцяє прибуток у 14 800 дол. у кінці періоду. Передбачається, що не має ніякої відповідальності і ніяких аналогів. Проект на 20% фінансується позиченим капіталом під ставку 7%. Для оцінки проекту використовується ставка дисконтування, яка перевищує вартість капіталу на 1%. На основі цих даних визначити грошові потоки по проекту, а також позиченого й акціонерного капіталів.

2. Компанія має земельну ділянку, ринкова вартість якої 55 мил. грн.. На цій ділянці впродовж року може бути побудований готель. В перший рік її експлуатації може бути отриманий прибуток у 4 мил. грн.; впродовж наступних 4 років очікується ріст прибутку на 2 мил. грн. щорічно, та в подальшому вона змінюватися не буде. Витрати на споруду та ввід готелю складатиме 10 мил. грн.: ставка кредиту – 12% (власних вільних капіталів компанія не має), і він може бути наданий на строк не більш ніж 5 років. Керівництво компанії розглядає два можливих варіанти використання земельної ділянки: його продажу або будівництво та експлуатацію готелю впродовж 20 років. Який з них буде вибрано, якщо ставка проценту по альтернативному вкладенню дорівнює 9%?

3. Оцінити поточну вартість безстрокової облигації, якщо по ній щорічно виплачується прибуток у розмірі 800 000 грн.. Ставку дисконту – 15%.

4. Аналітик прогнозує ріст курсової вартості акцій, що його цікавлять, однієї компанії - 38% за квартал. Наслідуючи принцип: «Покупати дешево та продавати коли дорого», він вирішив придбати пакет цих акцій та наприкінці кварталу їх продати. Його фінансові можливості дозволяють оплатити за власний рахунок 70% від фактичної вартості наміченої їм кількості цих акцій. Визначити під який максимальний квартальний процент може взяти інвестор позику у банку, з тим щоб забезпечити прибутковість на вкладені власні кошти на рівні не менш 40% за квартал (без врахування податків).

Варіант 8

1. Маємо два альтернативних проекти: А - (40; -10; 150); В – (-50; 15; 90). Порівняти ці проекти по перевазі в залежності від чисельного значення альтернативної ставки.

2. Компанія з капітальним бюджетом 790 000 дол. формує програму капітальних вкладень. Припустимо, що ціна капіталу компанії (ставка порівняння) дорівнює 10%. Чисельні характеристики незалежних проектів, що маємо, наведені у таблиці. Необхідно вилучити непригідні проекти та розв'язати задачу вибору найкращої з залишених проектів групи.

Проект	Потребуємі інвестиції, дол..	Приведена вартість потоку віддачі, дол.	Внутрішня прибутковість, %
A	75000	116000	20
B	140000	183000	18
C	120000	147000	16
D	110000	126000	15
E	100000	171000	14
F	90000	103000	12
G	88000	66000	8

3. Визначити приблизну ринкову вартість облігації номіналом 300 000 грн. при умові, що строк погашення облігації через 7 років, купонна ставка 11% річних, ставка банківського відсотку – 4%.

4. У двох студентів, Петра та Олесь, було по 1 000 грн. Петро впродовж року зберігав гроші у скляній банці, а Олесь купив на вторинному ринку акцію номінальною вартістю 1000 грн. з 10% дивідендом. Купівля цієї акції коштувала йому 900 грн., а через рік він її продав за 1100 грн. В скільки разів у Олесь стало більше грошей ніж у Петра? В розрахунках врахувати виплачені Олесем податки: по прибутковий – по ставці 15%, та на операцію з недержавними цінними паперами – по ставці 0,4% від об'єму угоди з кожної з сторін.

Варіант 9

1. Послідовність платежів по проекту надана у вигляді наступної часової діаграми.

Рік	0-й	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Платежі	-1000	-200	300	600	700	500

Відомо, що внутрішня норма прибутку альтернативних проектів з таким самим фінансовим ризиком, як и даного проекту, дорівнює 17%. Визначити частоту поточної вартості та внутрішню норму прибутковості даного проекту.

2. Компанія збирається вкласти 18,553 мил. дол. у побудову жилого будинку та має два проекти. За проектом А будинок будується у дві черги, перша черга дасть за 1-й рік 11 мил .дол. прибутку. Впродовж 2-го року будується друга черга, витрати на котру дорівнюють прибутку від першої черги. В кінці 3-го року інвестор отримає 10 мил. дол. прибутку. За проектом Б зразу будуються дві черги будинку та

прибуток інвестор отримає тільки на початку 4-го року у розмірі 22,1 мил. дол.. Визначити грошові потоки по проектам А та Б, при значеннях $r=0\%$ та $r=10\%$? При яких значеннях r слід віддати перевагу проекту А?

3. Визначити ціну акції нульового росту при умові, що дивіденди у розмірі 4000 грн. з року в рік будуть залишатися незмінними, а вимагає мий рівень прибутковості – 15%.

4. Маловідомий виробник широкого асортименту робочої та формової одєжини та всілякого екіпірування. Аналітики розглядають перспективи росту її дивідендів та прибутків. Олесь прогнозує 5%-ий ріст впродовж всього часу. Однак його брат Михайло передбачає 20%-ий ріст дивідендів, але тільки впродовж 3 наступних років, після чого очікується зниження приросту до 4%. Зараз компанія платить дивіденди в сумі 30 грн. на акцію. Ціна акцій з аналогічним ступенем ризику в теперішній час така, що забезпечує 14%-у очікувану прибутковість. Визначити вартість акцій компанії з точки зору Олесь.

Варіант 10

1. На побудову магазину потрібно затратити у продовж місяця приблизно 40 000 дол. , а потім він необмежено довго буде давати 7 000 дол. у рік. Знайти характеристики даного проекту, якщо ставка проценту 8% у рік.

2. Діючий універмаг буде продовжувати необмежено довго приносити 100 000 дол. щорічного прибутку. Новий, модернізований універмаг, побудований замість старого, обійдеться у 1 мил. дол. та, як очікується, буде стояти вічно й давати 23% прибутку. Чи потрібно прийняти цей проект, якщо вартість грошей для інвестора 14%?

3. Інвестор придбав за 1500 грн. акцію номінальною вартістю 1200 грн. з фіксованим розміром дивіденду 30% річних. В теперішній час курсова вартість акції – 2500 грн. Визначити поточну прибутковість по даній акції (без урахування податків).

4. Підприємець вирішив розширити виробництво. Оскільки власних коштів у нього на цю мету немає, вихід з положення залишається один: випуск цінних паперів, а конкретніше, купонних облігацій. Згідно з розрахунками підприємця, планується введення однієї додаткової лінії основного виробництва, яка коштує 6400 000 грн., а також установка пакувального пристрою та фільтра для води – 1 400 000 й

1000 000 грн. відповідно. Сума необхідна для початку випуску облігацій (стартовий оборотний капітал), - 2100 000 грн. Потрібно розрахувати необхідну величину займу (номинал випуску) з урахуванням того, що до неї, крім перерахованих вище сум, входять також затрати на організацію займу у розмірі 1,25% від номіналу випуску.

7 КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Охарактеризуйте предмет, об'єкт та завдання фінансової математики.

2. У чому полягає сутність фінансово-економічних розрахунків? Визначте ситуації, коли виникає необхідність застосовувати методи фінансової математики.

3. Сутність процента та процентних грошів. Який параметр фінансових операцій характеризується за допомогою процентних ставок?

4. Що таке процентна та облікова ставки?

5. Що визначає термін нарощення? У яких випадках проведення фінансових розрахунків виникає необхідність застосування формул нарощення?

6. Що визначає термін дисконтування? У яких випадках проведення фінансових розрахунків виникає необхідність застосування формул дисконтування?

7. У чому полягає різниця математичного та банківського дисконтування?

8. Наведіть формули нарощення й дисконтування на основі простих відсоткових та облікових ставок.

9. Чому виникає необхідність у безперервному нарахуванні відсотків?

10. За якими принципами проходить нарощення при безперервному нарахуванні відсотків?

11. Яким чином необхідно врахувати інфляцію при здійсненні фінансових розрахунків? Наведіть формули нарощення з урахуванням інфляції.

12. Які результати фінансових розрахунків повинні бути отримані при використанні еквівалентних ставок?

13. Яким чином проводиться усереднення простих та складних ставок?

14. Що таке фінансова рента? Які основні параметри фінансових рент?

15. Дайте визначення нарощеної суми фінансової ренти. Яким чином вона може бути розрахована?

16. Дайте визначення сучасної вартості фінансової ренти. Яким чином вона може бути розрахована?

17. Що таке конверсія і консолідація позик? Чому виникає необхідність у таких трансформаціях кредитів?

18. Чому в кредитній практиці застосовуються різні схеми послідовного погашення позики частинами? Які основні схеми Ви знаєте?

19. Які дві найпоширеніші схеми часткового погашення кредитів ви знаєте? У чому різниця між ними?

20. Погашення позики змінними виплатами основної суми боргу, що змінюються в геометричній і арифметичній прогресіях.

21. Дайте визначення поняття «дохідність». Чому дохідність операції може бути різною навіть при умові відповідності процентної ставки, за якою здійснюється нарощення?

22. За яким параметром перш за все буде оцінюватися доцільність здійснення тієї чи іншої фінансової операції? Поясніть відповідь.

23. Наведіть приклади рівноцінних фінансових операцій за параметром дохідності, але різних за іншими параметрами.

24. Наведіть приклади інвестиційних вкладень, описавши основні параметри інвестицій.

2. Яким чином здійснюється оцінювання інвестиційних проєктів?

25. Чому при розрахунку окупності інвестицій необхідно використовувати принцип дисконтування грошових потоків?

26. Що таке внутрішня норма дохідності інвестиційних проєктів? Як вона може бути розрахована?

27. Наведіть основні формули для розрахунку строку окупності інвестицій.

28. За якими принципами обираються інвестиційні проєкти?

ЛІТЕРАТУРА

1. Молдавська, О. В. Фінансова математика. Конспект лекцій [Текст] / О. В. Молдавська. – Харків: Вид. ХНЕУ, 2008. – 76 с.
2. Борисенко, О.Д. Збірник задач з фінансової математики [Текст] / О.Д. Борисенко, Ю.С. Мішура та ін. – К.: Техніка, 2007. – 69 с.
3. Медведев, Г. А. Начальный курс финансовой математики. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г. А. Медведев. — Мінськ: “Электронная книга БГУ”, 2003. — Режим доступа: <http://anubis.bsu.by/publications/elresources/AppliedMathematics/m edvedev1.pdf>
4. Кошкин, В.Л. Модульный курс лекций по финансовой математике [Текст] / В.Л. Кошкин, А.М. Губернаторов. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2012.- 32 с.
5. Бочаров, П.П. Финансовая математика: [Текст] учебное пособие / П.П. Бочаров. – М.: Гаранина, 2002. – 57 с.
6. Капитоненко, В.В. Финансовая математика и ее приложения [Текст] / В.В. Капитоненко. – М.: Приор, 2000. – 125 с.
7. Ковалев, В.В. Сборник задач по финансовому анализу [Текст] / В.В. Ковалев.– М.: Финансы и статистика, 2003. – 132 с.
8. Малыхин, В.И. Финансовая математик: учебное пособие для вузов [Текст] / В.И. Малыхин. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 123 с.

Ресурси мережі Internet

9. Ліга Бізнес Інформ. // www.liga.net
10. Нормативні акти України // www.nau.kiev.ua
11. Сайт Національного банку України // www.bank.gov.ua
12. Фінансовий ринок України // www.finmarket.info
13. Фінансовий сайт // www.finance.com.ua
14. Фінансовий сайт // www.ufs.kiev.ua

Додаток А

Порядкові номери днів у звичайному році

Міс.												
Д.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351

18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29	—	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30	—	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31	—	90	—	151	—	212	243	—	304	—	365

Порядкові номери днів у високосному році

Д.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
2	2	33	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
3	3	34	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
4	4	35	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339

5	5	36	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
6	6	37	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
7	7	38	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
8	8	39	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
9	9	40	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
10	10	41	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
11	11	42	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
12	12	43	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
13	13	44	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
14	14	45	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
15	15	46	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
16	16	47	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
17	17	48	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
18	18	49	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
19	19	50	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
20	20	51	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
21	21	52	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
22	22	53	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
23	23	54	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
24	24	55	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
25	25	56	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
26	26	57	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361

27	27	58	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
28	28	59	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
29	29	60	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
30	30	—	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365
31	31	—	91	—	152	—	213	244	—	305	—	366