

Міністерство освіти та науки України  
Запорізький національний технічний університет

1070

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

з вивчення дисципліни

**"Електродинаміка та поширення радіохвиль"**

та виконання контрольних завдань

для студентів спеціальності 8.090.701

заочної форми навчання

Запорізький національний  
технічний університет  
Наукова бібліотека

2002

Методичні вказівки з вивчення дисципліни “Електродинаміка та поширення радіохвиль” та виконання контрольних завдань для студентів спеціальності 8.090.701 заочної форми навчання/Укл. Л.М. Логачова, Т.І. Бугрова. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2002. - 92 с.

Укладачі: Л.М. Логачова, ст. викладач  
Т.І. Бугрова, ст. викладач

Рецензент: доцент, к.т.н. В.П.Дмитренко

Відповідальний  
за випуск: Л.М. Логачова, ст. викладач

**Зитверджено**  
**на засіданні кафедри**  
**“Радіотехніка”**  
Протокол № 1  
від “ 22 ” лютого 2002 р.

## З М І С Т

|                                                                                              | стор. |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....                                                           | 5     |
| 2 РОБОЧА ПРОГРАМА ПЕРШОЇ ЧАСТИНИ КУРСУ<br>“ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ<br>РАДІОХВИЛЬ” ..... | 7     |
| 3 ПЕРЕЛІК ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ .....                                                           | 15    |
| 4 ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №1 .....                                                    | 16    |
| 5 РОБОЧА ПРОГРАМА ДРУГОЇ ЧАСТИНИ КУРСУ<br>“ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ<br>РАДІОХВИЛЬ” ..... | 58    |
| 6 ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №2 .....                                                    | 65    |
| 7 ПРИКЛАДИ РІШЕНЬ ЗАДАЧ.....                                                                 | 78    |
| РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....                                                                | 86    |
| ДОДАТОК А .....                                                                              | 87    |

**ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ**

НВЧ – надвисокі частоти

СТП – стандарт підприємства

МЗЧ – максимально застосована частота

УЧХ – ультракороткі хвилі

КХ – короткі хвилі

2001

## 1 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Дані методичні вказівки складені у відповідності з програмою курсу “Електродинаміка та поширення радіохвиль”, в якій студенти вивчають основні закони електромагнетизму, а також теорію поширення електромагнітних хвиль у різних середовищах та напрямних системах.

Даний курс базується на початкових поняттях про електромагнітні явища та хвилі, які студенти отримали при вивченні фізики (розділ “Електрика та магнетизм”, “Оптика”, “Коливання та хвилі”), та відомості з векторної алгебри, векторного аналізу, диференціальних рівнянь у часткових похідних, які студенти отримали з курсу вищої математики.

Основна мета курсу – ознайомити студентів з основами теорії електромагнітних явищ та радіохвиль; методами теоретичних та експериментальних досліджень електромагнітного поля; навчити практичному застосуванню теорії електромагнітного поля при аналізі та проектуванні антен, радіопристроїв та радіосистем.

Студенти заочного відділення університету, що навчаються за фахом “Радіотехніка”, вивчають курс “Електродинаміка та поширення радіохвиль” протягом двох семестрів. У третьому семестрі вивчається перша частина курсу – “Електродинаміка”, у четвертому – його друга частина – “Поширення радіохвиль”.

Матеріал, який вивчається у першій частині курсу, є теоретичним фундаментом другої частини, а також необхідний для розуміння наступних спеціальних дисциплін: “Електронні прилади НВЧ та квантові прилади”, “Пристрої НВЧ та антени”.

Навчальна робота над курсом складається з наступних елементів: прослуховування настановних лекцій, самостійне вивчення матеріалу по навчальній літературі, самоконтроль, здійснюваний за допомогою відповідей на контрольні запитання, виконання контрольних завдань, виконання, оформлення та захист лабораторних робіт, консультації та складання іспитів.

Учебним планом з курсу передбачені настановні лекції в період настановних зборів в обсязі 16 годин, 12 годин лабораторних занять, 2 години практичних занять, 2 контрольні роботи, курсова робота у четвертому семестрі.

Учбовий матеріал треба вивчати систематично протягом усього семестру, складаючи при цьому конспект. Вивчивши черговий розділ курсу, треба спробувати відповісти на контрольні запитання, які приведені у розділі "Контрольні питання". При виникненні труднощів можна одержати консультацію на кафедрі.

Література, яка необхідна для вивчення курсу "Електродинаміка та поширення радіохвиль" приведена наприкінці дійсних методичних вказівок. Основним навчальним посібником по першій частині курсу рекомендується [1,2], по другій частині -- [4, 5]. Інші посібники можна використовувати як додаткову літературу.

При виконанні лабораторних робіт треба керуватися методичними вказівками до лабораторних робіт з дисципліни "Електродинаміка та поширення радіохвиль".

Курсова робота виконується відповідно по методичним вказівкам до курсової роботи з дисципліни "Електродинаміка та поширення радіохвиль" у двох частинах.

Оформлення звітів з лабораторних робіт та курсової роботи необхідно виконувати, враховуючи вимоги СТП 15-96 "Стандарт підприємства, вимоги та правила оформлення".

Наприкінці варто привести список використаної літератури і залишити одну-дві чистих сторінок для роботи над помилками. Усі виправлення виконуються в тій же зошиті.

До іспитів допускаються тільки ті студенти, що виконали контрольні роботи та захистили всі лабораторні роботи.

## 2 РОБОЧА ПРОГРАМА ПЕРШОЇ ЧАСТИНИ КУРСУ "ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ"

### 2.1 Вектори електромагнітного поля

Заряд, об'ємна, поверхнева і лінійна щільність заряду; струм, щільність струму.

Вектори електромагнітного поля: вектор напруженості електричного поля, вектор електричної індукції, вектор напруженості магнітного поля, вектор магнітної індукції.

Величини, що характеризують електричні і магнітні властивості середовища: діелектрична проникність, магнітна проникність, питома провідність. Матеріальні рівняння. Класифікація середовищ.

Способи графічного зображень полів.

Література: [1, с.8-18; 2, с.10-33].

#### Контрольні питання до теми 2.1

1. Дайте визначення і вкажіть одиниці виміру наступних величин: об'ємна, поверхнева і лінійна щільність заряду; щільність струму, щільність поверхневого струму.
2. Вектори, що характеризують електромагнітне поле. У яких одиницях вони вимірюються?
3. Опишіть явища поляризації і намагнічування речовини. Що таке вектор поляризованості та вектор намагніченості середовища?
4. Якими величинами описуються електромагнітні властивості середовища? Напишіть матеріальні рівняння.
5. Назвіть ознаки, по яких класифікують середовища в електродинаміці. Приведіть приклади різних середовищ. Чи завжди вектори напруженості й індукції електричних та магнітних полів паралельні?
6. Що таке сплової лінії поля?

### 2.2 Основні рівняння електродинаміки як результат узагальнення дослідницьких фактів

Закон збереження заряду, рівняння неперервності.

Закон повного струму в домаквеловському трактуванні, його протиріччя закону збереження заряду. Введення Максвелом поняття струму зсуву. Перше рівняння Максвела в інтегральній і диференціальній формі.

Закон електромагнітної індукції. Друге рівняння Максвела в інтегральній і диференціальній формі.

Третє і четверте рівняння Максвела в інтегральній і диференціальній формі.

Повна система рівнянь Максвела. Сторонні струми і заряди. Рівняння Максвела в комплексній формі, комплексні діелектрична і магнітна проникності.

Літератур а: [1, с.18-36; 2, с.13-42].

### Контрольні питання до теми 2.2

1. Розповісти про найбільш важливі експериментальні роботи що дозволили сформулювати основні рівняння електродинаміки (досвіди Кулона, Ерстеда, Ампера, Фарадея). Напишіть повну систему основних рівнянь електродинаміки в інтегральній і диференціальній формі. Поясніть зміст кожного рівняння.
2. Одержить третє і четверте рівняння Максвела в диференціальній формі, як наслідок закону збереження заряду і перших двох рівнянь.
3. Що таке густина струму зміщення, яка його роль у електромагнітних явищах та його розмірність?
4. Що таке комплексна діелектрична та магнітна проникність?
5. Рівняння Максвела у комплексній формі.
6. Дати поняття комплексних амплітуд.

### 2.3 Деякі наслідки основних рівнянь електродинаміки

Баланс енергії електромагнітного поля, теорема Умова-Пойнтинга. Вектор Пойнтинга.

Теорема про єдиність рішення основних рівнянь електродинаміки (без доказу).

Зв'язок векторів електромагнітного поля на границі розділу двох середовищ (граничні умови).

Література: [1, с.37-44, 47-61; 2, с.42-67].

### Контрольні питання до теми 2.3

1. Напишіть рівняння балансу енергії електромагнітного поля, поясніть зміст кожної складової частини у цьому рівнянні.
2. Чи можуть вектори напруженості електричного поля і щільності струму провідності бути антипаралельними?
3. Сформулюйте теорему про єдність рішення системи основних рівнянь електродинаміки.
4. Теорема Пойнтинга для векторів електромагнітного поля.
5. Фізичний сенс вектору Пойнтинга.
6. Граничні умови для векторів електричного поля.
7. Граничні умови для векторів магнітного поля.
8. Поняття про комплексну потужність. Теорема Умова-Пойнтинга у комплексній формі.

### 2.4 Хвильові рівняння. Електродинамічні потенціали

Хвильові рівняння для векторів поля (неоднорідні й однорідні рівняння Даламбера). Векторний і скалярний потенціали. Рішення хвильових рівнянь у виді потенціалів, що записуються. Вектор Герця. Рівняння Гельмгольца для векторів електромагнітного поля.

Література: [1, с. 70-87].

### Контрольні питання до теми 2.4

1. Покажіть, як перейти від рівнянь Максвелла до хвильових рівнянь для векторів електромагнітного поля. У яких випадках доцільно користатися цими рівняннями?
2. Як одержати хвильові рівняння для електродинамічних потенціалів? Як зв'язати електродинамічні потенціали з векторами поля? Який вид має рішення хвильових рівнянь для електродинамічних потенціалів?
3. Вектор Герця. Як зв'язаний вектор Герця з векторами поля?
4. Рівняння Гельмгольца у декартових координатах.

### 2.5 Випромінювання електромагнітних хвиль

Елементарний електричний випромінювач. Напруженість поля елементарного електричного випромінювача. Поділення простору навколо випромінювача на зони, основні особливості поля випромінювача в

ближній, проміжній і далекій зонах. Діаграма спрямованості випромінювання. Потужність, що випромінюється, опір випромінювання.

Елементарний магнітний випромінювач. Розрахунок напруженості поля, створюваного елементарним магнітним випромінювачем. Основні особливості поля, створюваного випромінювачем.

• Теорема еквівалентності і принцип Гюйгенса-Кірхгофа. Поняття про елемент Гюйгенса. Лема Лоренца і теорема взаємності.

Література: [1, с.137-166; 2, с.106-129].

### Контрольні питання до теми 2.5

1. Які випромінювачі називають елементарними? Для чого потрібно знати властивості елементарних випромінювачів?
2. По яких ознаках поділяють простір навколо випромінювача на зони? Опишіть основні особливості електромагнітного поля, яке створюється елементарним електричним випромінювачем у кожній зоні.
3. Що таке функція спрямованості і діаграма спрямованості випромінювання? Зображення діаграми спрямованості випромінювання елементарного електричного випромінювача.
4. Поясніть суть принципу перестановної подвійності основних рівнянь електродинаміки. Як він використовується при розрахунку поля елементарного магнітного випромінювача?
5. Поясніть зміст і практичне значення теорем еквівалентності та взаємності.
6. Що таке елемент Гюйгенса?

### • 2.6 Плоскі електромагнітні хвилі в однорідному ізотропному середовищі

Основні поняття: хвильова поверхня (фронт), класифікація електромагнітних хвиль за формою фронту (сферичні, циліндричні та плоскі хвилі). Поляризація електромагнітних хвиль.

Плоскі хвилі в однорідному ізотропному середовищі без втрат: рішення хвильового рівняння для векторів поля, структура поля, фазова швидкість, характеристичний опір середовища.

Плоскі хвилі в однорідному ізотропному середовищі з втратами: комплексний коефіцієнт поширення, коефіцієнт фази, коефіцієнт

загасання, характеристичний опір середовища, структура поля, дисперсія, групова швидкість.

Глибина проникнення поля в середовище, поверхневий ефект.

Література: [1, с.170-180; 2, с.130-143].

### Контрольні питання до теми 2.6

1. Що називається фронтом хвилі? Як класифікують електромагнітні хвилі за формою фронту?
2. Що таке поляризація електромагнітних хвиль? Які види поляризації вам відомі?
3. Напишіть вираз для напруженості електричних і магнітних полів плоскої хвилі, що поширюється в ідеальному діелектрику. Опишіть основні властивості поля цієї хвилі.
4. Напишіть вираз для напруженості електричних і магнітних полів плоскої хвилі, що поширюється в середовищі, що володіє електропровідністю. Якими особливостями володіє поле цієї хвилі?
5. Що таке фазова швидкість та групова швидкість?
6. Як обчислити довжину хвилі в середовищі, що володіє електропровідністю, якщо відомі параметри середовища і частота?
7. Виведіть формули для обчислення коефіцієнта фази і коефіцієнта загасання. Як спростити ці формули у випадку добре провідного середовища і реального діелектрика?
8. Що називають глибиною проникнення поля в середовище? Як її обчислити?

### 2.7 Хвильові явища на межі розділу двох середовищ

Відбиття та заломлення нормально та паралельно поляризованих хвиль при падінні на границю розділу двох середовищ. Закони Снелліуса і формули Френеля.

Кут повного заломлення (кут Брюстера). Особливості заломлення хвиль у провідних середовищах.

Повне відбиття від границі розділу двох середовищ, поверхневий ефект.

Плоскопаралельний хвилевід. Його параметри.

Література: [1, с.188-214; 2, с.143-165].

### Контрольні питання до теми 2.7

1. Що називають площиною падіння хвилі? Які хвилі називають паралельно поляризованими і нормально поляризованими?
2. Напишіть вираз для напруженості поля плоскої хвилі, що поширюється в напрямку, який не збігається з напрямками вісей декартових координат.
3. Що називають кутом падіння і кутом заломлення?
4. Що називають коефіцієнтом відбиття і коефіцієнтом заломлення?
5. Напишіть формули Френеля для паралельної та нормальної поляризації. Зобразіть залежність модуля і аргументу коефіцієнта відбиття від кута падіння (чи кута ковзання) для випадку паралельної і нормальної поляризації падаючої хвилі.
6. Що називають кутом повного заломлення (кутом Брюстера)? Поясніть природу цього явища. Як це явище використовується в техніці?
7. Що таке неоднорідна плоска хвиля?
8. При яких умовах відбувається повне відбиття від межі розділу двох середовищ? Опишіть основні особливості поля поверхневих хвиль, що виникають при повному відбитті від границі розділу двох середовищ.
9. Як визначити амплітуду і початкову фазу напруженості поля відбитої і заломленої хвиль, якщо відомі кут падіння і комплексна амплітуда поля падаючої хвилі, а також електричні параметри середовищ по обидві боки границі розділу?

### 2.8 Електромагнітні хвилі в напрямних системах

Напрявні системи. Класифікація напрямлених електромагнітних хвиль (хвилі типу Т, Е и Н, змішані хвилі ЕН і НЕ). Елементи загальної теорії напрямних систем (хвильове рівняння і його рішення, критична довжина хвилі, фазова і групова швидкості).

Прямокутний хвилевід; рішення хвильового рівняння для прямокутного хвилеводу; структура електромагнітного поля; критична довжина хвилі, діаграма типів хвиль, умова існування хвилі основного типу; довжина хвилі в хвилеводі; фазова і групова швидкості; струми і заряди в стінках хвилеводу; потужність, яка

передається по хвилеводу; розрахунок загасання; вибір розмірів хвилеводу.

Круглий хвилевід: рішення хвильового рівняння для круглого хвилеводу; структура електромагнітного поля і струмів у стінках хвилеводу; критична довжина хвилі, діаграма типів хвиль; хвиля основного типу.

Поняття про хвилі в коаксіальних і полоскових хвилеводах. Діелектричні хвилеводи і світловоди. Хвилеводи складної форми. Поняття про збудження поля в хвилеводах.

Література: [1, с.270-282, 284-293, 295-299, 301-306; 2. с.206-286]

### Контрольні питання до теми 2.8

1. Які пристрої називають напрямними системами? Які види напрямних систем ви знаєте?
2. Які типи електромагнітних хвиль можуть існувати в напрямних системах?
3. Виведіть вираз для складових векторів напруженості електричного і магнітного поля в прямокутному хвилеводі.
4. Що таке критична довжина хвилі? Як її обчислити для прямокутного (круглого) хвилеводу?
5. Який тип хвилі є основним у прямокутному (круглому) хвилеводі? Чому? Зобразити структуру електромагнітного поля і струмів хвилі основного типу в прямокутному (круглому) хвилеводі.
6. Як обчислити довжину хвилі в хвилеводі?
7. Напишіть формули для обчислення фазової і групової швидкостей поширення хвиль у хвилеводі. Зобразити залежність цих швидкостей від частоти.
8. Як обчислити потужність, передану по хвилеводу? Від чого залежить гранична потужність, передана по хвилеводу?
9. Як вибрати оптимальні розміри хвилеводу для заданої частоти?
10. Який тип хвилі є основним у коаксіальній лінії? Зобразити структуру електромагнітного поля цієї хвилі.
11. Яким способом збуджують електромагнітні поля в хвилеводах?

## 2.9 Об'ємні резонатори

Об'ємні резонатори: прямокутний, циліндричний, коаксіальний. Розрахунок поля в резонаторі. Резонансні частоти. Добротність резонатора. Поняття про способи збудження поля в резонаторах.

Літератур а; [1, с.335-355; 2, с.318-342].

### Контрольні питання до теми 2.9

1. Чому в діапазоні НВЧ не використовують коливальні контури з зосередженими параметрами? Що таке об'ємний резонатор?
2. Як визначити резонансну частоту об'ємного резонатора? Виведіть формулу для обчислення резонансної частоти.
3. Як обчислити добротність об'ємного резонатору?
4. Як збуджують коливання в об'ємному резонаторі?

### **3 ПЕРЕЛІК ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ**

1. Лабораторна робота №1. Зони Френзеля.
2. Лабораторна робота №2. Дослідження інтерференційної структури поля випромінювача, піднятого над плоскою землею.
3. Лабораторна робота №3. Дослідження поля при антенах, розташованих на землі.
4. Лабораторна робота №4. Поле випромінювача за непрозорим екраном.
5. Лабораторна робота №5. Дослідження поляризації електромагнітного поля.
6. Лабораторна робота №6. Вивчення резонансних властивостей об'ємних резонаторів.
7. Лабораторна робота №7. Дослідження структури поля у прямокутному хвилеводі.

## 4 КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### 4.1 Вказівки до виконання контрольних робіт

У третьому семестрі виконується контрольна робота 1, а у четвертому семестрі - контрольна робота 2. Завдання до них складені таким чином: до контрольної роботи №1 існують шість варіантів завдань по 20 задач у кожному. Студент вирішує 6 задач (по одній задачі з кожного завдання) за варіантом відповідно до свого номера у списку академічної групи. Завдання до контрольної роботи № 2 складені в десятих варіантах. Числові дані до кожної задачі мають чотири варіанти. Студент виконує варіант контрольної роботи, що відповідає останній цифрі свого шифру (номера залікової книжки), а числові дані до задачі бере з таблиць відповідно до передостанньої цифри шифру. Наприклад: шифр (номер залікової книжки) -335217; остання цифра шифру - 7, тобто виконується сьомий варіант контрольної роботи; числові дані до задач беруться з другого рядка таблиць, що відповідає передостанній цифрі шифру - 2 (у першому стовпчику таблиць дані дві останні цифри шифру).

Завдання складаються з задач, зміст яких відповідає основним розділам програми. Тому контрольну роботу варто виконувати паралельно з вивченням теоретичного матеріалу.

Рішення задач варто проводити в загальному виді до одержання формули, що визначає необхідну величину, потім підставити у формулу числа і зробити обчислення. Результат обчислень приводити в одиницях СІ. При використанні готових формул треба вказувати джерело (назва книги і номер формули в цій книзі чи сторінку, на якій знаходиться формула). Рішення задачі варто супроводжувати короткими поясненнями, а наприкінці обговорити отриманий результат. При написанні формул використовувати літерні позначення фізичних величин, що приведені в табл.4.1.

Таблиця 4.1

| Найменування величини                              | Позначення      |
|----------------------------------------------------|-----------------|
| Вектор напруженості електричного поля:             |                 |
| миттєве значення                                   | $\vec{E}$       |
| амплітуда                                          | $\vec{E}_m$     |
| комплексна амплітуда                               | $\dot{\vec{E}}$ |
| Вектор напруженості магнітного поля                | $\vec{H}$       |
| Вектор електричної індукції                        | $\vec{D}$       |
| Вектор магнітної індукції                          | $\vec{B}$       |
| Вектор Пойнтинга                                   | $\vec{P}$       |
| Довжина хвилі у вільному просторі                  | $\lambda$       |
| Довжина хвилі в хвильоводі                         | $\Lambda$       |
| Смність                                            | $c$             |
| Заряд                                              | $q$             |
| Індуктивність власна                               | $L$             |
| Індуктивність взаємна                              | $M$             |
| Коефіцієнт загасання                               | $\alpha$        |
| Коефіцієнт фази                                    | $\beta$         |
| Коефіцієнт відбиття на межі розділу двох середовищ | $R$             |
| Коефіцієнт проходження в друге середовище          | $T$             |
| Коефіцієнт підсилення антени                       | $G$             |
| Концентрація електронів                            | $N_e$           |
| Коефіцієнт поширення                               | $k$             |
| Потужність                                         | $P$             |
| Напруга                                            | $U$             |
| Потенціал                                          | $\varphi$       |
| Потік вектора магнітної індукції                   | $\Phi$          |
| Потощеплення                                       | $\psi$          |

## Продовження таблиці 4.1

| Найменування величини                   | Позначення   |
|-----------------------------------------|--------------|
| Проникність діелектрична абсолютна      | $\epsilon_a$ |
| Проникність діелектрична відносна       | $\epsilon_r$ |
| Проникність магнітна абсолютна          | $\mu_a$      |
| Проникність магнітна відносна           | $\mu_r$      |
| Площа поверхні                          | $S$          |
| Сила струму                             | $I$          |
| Опір характеристичний                   | $Z_c$        |
| Кут втрат                               | $\delta$     |
| Питома електропровідність               | $\gamma$     |
| Частота                                 | $f$          |
| Частота резонансна                      | $f_0$        |
| Частота критична хвилеводу              | $f_{кр}$     |
| Число зіткнень                          | $\nu$        |
| Енергія електромагнітна                 | $W$          |
| Електрична постійна                     | $\epsilon_0$ |
| Магнітна постійна                       | $\mu_0$      |
| Щільність струму                        | $\vec{j}$    |
| Швидкість поширення у вільному просторі | $\nu_0$      |
| Швидкість фазова                        | $\nu_{\phi}$ |
| Швидкість групова                       | $\nu_{гр}$   |

Контрольна робота оформляється в зошиті обсягом 12-18 аркушів. На титульному листі обов'язково вказати прізвище, ім'я і по батькові (повністю); курс і групу; шифр (номер залікової книжки), назва навчальної дисципліни і номер варіанта; поштовий індекс і домашня адреса. На кожній сторінці залишити поля шириною 3 см. Умова задач переписати в зошит цілком. Графіки виконувати на комп'ютері з використанням математичного пакету "MATHCAD".

## 4.2 Завдання до контрольної роботи №1

### Завдання 1. Векторна алгебра

#### Задача №1.1

Дані вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ . Необхідно:

- обчислити змішаний добуток трьох векторів;
- знайти модуль векторного добутку;
- обчислити скалярний добуток двох векторів;
- перевірити, чи будуть колінеарні або ортогональні два вектори;
- перевірити, чи будуть компланарні три вектори (табл. 1.1).

### Завдання 2. Електромагнітна хвиля у середовищі

#### Задача №2.1

Плоска електромагнітна хвиля, частота якої дорівнює 15 МГц, поширюється у повітрі. Визначити фазову швидкість хвилі ( $v_{\phi}$ ), сталу поширення ( $\beta$ ) та довжину хвилі ( $\lambda_c$ ). Як зміняться ці величини, якщо хвиля тієї ж частоти буде поширюватися у середовищі з параметрами:

$$\epsilon_r=80, \mu_r=1, \gamma = 10^{-3} \frac{\text{См}}{\text{м}}.$$

Таблица 4.2

| № вар | Вектор $\vec{a}$             | Вектор $\vec{b}$             | Вектор $\vec{c}$               | а)                              | б)                    | в)                     | г)                 | д)                              |
|-------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1     | 2                            | 3                            | 4                              | 5                               | 6                     | 7                      | 8                  | 9                               |
| 1.0   | $3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$  | $2\vec{j}-3\vec{k}$          | $-3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$   | $\vec{a}, -3\vec{b}, 2\vec{c}$  | $5\vec{a}, 3\vec{c}$  | $-2\vec{a}, 4\vec{b}$  | $\vec{a}, \vec{c}$ | $5\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$  |
| 1.1   | $4\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$  | $2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$ | $7\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$   | $7\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$ | $3\vec{a}, 5\vec{c}$  | $2\vec{b}, 4\vec{c}$   | $\vec{b}, \vec{c}$ | $7\vec{a}, 2\vec{b}, 5\vec{c}$  |
| 1.2   | $4\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ | $2\vec{i}+\vec{k}$           | $-12\vec{i}-6\vec{j}-9\vec{k}$ | $2\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$   | $4\vec{a}, 3\vec{b}$  | $\vec{b}, -4\vec{c}$   | $\vec{a}, \vec{c}$ | $2\vec{a}, 3\vec{b}, -4\vec{c}$ |
| 1.3   | $-\vec{i}+5\vec{k}$          | $3\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$ | $-2\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}$   | $3\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$ | $7\vec{a}, -3\vec{c}$ | $3\vec{a}, 2\vec{b}$   | $\vec{b}, \vec{c}$ | $7\vec{a}, 2\vec{b}, -3\vec{c}$ |
| 1.4   | $7\vec{i}-4\vec{j}-5\vec{k}$ | $\vec{i}-11\vec{j}+3\vec{k}$ | $5\vec{i}+5\vec{j}+3\vec{k}$   | $3\vec{a}, -7\vec{b}, 2\vec{c}$ | $2\vec{b}, 6\vec{c}$  | $-4\vec{a}, -5\vec{c}$ | $\vec{a}, \vec{c}$ | $-4\vec{a}, 2\vec{b}, 6\vec{c}$ |

Продовження таблиці 4.2

| 1    | 2          | 3          | 4          | 5              | 6         | 7         | 8      | 9              |
|------|------------|------------|------------|----------------|-----------|-----------|--------|----------------|
| 1.5  | $4i-6j-2k$ | $2i+3j+k$  | $3i-5j+7k$ | $6a, 3b, 8c$   | $6a, -7b$ | $-5a, 4c$ | $a, b$ | $-5a, 3b, 4c$  |
| 1.6  | $3i-j+2k$  | $-i+5j+4k$ | $6i-2j+4k$ | $4a, -7b, -2c$ | $6a, -4c$ | $-2a, 5b$ | $a, c$ | $6a, -7b, -2c$ |
| 1.7  | $-3i-j-5k$ | $2i-j+8k$  | $3i-7j-k$  | $2a, -b, 3c$   | $-9a, +c$ | $5b, -6c$ | $b, c$ | $2a, 5b, -6c$  |
| 1.8  | $3i+2j+7k$ | $i-5k$     | $6i+4j-k$  | $-2a, b, 7c$   | $5a, -2c$ | $3b, c$   | $a, c$ | $-2a, 3b, 7c$  |
| 1.9  | $3i-j+5k$  | $2i-j+6k$  | $i-2j+3k$  | $-3a, 4b, -5c$ | $6b, 3c$  | $a, 4c$   | $b, c$ | $-3a, 4b, -5c$ |
| 1.10 | $4i-5j-4k$ | $5i-j$     | $2i+4j-3k$ | $a, 7b, -2c$   | $-5a, 4b$ | $-3a, 8c$ | $a, c$ | $-3a, 4b, 8c$  |

Продовження таблиці 4.2

| 1    | 2                       | 3                      | 4                      | 5                              | 6                   | 7               | 8                  | 9                        |
|------|-------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------------|---------------------|-----------------|--------------------|--------------------------|
| 1.11 | $-9i+4\bar{k}$          | $2i-4\bar{j}+6\bar{k}$ | $3i-6\bar{j}+9\bar{k}$ | $3a, -5\bar{b}, -\frac{4c}{4}$ | $6\bar{b}, 2c$      | $-2a, 8c$       | $\bar{b}, c$       | $3a, 6\bar{b}, -4c$      |
| 1.12 | $5i-6\bar{j}-4\bar{k}$  | $4i+8\bar{j}-7\bar{k}$ | $5i-4\bar{k}$          | $5a, 3\bar{b}, -4c$            | $\bar{a}, 4\bar{b}$ | $7a, -2c$       | $\bar{a}, \bar{b}$ | $5a, 4\bar{b}, -2c$      |
| 1.13 | $6i-4\bar{j}+6\bar{k}$  | $9i-6\bar{j}+9\bar{k}$ | $i-8\bar{k}$           | $2a, -4\bar{b}, 3c$            | $3\bar{b}, -9c$     | $3a, -5c$       | $\bar{a}, \bar{b}$ | $3a, -4\bar{b}, -9c$     |
| 1.14 | $5i-3\bar{j}+4\bar{k}$  | $2i-4\bar{j}-2\bar{k}$ | $3i+5\bar{j}-7\bar{k}$ | $\bar{a}, -4\bar{b}, 2c$       | $-2\bar{b}, 4c$     | $-3a, 6c$       | $\bar{b}, c$       | $\bar{a}, -2\bar{b}, 6c$ |
| 1.15 | $-4i+3\bar{j}-7\bar{k}$ | $4i+6\bar{j}-2\bar{k}$ | $6i+9\bar{j}-3\bar{k}$ | $-2a, \bar{b}, -2c$            | $4\bar{b}, 7c$      | $5a, -3\bar{b}$ | $\bar{b}, c$       | $-2a, 4\bar{b}, 7c$      |
| 1.16 | $-5i+2\bar{j}-2\bar{k}$ | $7i-5\bar{k}$          | $2i+3\bar{j}-2\bar{k}$ | $2a, 4\bar{b}, -\frac{5c}{5}$  | $-3\bar{b}, 11c$    | $8a, -6c$       | $\bar{a}, c$       | $8a, -3\bar{b}, 11c$     |
| 1.17 | $-4i-6\bar{j}+2\bar{k}$ | $2i+3\bar{j}-\bar{k}$  | $-i+5\bar{j}-3\bar{k}$ | $5a, 7\bar{b}, 2c$             | $11a, -4\bar{b}$    | $3a, -7c$       | $\bar{a}, \bar{b}$ | $3a, 7\bar{b}, -2c$      |

Продовження таблиці 4.2

| 1    | 2                      | 3                            | 4                         | 5             | 6         | 7         | 8                  | 9                  |
|------|------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|
| 1.18 | $\frac{-4i+2j-3k}{3k}$ | $-3i+5k$                     | $6i+6j-4k$                | $5a, -b, 3c$  | $-7a, 4c$ | $3a, 9b$  | $\bar{a}, \bar{c}$ | $3a, -9b, 4c$      |
| 1.19 | $-3i+8j$               | $2i+3j-2k$                   | $8i+12j-8k$               | $4a, -6b, 5c$ | $-7a, 9c$ | $3b, -8c$ | $\bar{b}, \bar{c}$ | $4a, -6b, 9c$      |
| 1.20 | $2i-4j-2k$             | $-9i+2k$                     | $3i+5j-7k$                | $7a, 5b, -c$  | $-5a, 4b$ | $3b, -8c$ | $\bar{a}, \bar{c}$ | $7a, 5b, -c$       |
| 1.21 | $9i-3j+k$              | $\frac{3i-15j+21k}{15j+21k}$ | $i-5j+7k$                 | $2a, -7b, 3c$ | $-6a, 4c$ | $7a, 5b$  | $\bar{b}, \bar{c}$ | $2a, -7b, 4c$      |
| 1.22 | $\frac{-2i+4j-3k}{3k}$ | $5i+j-2k$                    | $7i+4j-k$                 | $-6b, 2c$     | $-8b, 5c$ | $-9a, 7c$ | $\bar{a}, \bar{b}$ | $\bar{a}, -6b, 5c$ |
| 1.23 | $\frac{-9i+4j-5k}{5k}$ | $i-2j+4k$                    | $\frac{-5i+10j-20k}{20k}$ | $-2a, 7b, 5c$ | $-6b, 7c$ | $9a, 4c$  | $\bar{b}, \bar{c}$ | $-2a, 7b, 4c$      |
| 1.24 | $2i-7j+5k$             | $-i+2j-6k$                   | $3i+2j-4k$                | $-3a, 6b, -c$ | $5b, 3c$  | $7a, -4b$ | $\bar{b}, \bar{c}$ | $7a, -4b, 3c$      |

**Задача №2.2**

У скільки разів зменшиться амплітуда напруженості електричного поля хвилі, яка поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=80$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ , при проходженні відстані  $r=10$  м, якщо частота коливань: а) 50 кГц; б) 50 МГц? Чому дорівнює довжина хвилі на цих частотах?

**Задача №2.3**

Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=80$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 10^{-3} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ , частота коливань дорівнює  $f=22,5$  МГц. Знайти фазову швидкість ( $v_\phi$ ) та довжину хвилі; відстань, на якій амплітуда поля зменшиться у 10 разів.

**Задача №2.4**

Плоска електромагнітна хвиля, частота якої  $f=0,15$  МГц, поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=4$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 10^{-3} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ . Визначити довжину хвилі, фазову швидкість, коефіцієнт загасання. На якій відстані амплітуда напруженості поля зменшиться у  $10^6$  разів?

**Задача №2.5**

Плоска електромагнітна хвиля, частота якої  $f=15$  МГц, поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=4$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 10^{-3} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ . Визначити довжину хвилі, фазову швидкість, коефіцієнт фази, коефіцієнт загасання. На якій відстані амплітуда напруженості поля зменшиться у  $10^5$  разів?

**Задача №2.6**

Деякий діелектрик на частоті 10 ГГц має параметри  $\epsilon_r=3,8$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\text{tg} \delta_e = 10^{-4}$ . Визначити довжину хвилі, коефіцієнт загасання та характеристичний опір такого середовища.

**Задача №2.7**

Кераміка титанат барію ( $\text{BaTiO}_3$ ) на частоті 10 ГГц має параметри  $\epsilon_r=144$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\text{tg}\delta_e=0,6$ . Визначити довжину хвилі, коефіцієнт загасання та характеристичний опір такого середовища.

**Задача №2.8**

Визначити характеристичний опір металу з питомою електричною провідністю  $6 \cdot 10^7 \frac{\text{См}}{\text{м}}$  та відносною магнітною проникливістю  $\mu_r=1$  на частотах 10 кГц та 1 МГц.

**Задача №2.9**

Визначити комплексну амплітуду вектора напруженості електричного поля плоскої електромагнітної хвилі у металі з параметрами  $\gamma = 6 \cdot 10^7 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ,  $\mu_r=1$  на частотах  $f=10$  кГц та  $f=1$  МГц, якщо в заданій точці простору комплексна амплітуда вектора напруженості магнітного поля  $\dot{H} = 25\bar{y}_0 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ .

**Задача №2.10**

Визначити фазову швидкість, коефіцієнт загасання та глибину проникнення поля для плоскої електромагнітної хвилі з частотою  $f=10$  МГц, якщо вона поширюється у металі з параметрами  $\gamma = 5 \cdot 10 \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ,  $\mu_r=1$ .

**Задача №2.11**

Плоска електромагнітна хвиля з частотою  $f=10^9$  Гц поширюється у середовищі з параметрами  $\epsilon_r=2,25$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\text{tg}\delta_e=0,01$ . Амплітуда електричного поля у площині  $z=0$  дорівнює  $100 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Визначити середню густину потоку потужності у площині  $z=1$  м.

**Задача №2.12**

Визначити фазову швидкість, довжину хвилі, коефіцієнт загасання та величину вектора магнітної складової поля плоскої однорідної хвилі, яка поширюється у поліетилені з параметрами  $\epsilon_r=2,25$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\operatorname{tg} \delta_\epsilon = 4 \cdot 10^{-4}$ . Електрична складова поля плоскої хвилі у поліетилені дорівнює  $1 \frac{\text{мВ}}{\text{м}}$  на частоті  $f=100$  МГц.

**Задача №2.13**

Плоска електромагнітна хвиля з частотою  $f=3$  ГГц поширюється у середовищі з параметрами  $\epsilon_r=20$ ,  $\mu_r=10$ ,  $\operatorname{tg} \delta_\epsilon = 0,01$ . Визначити довжину хвилі, фазову швидкість, коефіцієнт фази, коефіцієнт загасання. Визначити відстань, на якій амплітуда поля зменшується в 1000 разів.

**Задача №2.14**

Плоска електромагнітна хвиля поширюється у повітрі, має довжину  $\lambda=4$  м. Чому дорівнює довжина хвилі з тією ж частотою у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=10$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 10^{-2} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ? Знайти фазову швидкість в цьому середовищі.

**Задача №2.15**

Плоска електромагнітна хвиля, яка має частоту  $f=1,5$  МГц, поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=4$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 10^{-2} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ . Визначити довжину хвилі, фазову швидкість, коефіцієнт фази, коефіцієнт загасання. На якій відстані амплітуда напруженості поля зменшиться в  $10^3$  разів?

**Задача №2.16**

Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=10$ ,  $\mu_r=1$ ,  $\gamma = 10^{-2} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ . Частота хвилі  $f=0,3$  МГц. Визначити тип середовища, довжину хвилі в середовищі,

характеристичний опір, тангенс діелектричних втрат, коефіцієнт загасання, фазову швидкість.

#### Задача №2.17

Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r = 4 - j0.1$ ,  $\mu_r = 6 - j0.05$ . Частота хвилі  $f=150$  МГц. Визначити тип середовища, характеристичний опір, коефіцієнт фази, коефіцієнт загасання, групову швидкість.

#### Задача №2.18

Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r = 2 - j0.1$ ,  $\mu_r=1$ . Частота хвилі  $f=100$  МГц. Визначити сталу розповсюдження, характеристичний опір, фазову сталу.

#### Задача №2.19

Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами:  $\epsilon_r=1$ ,  $\mu_r = 4 - j0.2$ . Частота хвилі  $f=200$  МГц. Визначити тип середовища, амплітудну сталу, фазову сталу та втрати на відстані  $l=5$  м.

#### Задача №2.20

Плоска електромагнітна хвиля поширюється в середовищі з параметрами  $\epsilon_r = 6 - j0,2$ . Частота хвилі  $f=350$  МГц. Амплітуда напруженості електричного поля дорівнює  $1 \frac{В}{м}$ . Визначити характеристичний опір середовища, фазову сталу та середнє значення вектора Пойнтинга при  $z=50\lambda$ .

### Завдання 3. Граничні умови

#### Задача №3.1

Дотична складова вектора магнітної індукції у першому середовищі ( $\mu_{a1}=3\mu_0$ ) на межі розділу з другим середовищем ( $\mu_{a2}=5\mu_0$ ) дорівнює

$B_{1r}=3 \cdot 10^{-8} \frac{Вб}{м^2}$ . У другому середовищі вектор напруженості магнітного поля  $\vec{H}_2$  утворює з нормаллю до поверхні розділу кут  $25^0$ . Поверхневі струми відсутні. Знайти напруженість магнітного поля у обох середовищах на поверхні розділу.

### Задача №3.2

На межі розділу двох середовищ, відношення магнітних проникностей яких дорівнює  $\frac{\mu_{a1}}{\mu_{a2}} = 2,5$ ,  $H_{1n}=0,4 \frac{А}{м}$ ,  $B_{1r}=4 \cdot 10^{-7} \frac{Вб}{м^2}$ , причому кут між вектором  $\vec{H}_1$  та нормаллю до поверхні розділу дорівнює  $32^0$ . Знайти магнітні проникності середовищ та вектор магнітної індукції в обох середовищах на поверхні розділу.

### Задача №3.3

На межі розділу двох середовищ, відношення діелектричних проникностей яких дорівнює  $\frac{\epsilon_{a1}}{\epsilon_{a2}} = 3$ ,  $E_{1n}=0,2 \frac{В}{м}$ ,  $D_{1r}=10^{-11} \frac{Кл}{м^2}$ . Кут між вектором  $\vec{E}_2$  та нормаллю до поверхні розділу дорівнює  $45^0$ . Знайти діелектричні проникності та напруженості електричного поля в обох середовищах на границі розділу.

### Задача №3.4

Знайти поверхневу густину зарядів, розподілених на границі розділу двох середовищ з діелектричними проникностями  $\epsilon_{a1}=\epsilon_0$ ,  $\epsilon_{a2}=6\epsilon_0$  при умові, що вектор  $\vec{E}_2$  утворює з нормаллю до поверхні розділу у першому середовищі кут  $25^0$ , а у другому середовищі кут  $42^0$ , причому  $E_{1n}=4 \frac{В}{м}$ .

### Задача №3.5

Нормальна складова вектора напруженості електричного поля у першому середовищі ( $\epsilon_{a1}=\epsilon_0$ ) на межі розділу з другим середовищем

( $\epsilon_{a2}=8\epsilon_0$ ) дорівнює  $E_{1n}=2,5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . У другому середовищі вектор

електричної індукції  $\vec{D}_2$  утворює з нормаллю до поверхні розділу кут  $60^\circ$ . Поверхневі заряди відсутні. Знайти вектор електричної індукції в обох середовищах на поверхні розділу.

### Задача №3.6

Вектор напруженості вектор напруженості електричного поля на границі розділу двох діелектриків утворює з нормаллю до поверхні розділу кути  $60^\circ$  та  $30^\circ$  у першому та другому середовищах відповідно,

причому  $E_{2n}=0,3 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Відносна діелектрична проникність першого

середовища  $\epsilon_{r1}=4$ . Поверхневі заряди відсутні ( $\rho_s=0$ ). Знайти діелектричну проникність другого середовища та вектор електричної індукції в обох середовищах на межі розділу.

### Задача №3.7

Знайти відношення магнітних проникностей двох середовищ, якщо відомо, що кут між вектором напруженості магнітного поля та нормаллю до поверхні розділу у першому середовищі дорівнює  $30^\circ$ , а у другому середовищі –  $60^\circ$ . На поверхні розділу відсутні поверхневі струми.

### Задача №3.8

На межі розділу двох середовищ відношення магнітних проникностей

дорівнює  $\frac{\mu_{a1}}{\mu_{a2}} = 2,5$ , нормальна складова магнітного поля  $H_{1n}=0,4 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ ,

$B_{1\tau}=4 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2}$ , причому кут між вектором  $\vec{H}$  та нормаллю до

поверхні розділу дорівнює  $32^\circ$ . Знайти магнітні проникності середовищ та вектор магнітної індукції в обох середовищах на межі розділу.

**Задача №3.9**

Вектор електричної індукції на поверхні розділу двох діелектриків утворює з нормаллю до поверхні розділу кути  $45^\circ$  та  $85^\circ$  у першому та другому середовищах відповідно, причому  $D_{2r} = 7,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$ . Відносна діелектрична проникність першого середовища  $\epsilon_{r1} = 15$ . Поверхневі заряди відсутні. Знайти діелектричну проникність другого середовища та напруженість електричного поля в обох середовищах  $\vec{E}_1, \vec{E}$  (на поверхні розділу).

**Задача №3.10**

На межі розділу двох середовищ з параметрами  $\mu_{a1} = 2\mu_0$ ,  $\mu_{a2} = 8\mu_0$  вектор  $\vec{H}_1$  утворює з нормаллю до поверхні розділу у першому середовищі кут  $35^\circ$ , а вектор  $\vec{H}$  у другому середовищі утворює з нормаллю кут  $43^\circ$ , причому відома нормальна складова  $H_{1n} = 4 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ . Знайти поверхневу густину струму на межі розділу.

**Задача №3.11**

У першому середовищі на межі розділу відомі  $D_{1r} = 10^{-11} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$ ,  $E_{1n} = 9\pi \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . У другому середовищі на межі розділу  $E_{2r} = 1,2\pi \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Знайти вектори  $\vec{E}_1, \vec{E}$  та  $\vec{D}_1, \vec{D}$  в обох середовищах, якщо на межі розділу відсутні поверхневі заряди.

**Задача №3.12**

Знайти поверхневу густину струмів ( $J_{SN}$ ), що розподілені на межі розділу двох середовищ з магнітними проникностями  $\mu_{a1} = \mu_0$ ,  $\mu_{a2} = 6\mu_0$  при умові, що вектор  $\vec{H}$  утворює з нормаллю до поверхні розділу у першому середовищі кут  $40^\circ$ , а у другому кут  $62^\circ$ , причому  $H_{1n} = 4 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ .

**Задача №3.13**

Нормальна складова вектора напруженості електричного поля у першому середовищі ( $\epsilon_{a1}=4\epsilon_0$ ) на межі розділу з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=\epsilon_0$ ) дорівнює  $E_{1n}=5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . У другому середовищі вектор електричної індукції  $\vec{D}$  утворює з нормаллю до поверхні розділу кут  $30^\circ$ . Поверхневі заряди відсутні ( $\rho_s=0$ ). Знайти вектор електричної індукції  $\vec{D}_1, \vec{D}_2$  в обох середовищах на поверхні розділу.

**Задача №3.14**

Відношення магнітних проникностей на границі розділу двох середовищ дорівнює  $\frac{\mu_{a1}}{\mu_{a2}} = 5$ , причому дотична складова магнітного поля у першому середовищі дорівнює  $H_{1\tau}=0,6 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ , а нормальна складова вектора магнітної індукції  $B_{1n}=8 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2}$ . Кут між векторами  $\vec{H}_1$  та нормаллю до поверхні розділу дорівнює  $40^\circ$ . Знайти магнітні проникності обох середовищ ( $\mu_{a1}, \mu_{a2}$ ) та вектори магнітної індукції ( $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ ) в цих середовищах.

**Задача №3.15**

У першому середовищі на межі розділу двох середовищ відомі  $D_{1\tau}=10^{-11} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$ ,  $E_{1n}=9\pi \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . У другому середовищі на межі розділу  $E_{2\tau}=1,2\pi \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Визначити вектори  $\vec{E}_1, \vec{E}_2$  та  $\vec{D}_1, \vec{D}_2$  в обох середовищах, якщо на межі розділу відсутні поверхневі заряди. Кут між векторами  $\vec{E}_2$  та нормаллю дорівнює  $50^\circ$ .

**Задача №3.16**

У першому середовищі на межі розділу двох середовищ надані:  $V_{1\tau}=6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2}$ ,  $\Pi_{1\tau}=1,5 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ ,  $|\vec{\Pi}_1|=2 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ . У другому середовищі на межі розділу відомі:  $H_{1\tau}=1,0 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ , кут між вектором  $\vec{H}$  та нормаллю дорівнює  $30^\circ$ . Знайти вектори  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}$  в обох середовищах, а також густину поверхневого струму ( $J_{\text{SN}} \neq 0$ ) на межі розділу та напрямок вектору  $\vec{\Pi}_1$ .

**Задача №3.17**

Вектор електричної індукції в першому середовищі  $\vec{D}_1$  з параметрами  $\epsilon_{a1}=\epsilon_0$  дорівнює  $5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$  та утворює з нормаллю кут  $\alpha_1=30^\circ$ . Діелектрична проникність другого середовища  $\epsilon_{a2}=10\epsilon_0$ . Знайти вектор електричної напруженості  $\vec{E}$  та вектор електричної індукції  $\vec{D}$ , якщо густина поверхневих струмів на межі розділу  $\rho_S=4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$ .

**Задача №3.18**

На межі розділу двох середовищ знайти вектори  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{E}$  та  $\vec{D}_1$ ,  $\vec{D}$  при умові, що відсутні поверхневі заряди ( $\rho_S=0$ ). Причому у першому середовищі відомі  $D_{1n}=2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$ ,  $E_{1\tau}=8\pi \frac{\text{В}}{\text{м}}$ , а у другому середовищі на межі розділу  $E_{2n}=1,4\pi \frac{\text{В}}{\text{м}}$ ,  $\epsilon_{r1}=1$ .

**Задача №3.19**

Визначити діелектричну проникність першого середовища та вектор електричної індукції в обох середовищах ( $\vec{D}_1$ ,  $\vec{D}$ ), якщо відомо, що вектор  $\vec{E}_1$  утворює кут  $30^\circ$  з нормаллю, а вектор  $\vec{E}$  - кут  $60^\circ$  з

нормаллю до межі розділу двох середовищ, причому  $E_{2z}=0,5 \frac{\text{В}}{\text{м}}$  та відносна діелектрична проникність другого середовища дорівнює  $\epsilon_{r2} = 8$ .

### Задача №3.20

Вектор електричної індукції на поверхні розділу двох діелектриків утворює з нормаллю до поверхні розділу кути  $45^\circ$  та  $85^\circ$  у першому та другому середовищах відповідно, причому відносна діелектрична проникність першого середовища  $\epsilon_{r1} = 15$ , а дотична складова вектора електричної індукції  $D_{2z}=7,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$ . Знайти діелектричну проникність другого середовища ( $\epsilon_{r2}$ ) та напруженість електричного поля в обох середовищах ( $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ ) на поверхні розділу.

### Завдання 4. Миттєві та комплексні значення амплітуд векторів $\vec{E}$ та $\vec{H}$

#### Задача №4.1

У прямокутному хвилеводі електричне поле хвилі має такі складові:

$$\dot{E}_x = j \frac{\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b} y\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\dot{E}_y = -j \frac{\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\dot{E}_z = 0,$$

$$\text{де } \beta_x = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}, \quad \lambda_{\text{кр}} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad E_0 = 12 \frac{\text{В}}{\text{м}},$$

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}, \quad f = 10^9 \text{ Гц};$$

$a=20 \text{ см}$  – розмір широкої стінки хвилеводу;

$b=10$  см – розмір вузької стінки хвилеводу.

Заповнення хвилеводу – повітря ( $\epsilon_r=1$ ,  $\mu_r=1$ ).

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  у хвилеводі. Побудувати графік залежності складових поля від координат (декартова система) у момент часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з координатами т. М ( $x=10$  см;  $0$ ;  $0$ ), т. N ( $x=10$  см;  $y=5$  см;  $0$ ).

#### Задача №4.2

Електричне поле плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у середовищі з параметрами  $\epsilon_a=2$ ,  $\mu_a=1$  вздовж вісі Z з коефіцієнтом відбиття  $\Gamma=0,3$ , має вигляд:

$$\vec{E} = \vec{y}_0 E_0 \left( e^{-jkz} + \Gamma \cdot e^{jkz} \right),$$

де  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$ ,  $E_0=3 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ ,  $f=10^6$  Гц.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат (декартова система) у момент часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графік зображення залежності складових поля від часу у точках з координатами т. М ( $0$ ;  $0$ ;  $0$ ), т. N ( $0$ ;  $0$ ;  $z=10$  см).

#### Задача №4.3

Напруженість електричного поля у прямокутному хвилеводі хвилі, що поширюється вздовж вісі Z, має такий вид:

$$\vec{E} = \vec{y}_0 E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-j\beta_x z},$$

де  $\beta_x = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ ,  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$ ,  $E_0=1 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ ,  $f=10^9$  Гц.

Хвилевід має повітряне заповнення ( $\epsilon_r=1$ ,  $\mu_r=1$ ). Розміри перерізу хвилеводу  $a \times b = 20 \times 10$  см.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від прямокутних координат у момент часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з координатами т. М ( $x=10$  см;  $0$ ;  $0$ ), т. N ( $x=5$  см;  $0$ ;  $0$ ), т. P ( $x=10$  см;  $0$ ;  $z=15$  см).

#### Задача №4.4

Магнітне поле плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у повітрі під кутом  $45^\circ$  до вісі Z, має вигляд:

$$\vec{H}_m = 10 \left( \vec{y}_0 \frac{\sqrt{2}}{2} - \vec{z}_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot e^{-jk \left( y \frac{\sqrt{2}}{2} + z \frac{\sqrt{2}}{2} \right)},$$

де  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$ ,  $f = 3 \cdot 10^9$  Гц

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у момент часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з координатами т. М ( $0$ ;  $0$ ;  $0$ ), т. N ( $0$ ;  $7,07$ ;  $7,07$ ).

#### Задача №4.5

Напруженість електричного поля плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється у повітрі під кутом  $30^\circ$  до вісі Z, має вигляд:

$$E(t) = \vec{x}_0 E_0 \cos \left[ \omega t - k \left( y \sin 30^\circ + z \cos 30^\circ \right) \right],$$

де  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$ ,  $E = 15 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ ,  $f = 10^{10}$  Гц.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат (декартова система) у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами т. М (0; 0; 0), т. N (0;  $y=20$  см;  $z=20$  см).

#### Задача №4.6

Електричне поле плоскої електромагнітної хвилі з коловою поляризацією, що поширюється у повітрі повздовж вісі Z, має такий вираз:

$$E(t) = E_0 [\bar{x}_0 \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 \sin(\omega t - kz)],$$

де  $k = \omega \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}$ ,  $E_0 = 0,01 \frac{B}{m}$ ,  $f = 10^8$  Гц.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат (декартові системи) у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (0; 0; 0) та т. N (0; 0;  $z=1$  м).

#### Задача №4.7

Електричне поле у коаксіальному кабелі, якщо у лінії є відбита хвиля, має вираз:

$$\vec{E} = \vec{r}_0 \vec{E}_r = \vec{r}_0 \frac{A}{r} (e^{-jkz} + \Gamma \cdot e^{jkz}),$$

де  $\Gamma = 1$  – коефіцієнт відбиття;

$k = \omega \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}$ ;  $A = 15$  В;  $f = 10^8$  кГц;

$r_0 = 1$  см – радіус внутрішнього провідника;

$R_0=10$  см – радіус зовнішнього провідника.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .

(Циліндрична система).

- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $r=1$  см;  $0; 0$ ) та т. N ( $r=1$  см;  $0; r=75$  см), т. Р ( $r=1$  см;  $0; r=150$  см).

#### Задача №4.8

Напруженість магнітного поля плоскої електромагнітної хвилі з круговою поляризацією, що поширюється у повітрі під кутом  $15^\circ$  до вісі Z, має вигляд:

$$\vec{H} = H_0 \left( \vec{y}_0 \cos 15^\circ - \vec{z}_0 \sin 15^\circ + j\vec{x}_0 \right) \cdot e^{-jk(y \sin 15^\circ + z \cos 15^\circ)},$$

де  $k = \omega \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}$ ;  $H_0=0,1 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ ;  $f=10^7$  Гц.

- Визначити миттєві значення складових вектора напруженості електричного поля у вільному просторі.
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $0; 0; 0$ ) та т. N ( $0; 0; 10$  м).

#### Задача №4.9

Плоска електромагнітна хвиля падає із полістиролу ( $\epsilon_r=2,5$ ) під кутом  $\varphi=60^\circ$  на поверхню ідеального металу (площини Z). Кут падіння змінюється від нормалі до поверхні металу. У області  $z<0$  електричне поле цієї хвилі має вираз:

$$\vec{E} = \vec{x}_0 E_x = -\vec{x}_0 E_0 e^{-j\alpha_1(\sin \varphi)y} \sin(\alpha_1 z \cos \varphi),$$

де  $\alpha_1 = \omega \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}$ ,  $\epsilon_a=2,5$ ,  $\mu_a=1$  – параметри полістиролу;

$$E_0=0,1 \frac{\text{В}}{\text{м}}; f=10^9 \text{ Гц.}$$

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (0; 0; 0) та т. N (0; 0;  $z=-\frac{60}{\sqrt{2,5}}$  см).

#### Задача №4.10

Електричне поле у прямокутному хвилеводі має вираз:

$$\vec{E}_z = E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_x z},$$

$$\vec{E}_x = -j\beta_x \frac{\pi E_0}{a \left[ \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \right]} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\vec{E}_y = -j\beta_x \frac{\pi E_0}{b \left[ \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \right]} \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\text{де } \beta_x = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad \lambda_{кр} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$a=20$  см – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $x$ ;

$b=10$  см – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $y$ .

Хвилевід має повітряне заповнення,  $f=3 \cdot 10^9$  Гц.

- Знайти миттєві значення складових вектора напруженості магнітного поля.
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (10; 5; 0) та т. N (0; 0; 10).

#### Задача №4.11

Магнітне поле хвилі у прямокутному хвилеводі має вираз:

$$\dot{H}_Z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\dot{H}_X = j\frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\dot{H}_Y = 0,$$

де  $\beta_x = \omega\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ ,  $H_0 = 1,5 \frac{\Lambda}{\text{м}}$ ;  $f = 10^{10}$  Гц;

$a = 2$  см – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $x$ ;

$b = 1$  см – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $y$ .

Хвилевід заповнений ідеальним діелектриком з  $\epsilon_r = 1,5$ .

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $x=1$  см;  $0$ ;  $0$ ) та т. N ( $x=1$  см;  $0$ ;  $z=3$  см).

#### Задача №4.12

Елементарний щільний випромінювач створює електричне поле, яке описується формулою:

$$\dot{E} = \dot{E}_\varphi \cdot \vec{\varphi}_0 = -\frac{E_0 a l}{2\pi} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \left[ \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 + j \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right) \right] \cdot \cos\Theta \cdot e^{-jkr},$$

де  $E_0 = 3 \frac{B}{m}$  - напруженість електричного поля у щілині;

$a = 1$  см – ширина щілини;

$l = 30$  см – довжина щілини;

$\Theta$  - кут між площиною, що перпендикулярна вісі щілинного вібратора та точкою огляду;

$\Theta = 90^\circ$ ;

$k = \omega \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}$ ;  $f = 10^7$  Гц.

Оточення вібратора – повітря.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ . (Сферичні координати).
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $r=500$  м;  $0$ ;  $0$ ) та т. N ( $r=5000$  м;  $0$ ;  $0$ ).

#### Задача №4.13

Магнітне поле хвилі у прямокутному хвилеводі описується виразом:

$$\dot{H}_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta_x z}$$

$$\dot{H}_x = j \frac{2a}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \cdot H_0 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\dot{H}_y = 0,$$

де  $\beta_x = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ ,  $H_0 = 10 \frac{\Lambda}{\text{м}}$ ;  $f = 10^9 \text{ Гц}$ ;

$a = 10 \text{ см}$  – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $x$ ;

$b = 5 \text{ см}$  – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $y$ .

Хвилевід заповнений повітрям.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  в хвилеводі.
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $x=5 \text{ см}$ ;  $0$ ;  $0$ ) та т. N ( $x=5 \text{ см}$ ;  $0$ ;  $z=30 \text{ см}$ ).

#### Задача №4.14

Плоска електромагнітна хвиля падає із повітря під кутом  $\varphi = 45^\circ$  на поверхню ідеального металу (площина  $z=0$ ). При значення  $z < 0$  магнітне поле цієї хвилі описується виразом:

$$\vec{H}(t) = \vec{x}_0 H_0 \cos(\omega t - ky \sin \varphi) \cos(kz \cos \varphi),$$

де  $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}$ ,  $H_0 = 0,1 \frac{\Lambda}{\text{м}}$ ;  $f = 10^9 \text{ Гц}$ .

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $0$ ;  $0$ ;  $0$ ) та т. N ( $0$ ;  $0$ ;  $z = -\frac{30}{\sqrt{2}} \text{ см}$ ).

## Задача №4.15

Напруженість магнітного поля в круглому хвилеводі описується виразом:

$$\vec{H}(t) = \bar{\varphi}_0 H_0 J'_0 \left( \frac{2.405}{R} \cdot r \right) \cdot e^{-j\beta_x z},$$

де  $\beta_x = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{2.62R} \right)^2}$ ;  $H_0 = 2 \frac{A}{M}$ ;  $f = 10^9$  Гц.

$J'_0$  - похідна функції Бесселя нульового порядку;

$R = 20$  см – радіус хвилеводу.

Хвилевід наповнений ідеальним діелектриком з  $\epsilon_r = 2,5$ .

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ . (Циліндрична система).
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (0; 0; 0) та т. N ( $r=20$ ; 0; 0).

## Задача №4.16

Напруженість електричного поля хвилі, що поширюється в круглому хвилеводі, описується виразами:

$$\dot{E}_r = j \frac{E_0 R}{1.841 r} J_1 \left( \frac{1.841}{R} \cdot r \right) \sin \varphi \cdot e^{-j\beta_x z},$$

$$\dot{E}_\varphi = j E_0 J'_0 \left( \frac{1.841}{R} \cdot r \right) \cos \varphi \cdot e^{-j\beta_x z},$$

де  $\beta_x = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{3.413R} \right)^2}$  - стала поширення;

$R = 20$  см – радіус хвилеводу;

$J_1$  – функція Бесселя першого порядку.

Хвилевід заповнений повітрям.

- Визначити миттєві значення складових вектора напруженості магнітного поля у хвилеводі.
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .  
(Циліндрична система).
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (0; 0; 0) та т. N ( $r=20$  см; 0; 0), т. Р (0; 0;  $z=15$  см).

#### Задача №4.17

Прямокутний хвилевід працює у режимі стоячої хвилі. Електричне поле описується виразом:

$$\vec{E} = \vec{y}_0 \dot{E}_y = \vec{y}_0 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \left( e^{-j\beta_x z} + \rho e^{j\beta_x z} \right),$$

де  $\beta_x = \omega \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{2a} \right)^2}$ ;  $E_0 = 10 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ ;  $f = 10^9$  Гц;

$\rho = 1$  – коефіцієнт відбиття;

$a = 20$  см – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $x$ ;

$b = 10$  см – розмір стінки хвилеводу повздовж вісі  $y$ .

Хвилевід заповнений повітрям.

- Визначити миттєві значення складових вектора напруженості магнітного поля у хвилеводі.
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $x=10$  см;  $y=5$  см; 0) та т. N ( $x=10$  см;  $y=5$  см;  $z=7,5$  см).

#### Задача №4.18

Поверхнева хвиля поширюється у повітрі над шаром діелектрика (площина  $x=0$ ) у напрямку  $Z$  вісі. При  $x < 0$  магнітне поле описується функцією:

$$\vec{H} = \vec{y}_0 \dot{H}_y = \vec{y}_0 H_0 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta_x z),$$

де  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}$ ;  $\beta_x = \sqrt{\alpha^2 + k^2}$ ;  $\beta_x = 2k$ ;  $H_0 = 5 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ ;  $f = 10^{10}$  Гц.

- Знайти миттєві значення складових вектора напруженості електричного поля у просторі над шаром діелектрика.
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (0; 0; 0) та т. N (x=3 см; 0; 0), т. Р (0; 0; z=1,5 см).

#### Задача №4.19

Плоска електромагнітна хвиля нормально падає на плоску границю розділу двох середовищ (площини  $z=0$ ). При значення  $z < 0$  електричне поле хвилі записується у вигляді:

$$\vec{E} = \vec{x}_0 \dot{E}_y = \vec{x}_0 E_0 e^{-jkz} (1 + \rho e^{j2kz}),$$

де  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_a \cdot \mu_a}$ ;  $E_0 = 0,01 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ ;  $f = 10^8$  Гц;

$$\varepsilon_a = 2\varepsilon_0, \mu_a = \mu_0;$$

$\rho = 0,5$  – коефіцієнт відбиття.

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\vec{H}$  при  $z < 0$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t = \frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М (0; 0; 0) та т. N (0; 0; z = -75 см).

#### Задача №4.20

Магнітне поле елементарного електричного вібратора у вільному просторі описується функцією

$$\dot{H} = \varphi_0 H_\varphi \cdot \frac{I \cdot l}{4\pi} \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot \left[ \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right)^2 + j \left(\frac{\lambda}{2\pi r}\right) \right] \cdot \cos\theta \cdot e^{-jkr},$$

де  $r$  – відстань від вібратора до точки спостереження;

$I$  – струм, що протікає по вібратору;

$l$  – довжина вібратора;

$\theta$  – кут між площиною, яка перпендикулярна вісі вібратора та точного спостереження;

$$I=5 \text{ А}; l=0,2 \text{ м}; f=3 \cdot 10^7 \text{ Гц}; k = \omega \sqrt{\mu_a \cdot \epsilon_a}.$$

- Знайти комплексні амплітуди та миттєві значення векторів  $\vec{E}$  та  $\dot{H}$ .
- Побудувати графік залежності складових поля від сферичних координат, в яких вирішується задача, у моменти часу  $t=0$  та  $t=\frac{T}{4}$ .
- Привести графічне зображення залежності складових поля від часу у точках з відомими координатами: т. М ( $r=200 \text{ м}; 0; 0$ ) та т. N ( $r=1000 \text{ м}; 0; 0$ ).

### Завдання 5. Падіння плоскої електромагнітної хвилі на межу розділу двох середовищ під довільним кутом

#### Задача №5.1

При падінні плоскої лінійно поляризованої електромагнітної хвилі на межу розділу ( $y=0$ ) двох діелектричних середовищ формується відбита хвиля в першому середовищі ( $y>0, x>0$ ). Комплексна амплітуда вектора напруженості магнітного поля відбитої хвилі визначається формулою

$$\dot{H}_m^- = \bar{z}_0 H_0 e^{-jk_1(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}.$$

Площина падіння збігається з координатною площиною XOY.

Знайти комплексні амплітуди напруженостей електричного та магнітного полів падаючої та заломленої хвиль, якщо

$$\epsilon_{a1}=2\epsilon_0; \epsilon_{a2}=\epsilon_0; \mu_{a1}=\mu_{a2}=\mu_0; k_1 = \sqrt{\epsilon_{a1}\mu_{a1}}; H_0 = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{А}}{\text{м}};$$

$$\varphi=30^\circ; f=10^6 \text{ Гц.}$$

### Задача №5.2

Із першого середовища ( $\epsilon_{a1}=2\epsilon_0, \mu_{a1}=\mu_0$ ) на плоску межу розділу ( $x=0$ ) з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=\epsilon_0, \mu_{a2}=\mu_0$ ) падає з боку  $x<0, z<0$  нормально поляризована плоска хвиля, амплітуда напруженості електричного поля якої дорівнює  $E_{m0}^0 = 4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Площина падіння збігається з координатною площиною  $XOZ$ .

Знайти:

- кут падіння, при якому амплітуди напруженостей електричного поля падаючої та відбитої хвиль будуть мати відношення як 5:2;
- напруженості електричного та магнітного поля для заломленої хвилі.

### Задача №5.3

При падінні плоскополяризованої електромагнітної хвилі на межу розділу ( $x=0$ ) двох діелектричних середовищ формується відбита хвиля в першому середовищі ( $x<0, z>0$ ). Комплексна амплітуда вектора напруженості магнітного поля відбитої хвилі визначається формулою

$$\vec{E}_m^- = (\vec{x}_0 \sin \varphi + \vec{z}_0 \cos \varphi) E_0 e^{jk_1(-x \cos \varphi + z \sin \varphi)}.$$

Знайти комплексні амплітуди напруженостей електричного та магнітного полів падаючої та заломленої хвиль, якщо

$$\epsilon_{a1}=\epsilon_0; \epsilon_{a2}=5\epsilon_0; \mu_{a1}=\mu_{a2}=\mu_0; k_1 = \sqrt{\epsilon_{a1}\mu_{a1}}; H_0 = 3 \frac{\text{В}}{\text{м}}; \varphi=60^\circ;$$

$$f=10^6 \text{ Гц.}$$

### Задача №5.4

Із першого середовища ( $\epsilon_{a1}=\epsilon_0, \mu_{a1}=\mu_0$ ) на плоску межу розділу ( $y=0$ ) з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=6\epsilon_0, \mu_{a2}=\mu_0$ ) падає з боку  $y<0, z<0$  нормально поляризована плоска хвиля, амплітуда напруженості

електричного поля якої дорівнює  $E_{m0}^0 = 8 \frac{B}{m}$ . Площина падіння збігається з координатною площиною YOZ.

Знайти:

- кут падіння, при якому амплітуди напруженостей електричного поля падаючої та відбитої хвиль будуть мати відношення як 3:2;
- нормальні до поверхні розділу складові напруженості магнітного поля, які відповідають відбитій та заломленій хвилям.

### Задача №5.5

Нормально поляризована плоска хвиля падає на межу розділу ( $x=0$ ) двох немагнітних діелектриків ( $\mu_{a1}=\mu_{a2}=\mu_0$ ) під кутом  $60^\circ$  до вісі X з боку  $y>0$ ,  $x<0$ . Площина падіння співпадає з координатною площиною XOY. Амплітуди напруженостей електричного поля падаючої та відбитої хвиль дорівнюють відповідно  $\bar{E}_{m0}^0 = 15 \frac{B}{m}$ ,

$\bar{E}_{m0}^- = 5 \frac{B}{m}$ . Діелектрична проникність першого середовища дорівнює  $\epsilon_{a1}=16\epsilon_0$ .

Знайти діелектричну проникність другого середовища  $\epsilon_{a2}$  та напруженості електричного та магнітного полів, які відповідають заломленій хвилі  $\left( \bar{E}_{m0}^+, \bar{H}_{m0}^+ \right)$ .

*Зауваження.* Розглянути два випадки:  $\epsilon_{a1} < \epsilon_{a2}$ ,  $\epsilon_{a1} > \epsilon_{a2}$ .

### Задача №5.6

При падінні плоскої лінійно поляризованої електромагнітної хвилі на межу розділу ( $x=0$ ) двох діелектричних середовищ формується відбита хвиля в першому середовищі ( $x>0$ ), комплексна амплітуда вектора напруженості магнітного поля якої визначається формулою

$$\dot{H}_m^+ = (\bar{x}_0 \sin \psi - \bar{z}_0 \cos \psi) H_0 e^{-jk_2(x \cos \psi + z \sin \psi)}.$$

Площина падіння співпадає з площиною XOZ.

Знайти комплексні амплітуди напруженостей електричного та магнітного полів падаючої та заломленої хвиль, якщо

$$\epsilon_{a1}=3\epsilon_0; \epsilon_{a2}=\epsilon_0; \mu_{a1}=\mu_{a2}=\mu_0; k_1 = \sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}}; H_0 = 2 \frac{\Lambda}{M}; \varphi=35^\circ;$$

$$f=20 \cdot 10^6 \text{ Гц.}$$

### Задача №5.7

Із першого середовища ( $\epsilon_{a1}=\epsilon_0$ ,  $\mu_{a1}=\mu_0$ ) на плоску межу розділу ( $y=0$ ) з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=4\epsilon_0$ ,  $\mu_{a2}=\mu_0$ ) падає з боку  $x>0$ ,  $y>0$  паралельно поляризована плоска хвиля, амплітуда напруженості електричного поля якої дорівнює  $E_{m0}^0 = 6 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Площина падіння збігається з координатною площиною  $XOY$ .

Знайти:

- кут падіння, при якому амплітуда напруженості поля заломленої хвилі буде у два рази менше амплітуди напруженості електричного поля падаючої хвилі;
- дотичну до поверхні розділу, складову напруженості електричного поля відбитої хвилі.

### Задача №5.8

Із першого середовища ( $\epsilon_{a1}=8\epsilon_0$ ,  $\mu_{a1}=\mu_0$ ) на плоску межу розділу ( $z=0$ ) з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=2\epsilon_0$ ,  $\mu_{a2}=\mu_0$ ) падає з боку  $z<0$ ,  $x<0$  паралельно поляризована плоска хвиля, амплітуда напруженості електричного поля якої дорівнює  $E_{m0}^0 = 7 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ . Площина падіння збігається з координатною площиною  $XOZ$ .

Знайти:

- кут падіння, при якому амплітуди напруженостей електричного поля падаючою та відбитої хвиль будуть мати відношення як 4:3;
- нормальну до поверхні розділу складову напруженості електричного поля заломленої хвилі.

### Задача №5.9

Вертикально поляризована хвиля падає на межу розділу ( $x=0$ ) двох діелектриків ( $\mu_{a1}=\mu_{a2}=\mu_0$ ) під кутом  $30^\circ$  до вісі  $X$  з боку  $y>0$ ,  $x<0$ . Амплітуди напруженостей електричного поля падаючої та відбитої

хвиль дорівнюють відповідно  $\vec{E}_{m0}^0 = 6 \frac{B}{M}$ ,  $\vec{E}_{m0}^+ = 3 \frac{B}{M}$ . Діелектрична проникність першого середовища дорівнює  $\epsilon_{a1}=2\epsilon_0$ .

Знайти діелектричну проникність другого середовища  $\epsilon_{a2}$  та напруженості електричного та магнітного полів, які відповідають відбитій хвилі.

### Задача №5.10

Комплексна амплітуда вектора напруженості магнітного поля заломленої хвилі, яка з'являється у другому середовищі ( $y < 0$ ,  $x < 0$ ) при падінні плоскої електромагнітної хвилі на межу розділу ( $y=0$ ) двох діелектричних середовищ, визначається формулою

$$\vec{H}_m^+ = -\vec{z}_0 H_0 e^{-jk_2(x \sin \psi + y \cos \psi)}.$$

Знайти комплексні амплітуди напруженостей електричного та магнітного полів падаючої та заломленої хвиль, якщо

$$\epsilon_{a1}=2\epsilon_0; \epsilon_{a2}=\epsilon_0; \mu_{a1}=\mu_{a2}=\mu_0; k_1 = \sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}}; H_0 = 4 \frac{A}{M}; \varphi=30^\circ;$$

$f=10^7$  Гц.

### Задача №5.11

Вертикально поляризована хвиля падає під кутом  $\varphi$  із середовища з параметрами  $\epsilon_{a1}$  та  $\mu_{a1}=1$  на межу розділу з середовищем, яке має параметри  $\epsilon_{a2}$  та  $\mu_{a2}=1$ . Знайти відношення середніх значень

векторів Пойнтинга  $\frac{\overline{\Pi}^-}{\overline{\Pi}^0}$  та  $\frac{\overline{\Pi}^+}{\overline{\Pi}^0}$  через діелектричні проникності та знайти їх суму.

### Задача №5.12

Із першого середовища ( $\epsilon_{a1}=4\epsilon_0$ ,  $\mu_{a1}=\mu_0$ ) на межу розділу ( $x=0$ ) з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=2\epsilon_0$ ,  $\mu_{a2}=\mu_0$ ) падає з боку  $x > 0$ ,  $y > 0$  нормально поляризована плоска хвиля. Площина падіння збігається з координатною площиною  $XOY$ .

Побудувати графік залежності відношення щільності потоків потужності в першому середовищі у перпендикулярному та паралельному напрямках до поверхні розділу від кута падіння.

### Задача №5.8

Із першого середовища ( $\epsilon_{a1}=\epsilon_0$ ,  $\mu_{a1}=\mu_0$ ) на плоску межу розділу з другим середовищем ( $\epsilon_{a2}=2\epsilon_0$ ,  $\mu_{a2}=\mu_0$ ) падає нормально поляризована плоска хвиля.

Знайти кут падіння, при якому потужність падаючої хвилі буде розподілена порівну між відбитою та заломленою хвилями.

### Задача №5.14

Плоска хвиля падає на межу двох середовищ, перше має параметри  $\epsilon_{r1}=15$ ,  $\mu_{r1}=1$ , параметри другого  $\epsilon_{r2}=6$ ,  $\mu_{r2}=1$ . Кут падіння  $\varphi=50^\circ$ , при ньому відбувається повне внутрішнє відбиття.

Визначити на якій відстані від межі розділу у другому середовищі напруженість електромагнітного поля зменшиться у 2,72 рази, фазову швидкість хвилі  $v_\phi$  вздовж межі розділу. Частота електромагнітних коливань дорівнює  $f=10^9$  Гц.

### Задача №5.15

Плоска нормально поляризована хвиля падає на межу двох непровідних середовищ, перша має параметри  $\epsilon_{r1}=2$ ,  $\mu_{r1}=1$ , параметри другого середовища  $\epsilon_{r2}=1$ ,  $\mu_{r2}=1$ . Кут падіння  $\varphi$  такий, що при ньому відбувається повне внутрішнє відбиття.

Побудувати графік залежності висоти  $h$ , на якій створюється перший вузол напруженості електричного поля, в залежності від кута  $\varphi$  при зміні його у межах  $\varphi_{кр} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ . Висота  $h$  відлічується від поверхні розділу.

### Задача №5.16

Горизонтально поляризована електромагнітна хвиля падає під кутом  $\varphi$  з середовища з параметрами  $\epsilon_{r1}=1$ ,  $\mu_{r1}=1$  на межу розділу з середовищем, яке має діелектричну проникність  $\epsilon_{r2}$  та магнітну проникність  $\mu_{r2}=1$ .

Знайти середнє значення векторів Пойнтинга падаючої, відбитої та заломленої хвиль, як функцію від  $\epsilon_{r1}$  та  $\epsilon_{r2}$ . Знайти відношення векторів Пойнтинга відбитої та заломленої хвиль до вектора Пойнтинга падаючої.

#### Задача №5.17

Горизонтально поляризована хвиля падає під кутом  $\varphi$  із середовища з параметрами  $\epsilon_{r1}$  та  $\mu_{r1}=1$  на межу розділу з середовищем, яке має параметри  $\epsilon_{r2}$  та  $\mu_{r2}=1$ . Знайти відношення середніх значень векторів Пойнтинга  $\frac{\bar{\Pi}^-}{\bar{\Pi}^0}$  та  $\frac{\bar{\Pi}^+}{\bar{\Pi}^0}$  через діелектричні проникності та знайти їх суму.

#### Задача №5.18

Плоска хвиля із середовища з діелектричною проникністю  $\epsilon_{r1}$  падає під кутом  $\theta_0$  на півпростір з діелектричною проникністю  $\epsilon_{r2} < \epsilon_{r1}$ . Знайти амплітуду та фазу коефіцієнта відбиття  $\tilde{R}$ , якщо  $\theta_0$  більше критичного кута повного відбиття, а вектор  $\vec{E}$  падаючої хвилі знаходиться у площині падіння. Знайти величину кута  $\theta_2$ .

#### Задача №5.19

Вертикально поляризована електромагнітна хвиля падає під кутом  $\varphi$  з середовища з параметрами  $\epsilon_{r1}=1$ ,  $\mu_{r1}$  на межу розділу з середовищем, яке має магнітну проникність  $\mu_{r2}$  та діелектричну проникність  $\epsilon_{r2}=1$ .

Знайти відношення модулів середніх значень векторів Пойнтинга заломленої до падаючої хвилі через магнітні проникності. Знайти швидкість руху фазового фронту заломленої хвилі повздовж межі розділу та повздовж нормалі до неї.

#### Задача №5.20

Плоска електромагнітна хвиля падає нормально із середовища з параметрами  $\epsilon_{r1}$  та  $\mu_{r1}=1$  на межу розділу з середовищем, яке має параметри  $\epsilon_{r2}$  та  $\mu_{r2}=1$ . Знайти середнє значення вектора Пойнтинга  $\bar{\Pi}^-$  відбитої хвилі та  $\bar{\Pi}^+$  заломленої хвилі. Знайти відношення

середніх значень векторів Пойнтинга  $\frac{\bar{\Pi}^-}{\bar{\Pi}^0}$  та  $\frac{\bar{\Pi}^+}{\bar{\Pi}^0}$  та їх суму. Вираз векторів Пойнтинга падаючої, відбитої та заломленої хвиль зробити через параметри середовищ  $\epsilon_r$ ,  $\mu_r$ .

### Завдання 6. Електромагнітні хвилі у напрямних системах

#### Задача №6.1

Заданий прямокутний хвилевід. Розміри стінок хвилеводу:  $a=2,5$  см,  $b=2,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda=3,0$  см. Відбиття від дальнього кінця хвилеводу відсутнє. По хвилеводу поширюється хвиля  $E_{11}$ . Потужність, що передається, дорівнює  $P=5,0$  Вт.

Знайти складові електромагнітного поля у точці перерізу хвилеводу з координатами  $x=0,5$  см,  $y=0,4$  см. Побудувати графіки розподілу векторів напруженості електричного та магнітного полів хвилі типу  $E_{11}$  у перерізі прямокутного хвилеводу та зобразити силові лінії електричного та магнітного полів хвилі  $E_{11}$  при  $t=\text{const}$  у площинах  $XOY$  ( $z=0$ ),  $XOZ$ ,  $YOZ$  при  $z=\lambda_{\text{хв}}$ .

#### Задача №6.2

Заданий круглий хвилевід діаметром  $a=3,6$  см. Довжина хвилі у вільному просторі дорівнює  $\lambda=4,0$  см. Відбиття від дальнього кінця відсутнє. По хвилеводу поширюється хвиля типу  $H_{11}$ . У точці поперечного перерізу з координатами  $r_1=1,2$  см,  $\varphi_1=40^\circ$  відома радіальна складова напруженості електричного поля  $E_r=15 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ .

Знайти поперечну складову поверхневої густини струму на стінці хвилеводу в точці з координатою  $\varphi_2=30^\circ$ . Зобразити силові лінії електричного та магнітного полів хвилі  $H_{11}$  при  $t=\text{const}$ ,  $z=0$ ,  $z=\lambda_{\text{хв}}$ .

#### Задача №6.3

Заданий прямокутний хвилевід. Розміри стінок хвилеводу:  $a=5,0$  см,  $b=4,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda=6,0$  см. Відбиття від дальнього кінця хвилеводу відсутнє. По хвилеводу

поширюється хвиля  $H_{11}$ . Потужність, що передається, дорівнює  $P=25,0$  Вт.

Знайти складові електромагнітного поля у точці поперечного перерізу хвилеводу з координатами  $x=1,0$  см,  $y=1,0$  см. Побудувати графік розподілу векторів напруженості електричного та магнітного полів хвилі типу  $H_{11}$  у поперечному перерізі прямокутного хвилеводу та зобразити силові лінії електричного та магнітного полів хвилі  $H_{11}$  при  $t=\text{const}$  у площинах  $XOY$  ( $z=0$ ),  $XOZ$ ,  $YOZ$  при  $z=\lambda_{\text{хв}}$ .

#### Задача №6.4

Заданий прямокутний хвилевід. Розміри стінок хвилеводу:  $a=2,0$  см,  $b=1,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda=3,0$  см. Відбиття від дальнього кінця хвилеводу відсутнє. По хвилеводу поширюється хвиля  $H_{10}$ . У точці поперечного перерізу з координатами  $x_1=0,5$  см,  $y_1=0,5$  см задана амплітуда напруженості електричного поля

$$|E_y| = 1 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Знайти складові густини поверхневого струму на стінках хвилеводу у точці з координатами  $x_2=0$ ,  $y_2=0,5$  см. Побудувати розподіл густини  $\bar{J}_{SX}$ ,  $\bar{J}_{SZ}$  та  $\bar{J}_{SY}$  на широких та вузьких стінках хвилеводу у перерізі та розподіл сумарної густини струму  $\bar{J}_S$ .

#### Задача №6.5

Заданий хвилевід має круглий переріз. Діаметр хвилеводу дорівнює  $2a=6,0$  см. Відбиття від дальнього кінця відсутнє. По хвилеводу поширюється хвиля типу  $H_{10}$ . Потужність, яка передається по хвилеводу, дорівнює  $P=10,0$  Вт.

Знайти поверхневу густину струму на стінці хвилеводу при трьох значеннях довжини хвилі у вільному просторі:  $\lambda_1=4,0$  см,  $\lambda_2=2,0$  см,  $\lambda_3=1,5$  см. Зобразити силові лінії електричного та магнітного полів хвилі  $H_{01}$ .

#### Задача №6.6

Заданий круглий хвилевід діаметром  $2a=3,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі дорівнює  $\lambda=3,5$  см. Відбиття від дальнього

кінця відсутнє. По хвилеводу одночасно поширюються хвилі типу  $H_{11}$  та  $E_{01}$ .

Знайти яка буде різниця фаз між радіальними складовими напруженості електричного поля цих хвиль у точці з координатою  $r=1$  см, якщо в початку координат ці складові мали однакову фазу. Побудувати структуру поля хвилі  $F_{01}$ .

#### Задача №6.7

Заданий круглий хвилевід діаметром  $2a=3,6$  см. Довжина хвилі у вільному просторі дорівнює  $\lambda=4,0$  см. Відбиття від дальнього кінця відсутнє. По хвилеводу поширюється хвиля типу  $H_{11}$ . У точці поперечного перерізу з координатами  $r_1=1,2$  см,  $\varphi_1=40^\circ$  задана радіальна складова напруженості електричного поля  $E_r=15 \frac{\text{В}}{\text{м}}$ .

Знайти поперечну складову поверхневої густини струму на стінці хвилеводу в точці з координатами  $r_2=1,8$  см та  $\varphi_2=30^\circ$ . Побудувати структуру поля хвилі  $H_{11}$ .

#### Задача №6.8

Заданий круглий хвилевід діаметром  $2a=4,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі дорівнює  $\lambda=4,5$  см. Відбиття від дальнього кінця відсутнє. По хвилеводу одночасно поширюються хвилі типу  $H_{11}$  та  $E_{01}$ .

Знайти яка буде різниця фаз між радіальними складовими напруженості електричного поля цих хвиль у точці з координатою  $z=1$  м, якщо в початку координат ці були у фазі. Побудувати структуру поля хвилі  $E_{02}$ .

#### Задача №6.9

Заданий прямокутний хвилевід. Розміри стінок хвилеводу:  $a=3,0$  см,  $b=2,5$  см. Довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda=3,5$  см. По хвилеводу одночасно розширюються хвилі типу  $H_{01}$  та  $H_{10}$ . При  $z=0$  у центрі перерізу хвилеводу  $x = \frac{a}{2}$ ,  $y = \frac{b}{2}$  напруженість електричного поля цих хвиль рівні і знаходяться у фазі.

Знайти при яких значеннях  $z$  у центрі перерізу буде мати місце кругова поляризація правого, відносно вектору Пойнтинга,

обертання та при яких значеннях  $z$  лівого. Побудувати структуру поля хвилі  $H_{10}$ .

### Задача №6.10

Заданий прямокутний хвилевід. Розміри стінок хвилеводу: широка стінка  $a=8,0$  см, вузька  $b=6,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda=9,0$  см. По хвилеводу поширюється хвиля типу  $E_{11}$ . Відбиття від дальнього кінця хвилеводу відсутнє. Потужність, що передається, дорівнює  $P=50,0$  Вт.

Знайти в точці з координатами  $x=2,0$  см,  $y=2,0$  см усі складові електричного поля. Побудувати структуру поля хвилі типу  $E_{21}$  та розподіл складових цієї хвилі.

### Задача №6.11

Заданий круглий хвилевід. Діаметр хвилеводу дорівнює  $2a=10,0$  см. Довжина хвилі у вільному просторі дорівнює  $\lambda=8,0$  см. Відбиття від дальнього кінця відсутнє. Потужність, що передається, дорівнює  $P=12,0$  Вт.

Знайти максимальну напруженість електричного поля та згасання  $\alpha$  для хвилі  $H_{11}$ , якщо хвилевід зроблено з міді. Побудувати структуру поля хвилі типу  $H_{21}$  та розподіл складових цієї хвилі.

### Задача №6.12

Заданий прямокутний хвилевід, який заповнений діелектриком з  $\epsilon_r=2,25$ . Розміри стінок хвилеводу:  $a=2,0$  см,  $b=1,5$  см. Довжина хвилі у вільному просторі  $\lambda=2,5$  см.

Знайти всі типи хвиль, які будуть поширюватися по цьому хвилеводу при заданій довжині хвилі  $\lambda$ , а також фазову та групову швидкості цих хвиль. Побудувати структуру складових та розподіл поля хвилі типу  $H_{33}$ .

### Задача №6.13

У прямокутному хвилеводі поширюється хвиля типу  $H_{11}$ . Знайти густину поверхневих струмів на вузькій та широкій стінках, якщо амплітуда  $H_z$  складової дорівнює  $H_0$ ,

$$\dot{H}_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{-j\beta_{xv}z}$$
. Записати їх миттєві значення та побудувати структуру хвилі типу  $H_{11}$ .

#### Задача №6.14

Генератор, частота коливань якого дорівнює  $f=7,5$  ГГц, збуджує в хвилеводі, переріз якого має розміри  $a \times b = 2,8 \times 1,4$  см, хвилю  $H_{10}$ . Хвилевід має заповнення – повітря.

Знайти критичну довжину хвилі, довжину хвилі у хвилеводі, сталу поширення, фазову та групову швидкості, граничну та допустиму потужністю зобразити з допомогою силових ліній структуру електромагнітного поля та струмів хвилі типу  $H_{10}$ .

#### Задача №6.15

У латунному прямокутному хвилеводі з розміром переріза  $a \times b = 2,3 \times 1,0$  см поширюється електромагнітне коливання з частотою  $f=10$  ГГц. Мається на увазі, що у хвилеводі існує тільки хвиля основного типу.

Знайти: сталу поширення хвилі, довжину хвилі у хвилеводі, фазову швидкість, діапазон робочих частот хвилеводу. Побудувати структуру поля хвилі типу  $H_{10}$  та розподіл складових цієї хвилі.

#### Задача №6.16

Знайти внутрішній діаметр круглого хвилеводу, якщо відомо, що довжина хвилі типу  $H_{21}$  у хвилеводі  $\lambda_{xv} = 4,8$  см, а довжина хвилі збуджуючого генератора  $\lambda = 3,2$  см.

Знайти характеристичний та хвильовий опори хвилі типу  $H_{21}$ , фазову та групову швидкості цього типу хвилі.

#### Задача №6.17

Характеристичний опір прямокутного хвилеводу, який заповнений фторопластом ( $\epsilon = 2,2$ ) та який працює на частоті  $f=9375$  МГц, дорівнює  $z_c = 190$  Ом. Широка стінка хвилеводу має розмір  $a = 2,85$  см.

Знайти розмір вузької стінки хвилеводу. Побудувати графік залежності  $z_c$  у смузі робочих частот ( $z_c = f\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)$  для хвилі типу E).

### Задача №6.18

Амплітуда напруженості електричного поля у точках, які знаходяться на відстані  $x=20$  мм від вузької стінки прямокутного хвилеводу з розміром перерізу  $a \times b = 72 \times 34$  мм, дорівнює  $E_m = 5 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$ .

Знайти потужність, яка передається по хвилеводу. Зобразити при допомозі силових ліній структуру електромагнітного поля та струмів основної хвилі у цьому хвилеводі. Частота коливань дорівнює  $f = 3$  ГГц.

### Задача №6.19

Які типи хвиль будуть поширюватися у круглому хвилеводі, радіус якого дорівнює  $R=1,5$  см, якщо частота генератора збудження  $f = 10$  ГГц? Який тип хвилі буде основним? Чому? Зобразити за допомогою силових ліній структуру поля та струмів хвилі основного типу. Привести конструкцію пристрою збудження цієї хвилі.

### Задача №6.20

Які типи хвиль будуть поширюватися у прямокутному хвилеводі, переріз якого дорівнює  $a \times b = 2,3 \times 1,0$  см? Частота коливань генератора  $f = 12$  ГГц. Який тип буде основним? Чому? Зобразити при допомозі силових ліній структуру електромагнітного поля основного типу та розподіл складових цієї хвилі, а також знайти довжину хвилі у хвилеводі. Привести методи загасання вищих типів хвиль у цьому хвилеводі, щоб був одномодовий режим праці.

## **5 РОБОЧА ПРОГРАМА ДРУГОЇ ЧАСТИНИ КУРСУ "ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ПОШИРЕННЯ РАДІОХВИЛЬ"**

### **5.1 Загальні питання поширення радіохвиль**

Класифікація радіохвиль по діапазонах частот і способу поширення. Поле випромінювача у вільному просторі. Істотна область простору при поширенні та відбитті радіохвиль. Поширення плоских хвиль у напівпровідному середовищі. Коефіцієнт відбиття.

Література: [5, с.7-37, 6, с.5-17]

#### **Контрольні питання до теми 5.1**

1. Яка прийнята класифікація радіохвиль по діапазонах і по способу поширення?
2. Запишіть вирази для напруженості електричного поля в заданій точці простору через потужність випромінювання, створювану ізотропним випромінювачем.
3. Що називають вільним простором?
4. Що називають істотною областю простору при поширенні радіохвиль?
5. Що називають істотною областю простору при відбитті радіохвиль?
6. Як впливає напівпровідне середовище на хвилю, що поширюється?
7. Від чого залежить коефіцієнт відбиття хвилі?
8. Що називають зоною Френеля?

### **5.2 Вплив поверхні Землі на поширення радіохвиль**

Електричні параметри земної поверхні. Поглинання радіохвиль земною поверхнею, частотні залежності коефіцієнтів поглинання та фази. Класифікація випадків поширення земних хвиль:

Ангени, підняті над Землею і розташовані поблизу Землі. Інтерференційні формули при ненапрямлених і спрямованих антенах. Формула Введенського. Метод урахування сферичності Землі.

Вплив нерівностей земної поверхні на поле земних хвиль. Розсіювання від дрібних нерівностей земної поверхні. Критерій Релея. Ефективний коефіцієнт відбиття. Поняття про методи розрахунку розсіяної потужності. Питома ефективна площа зворотнього розсіювання. Дифракція радіохвиль на сферичній поверхні Землі. Розрахунок напруженості поля.

Література: [5, с.38-89; 6, с.18-54].

### Контрольні питання до теми 5.2

1. До якого типу середовищ варто віднести ґрунт і воду?
2. Який фізичний зміст має критерій Релея?
3. При яких умовах відображення радіохвилі варто вважати розсіяними?
4. Від чого залежить інтенсивність поглинання радіохвиль середовищем?
5. Як виділяють освітлену зону і зони півтіні і тіні при поширенні радіохвиль?
6. Що таке інтерференція радіохвиль?
7. Які спрощувальні допущення приймаються при виводі інтерференційної формули?
8. Виведіть інтерференційну формулу Б.А. Введенського.
9. Яким чином в інтерференційних формулах враховується сферичність земної поверхні?
10. Що таке дифракція радіохвиль?
11. Які складові має поле вертикального вібратора, розташованого поблизу напівпровідної поверхні Землі?
12. У чому сутність граничних умов Щукіна - Леонтовича?
13. Яка фізична причина нахилу фронту електромагнітної хвилі при поширенні її поблизу поверхні Землі?
14. Як пояснити явище берегової рефракції?

### 5.3 Тропосфера і її вплив на поширення радіохвиль

Склад і будова тропосфери і стратосфери. Діелектрична проникність і індекс заломлення, середні й аномальні закономірності їх зміни в радіочастотному й оптичному діапазонах. Мікроструктура тропосфери і її флуктуації. Ослаблення сантиметрових, міліметрових, інфрачервоних, ультрафіолетових і оптичних хвиль у тропосфері. Селективне поглинання, вплив гідрометеорів. Методи

експериментального дослідження тропосфери. Рівняння траєкторії хвилі в наближенні геометричної оптики. Рефракція радіохвиль. Радіус кривизни траєкторії хвилі. Можливі види рефракції. Поняття еквівалентного радіуса Землі і його застосування для розрахунку напруженості поля при нормальній рефракції.

Література: [5, с.91-126; 6, с.54-55, 59-66, 82-88, 104-112, 133-138].

### **Контрольні питання до теми 5.3**

1. За яким принципом розрізняють сфери в атмосфері?
2. Як зв'язана діелектрична проникність тропосфери з метеорологічними умовами?
3. Що таке нормальна тропосфера?
4. Як зв'язаний індекс заломлення з коефіцієнтом заломлення?
5. Що відносять до неоднорідностей тропосфери?
6. Що таке селективне поглинання?
7. Як впливають гідрометеори на поширення радіохвиль?
8. Виведіть рівняння траєкторії хвилі в плоскому шаруватому середовищі.
9. Що таке рефракція?
10. Які є види тропосферної рефракції?
11. Від чого залежить радіус кривизни траєкторії радіохвиль у тропосфері?
12. Як враховують рефракцію при використанні інтерференційних формул?

### **5.4 Іоносфера і її вплив на поширення радіохвиль**

Будова іоносфери. Процеси іонізації і рекомбінації. Розподіл вільних електронів у реальній іоносфері. Середні закономірності зміни структури іоносфери і її аномальні зміни. Вплив 11-літнього циклу. Спорадичні шари. Неоднорідна тонка структура іоносфери. Діелектрична проникність іонізованого газу без урахування і з урахуванням впливу магнітного поля Землі. Ефект Фарадея, звичайна і незвичайна хвилі. Фазова і групова швидкості поширення радіохвиль в іонізованому газі. Перекручування сигналів при дисперсії в

іоносфері. Поглинання радіохвиль і нелінійні властивості іонізованого газу. Заломлення і відзеркалення радіохвиль у неоднорідній іоносфері, подвійна променезаломлюваність. Застосовність наближення геометричної оптики. Критичні і максимально застосовні частоти.

Часткове проходження радіохвиль через регулярні і спорадичні шари. Методи експериментального дослідження іоносфери: вертикальне зондування, метод некогерентного розсіювання, метод дисперсійного інтерферометра.

Література; [5, с.127-189; 6, с.56-58, 66-81, 88-98, 120-122].

#### **Контрольні питання до теми 5.4**

1. Яку частину атмосфери називають іоносферою?
2. Які основні джерела і механізми іонізації?
3. Що таке рекомбінація?
4. Поясніть наявність максимуму електронної концентрації в її висотній зміні.
5. Яка структура реальної іоносфери?
6. Що таке спорадичні шари в іоносфері?
7. Які основні реакції іонізації?
8. Запишіть рівняння стану іонізації.
9. Виведіть формулу для відносної діелектричної проникності іонізованого газу без урахування втрат.
10. Що називають фазовою швидкістю поширення хвилі?
11. Що називають груповою швидкістю поширення хвилі?
12. Виведіть формулу для частоти гіромагнітного резонансу.
13. Як впливає постійне магнітне поле Землі на поширення радіохвиль?
14. Що називають критичною частотою?
15. Що таке максимально застосовна частота (МЗЧ)?
16. Яку радіохвилю називають звичайною? Яку - незвичайною?
17. Як залежить діелектрична проникність і провідність іоносфери від частоти?
18. Від чого залежать добові, сезонні, 11-літні зміни стану іоносфери?
19. Які причини нерегулярних процесів в іоносфері?
20. Обчисліть критичні частоти областей D, E і F для денного часу.
21. Які середовища називають такими, що диспергують?

22. Сутність методів оптичного і дисперсійного дослідження іоносфери.

### **5.5 Завади. Електромагнітна сумісність при поширенні радіохвиль**

Потужність завад на вході приймального пристрою і шумова температура. Зв'язок між шумовою температурою і яскравісною температурою джерел завад.

Завади радіостанцій. Промислові завади. Завади природного походження: атмосферні розряди, теплові шуми атмосфери, шуми космічного походження. Постановка задачі про електромагнітну сумісність у тракці поширення.

Література; [5, с.263-274; 6, с.126-132].

#### **Контрольні питання до теми 5.5**

1. Як розраховується потужність завад на вході приймального пристрою?
2. Що таке шумова температура?
3. Що таке яскравісна температура?
4. Які бувають атмосферні завади?
5. Що відносять до промислових завад?
6. Назвіть види космічних завад.
7. Критерії електромагнітної сумісності радіозасобів.

### **5.6 Особливості поширення радіохвиль різних діапазонів**

Поширення УКХ на наземних радіолініях. Розповсюдження УКХ у межах прямої видимості. Розрахунок напруженості поля. Причини завмирань і їхній вплив на роботу радіоліній. Нерегулярне розповсюдження УКХ за межі прямої видимості. Тропосферні хвилеводи. Відбиття від спорадичного іоносферного шару. Регулярне поширення УКХ за межі прямої видимості. Тропосферне розсіювання. Середні рівні поля, повільні і швидкі завмирання, перекручування сигналу, неспотворена смуга частот, утрати посилення антен. Вплив тропосфери на поширення вузьких пучків когерентного випромінювання. Розсіювання метрових хвиль на неоднорідностях

іоносфери. Радіолінії, що використовують відбиття від іонізованих метеорних слідів.

Поширення УКХ на космічних радіолініях. Основні типи космічних радіоліній. Характеристика міжпланетного середовища. Потік енергії в міжпланетному середовищі. Втрати при проходженні УКХ через атмосферу Землі. Поворот площини поляризації. Мерехтіння. Вибір оптимальних робочих частот для радіозв'язку на лінії Земля - космос. Помилки, внесені регулярною і неоднорідною атмосферою при вимірі координат космічного корабля радіотехнічними методами. Ефект Доплера. Проходження радіохвиль через плазменні утворення. Результати радіолокаційних досліджень Місяця, Венери, Марса.

Поширення коротких хвиль. Діапазон робочих частот і хвильовий розклад для КХ-ліній. Причини багатопроменевого прийому. Завмирання і боротьба з ними. Селективні завмирання і неспотворена смуга передачі. Вплив іоносферних збурень на роботу КХ-ліній. Зони мовчання. Розрахунок напруженості поля.

Поширення середніх, довгих і наддовгих хвиль. Денні і нічні умови поширення середніх хвиль. Зона ближніх і далеких завмирань. Перехресна модуляція в іоносфері. Поширення довгих і наддовгих хвиль у хвилеводі Земля - іоносфера. Стійкість амплітуди і фази поля на довгих хвилях.

Література: [5, с.190-261; 6, с.167-261].

### Контрольні питання до теми 5.6

1. Які хвилі відносяться до діапазону УКХ?
2. Які механізми поширення УКХ за межі прямої видимості?
3. Що таке приземний тропосферний хвилевід?
4. Яка висота приземного тропосферного хвилеводу?
5. Що таке піднятий хвилевід у тропосфері?
6. Яка область іоносфери ефективно розсіює хвилі діапазону УКХ? Яка оптимальна довжина хвилі?
7. Що таке іонізований метеорний слід?
8. На які піддіапазони розбивається діапазон УКХ?
9. Яка частина діапазону УКХ використовується у космічних лініях зв'язку?
10. Які явища в тракці поширення необхідно враховувати при проектуванні й експлуатації систем супутникового зв'язку?

11. Назвіть фізичні процеси, що є причиною завмирань.
12. Від чого залежить коефіцієнт використання метеорних ліній зв'язку?
13. Від чого залежить поглинання радіохвиль при зв'язку із супутником на висхідній ділянці траєкторії?
14. Які особливості здійснення радіозв'язку з космічним апаратом при входженні його в щільні шари атмосфери?
15. Яку орбіту супутника називають геостационарною?
16. Які особливості поширення коротких хвиль?
17. Що таке зона мовчання?
18. Що називають скаковим поширенням радіохвиль?
19. Які існують види луни на коротких хвилях?
20. Які хвилі використовують для денного зв'язку і які - для нічного в діапазоні КХ?
21. Що називають перехресною модуляцією?
22. Чим можна пояснити різкий добовий хід напруженості поля в прийомній антені, що створене далекими середньохвильовими станціями?
23. Що називають ефектом антипода?
24. Що таке явище «свистячих атмосфериків»?
25. Чим пояснюється стійкість амплітуди і фази напруженості поля на довгих хвилях?

## 6 ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №2

### Варіант 0

1. Передавальна станція, що працює на частоті  $f$ , розташована в центрі плоского котловану з радіусом  $r_1$ . На яку мінімальну висоту необхідно підняти передавальну і приймальну антени (висоти антен однакові), щоб забезпечити "чистоту" істотної області простору при поширенні радіохвиль, що забезпечують зв'язок з пунктом, вилученим від краю котловану на  $r_2$  (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

|    | С. Г. П. | $r_1$ , км. | $r_2$ , км. |
|----|----------|-------------|-------------|
| 10 | 2        | 10          | 10          |
| 20 | 1        | 15          | 10          |
| 30 | 2        | 20          | 15          |
| 40 | 3        | 12          | 30          |

2. Під яким кутом підняття необхідно направити радіопромінь у тропосфері, щоб він поширювався на постійній висоті? Відомо, що градієнт індексу заломлення  $-\frac{dN}{dh}$  (табл.6.2).

Таблиця 6.2

|                                    | 10   | 20   | 30   | 40   |
|------------------------------------|------|------|------|------|
| $\frac{dN}{dh}$ , км <sup>-1</sup> | -200 | -250 | -300 | -400 |

3. Використовуючи графіки залежності електронної концентрації  $N_e(h)$  і числа зіткнень електронів з важкими частками  $\nu_{ef}(h)$  від висоти, розрахуйте залежність відносної діелектричної проникності від висоти  $\epsilon_r(h)$ . Вплив магнітного поля не враховувати. Побудуйте графік (додаток, рис. А.1).

4. Земна станція здійснює зв'язок із супутником, що знаходиться на геостационарній орбіті, і працює на частоті  $f_0$ . Оцініть припустиму смугу переданих частот  $\Delta f_{\max}$ , якщо супутник видний під кутом підняття. Поясніть наявність дисперсійних спотворень сигналу (табл. 6.3).

Таблиця 6.3

|                 | 10 | 10 | 30 | 40 |
|-----------------|----|----|----|----|
| $f_0$ , ГГц     | 1  | 10 | 5  | 6  |
| $\Delta$ , град | 30 | 20 | 40 | 25 |

## Варіант 1

1. У пункті А на висоті  $h_1$  встановлена антена передавального пристрою, що випромінює хвилі з частотою  $f$ . На трасі поширення радіохвиль на відстані  $r_1$  розташована перешкода з висотою  $h_n$ . На якій відстані від перешкоди потрібно розташувати приймальну антену висотою  $h_2$ , щоб коло першої зони Френеля при поширенні доторкалося вершини перешкоди (табл. 6.4)?

Таблиця 6.4

|    | $f$ , ГГц | $h_1$ , м | $h_2$ , м | $h_n$ , м | $r_1$ , м |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 01 | 1         | 30        | 40        | 10        | 10        |
| 11 | 2         | 20        | 30        | 10        | 15        |
| 21 | 2         | 40        | 30        | 20        | 10        |
| 31 | 2         | 30        | 20        | 10        | 5         |

2. Відстань прямої видимості між двома антенами однакової висоти  $h_1=h_2$  дорівнює  $r_0$ . Визначте, чому дорівнює в розглянутий час градієнт коефіцієнта заломлення тропосфери  $\frac{dn}{dh}$  (табл. 6.5).

Таблиця 6.5

|                | 01  | 11  | 21  | 31  |
|----------------|-----|-----|-----|-----|
| $h_1, h_2$ , м | 100 | 50  | 70  | 200 |
| $r_0$ , км     | 100 | 120 | 150 | 100 |

3. Використовуючи графіки залежності електронної концентрації  $N_e(h)$  і числа зіткнень електронів з важкими частками  $\gamma_{ef}(h)$  від висоти, розрахуйте залежність питомої провідності іоносфери від висоти  $\sigma_{ii}(h)$  без врахування впливу магнітного поля. Побудуйте графік.

4. Кут між радіусом-вектором космічного корабля, що виходить на орбіту, і вектором швидкості корабля складає  $\Theta$  градусів. Зв'язок з кораблем здійснюється на частоті  $f$ . Оцініть доплерівський зсув частоти (табл. 6.6).

Таблиця 6.6

|                 | 01 | 11 | 21 | 31 |
|-----------------|----|----|----|----|
| $\Theta$ , град | 30 | 40 | 50 | 60 |

## Варіант 2

1. На трасі поширення радіохвиль на відстані  $r_1$  від передавача розташована сопка висотою  $h_1$ . Приймальна антена знаходиться на відстані  $r_2$  від сопки і піднята на висоту  $h_2$ . Визначте найменшу частоту передавача, при якій забезпечується безперешкодне проходження першої зони Френеля (табл. 6.7).

Таблиця 6.7

|    | $h_{11}$ , м | $h_{12}$ , м | $h_{21}$ , м | $r_{11}$ , м | $r_{21}$ , м |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 02 | 30           | 50           | 120          | 10           | 20           |
| 12 | 30           | 50           | 120          | 10           | 40           |
| 22 | 40           | 70           | 120          | 20           | 30           |
| 32 | 40           | 50           | 100          | 20           | 30           |

2. Критична довжина хвилі в приземному тропосферному хвилеводі  $\lambda_{кр}$ . Визначте максимальний кут підняття, при якому ще можливе відбиття радіохвиль від верхньої області хвилеводу, якщо градієнт коефіцієнта заломлення по висоті  $\frac{dn}{dh}$ , висота підняття антени значно менше висоти хвилеводу (табл. 6.8).

Таблиця 6.8

|                                   | 02                  | 12                  | 22                  | 32                  |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $\lambda_{кр}$ , см               | 100                 | 50                  | 35                  | 20                  |
| $\frac{dn}{dh}$ , м <sup>-1</sup> | $-20 \cdot 10^{-8}$ | $-40 \cdot 10^{-8}$ | $-50 \cdot 10^{-8}$ | $-80 \cdot 10^{-8}$ |

3. Електрон, що рухається зі швидкістю  $v$ , попадає в атмосферу Землі. Які гази, що знаходяться в атмосфері, він здатний іонізувати при центральному ударі? Маса електрона  $m_e = 9,106 \cdot 10^{-31}$  кг (табл.6.9).

Таблиця 6.9

|                       | 02   | 12   | 22   | 32   |
|-----------------------|------|------|------|------|
| $v, \text{ кмс}^{-1}$ | 2500 | 2400 | 2700 | 2600 |

4. При впливі протяжних перешкод визначите повну шумову потужність на вході земного приймача, настроєного на частоту  $f_0$  зі смугою пропускання 6,5 МГц. В якості вхідного пристрою приймача використовується параметричний підсилювач. Коефіцієнт корисної дії фідера -  $\eta_f$ . Коефіцієнт відбиття на границі розділу Земля-атмосфера -  $R$ , кут підняття  $\Delta = 10^0$  (табл. 6.10, рис. А.2, А.3).

Таблиця 6.10

|                    | 02   | 12   | 22   | 32   |
|--------------------|------|------|------|------|
| $f_0, \text{ ГГц}$ | 1    | 2    | 3    | 4    |
| $\eta_f$           | 0,80 | 0,90 | 0,85 | 0,70 |
| $R$                | 0,90 | 0,80 | 0,85 | 0,95 |

### Варіант 3

1. Поширення радіохвиль з частотою  $f$  відбувається над горбкуватою місцевістю. Висота випромінюючої антени -  $h_1$ . На відстані  $r$  від випромінювача розташована приймальна антена. На яку висоту варто підняти приймальну антену, щоб перешкода висотою  $h_m$ , розташована на відстані  $r_1$  від передавача, не порушувала "чистоту" першої зони Френеля (табл. 6.11)?

Таблиця 6.11

|    | $h_1, \text{ м}$ | $f, \text{ ГГц}$ | $r, \text{ км}$ | $r_1, \text{ км}$ | $h_m, \text{ м}$ |
|----|------------------|------------------|-----------------|-------------------|------------------|
| 03 | 50               | 3                | 50              | 20                | 12               |
| 13 | 50               | 5                | 50              | 20                | 20               |
| 23 | 30               | 3                | 50              | 10                | 10               |
| 33 | 40               | 2                | 40              | 20                | 10               |

2. З метою визначення радіуса Землі був використано передавальний пристрій з антеною, піднятою на висоту  $h_1$ . На такій же висоті розташовувалася антена пересувного приймального пристрою. Експериментально були визначені градієнт коефіцієнта заломлення  $\frac{dn}{dh}$  і відстань прямої видимості  $r_0$ . Розрахуйте радіус Землі (табл. 6.12).

Таблиця 6.12

|                                  | 03                   | 13                 | 23                 | 33                 |
|----------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $h_1, h_2, \text{ м}$            | 50                   | 40                 | 30                 | 20                 |
| $\frac{dn}{dh}, \text{ км}^{-1}$ | $-1,5 \cdot 10^{-5}$ | $-3 \cdot 10^{-5}$ | $-6 \cdot 10^{-5}$ | $-5 \cdot 10^{-5}$ |
| $r_0, \text{ км}$                | 61,3                 | 50,4               | 49,9               | 38,8               |

3. Космічна частка масою  $m$  вторгається в атмосферу Землі. Якою швидкістю повинна володіти частка, щоб після зіткнення з нею відбулася іонізація будь-якої чи молекули атома, що знаходяться в атмосфері (табл. 6.13)?

Таблиця 6.13

|                 | 03                     | 13                    | 23        | 33        |
|-----------------|------------------------|-----------------------|-----------|-----------|
| $m, \text{ кг}$ | $9,106 \cdot 10^{-31}$ | $1,67 \cdot 10^{-27}$ | $10^{-6}$ | $10^{-8}$ |

4. Визначте повну потужність завад на вході земного приймача, що працює на частоті  $f_0$  зі смугою пропускання  $\Delta f = 5$  кГц в умовах міста. Хвильовий опір фідера -  $W_{\phi}$ , коефіцієнт корисної дії фідера -  $\eta_{\phi}$ , коефіцієнт корисної дії антени - (табл. 6.14, рис. А.4).

Таблиця 6.14

|    | $f_0, \text{ МГц}$ | $W_{\phi}, \text{ Ом}$ | $\eta_{\phi}$ | $\eta_A$ |
|----|--------------------|------------------------|---------------|----------|
| 03 | 0,5                | 200                    | 0,90          | 0,70     |
| 13 | 2,0                | 100                    | 0,90          | 0,75     |
| 23 | 3,0                | 50                     | 0,80          | 0,80     |
| 33 | 1,0                | 75                     | 0,85          | 0,90     |

### Варіант 4

1. Наземна станція приймає сигнал космічного корабля, що знаходиться на відстані  $r$ , за допомогою антени типу випромінюючої поверхні геометричною площею  $S$ . Потужність бортового передавача –  $P_1$ , коефіцієнт підсилення антени –  $G_1$ . Визначте потужність, що підводиться до входу приймача. Вплив атмосфери не враховувати (табл. 6.15).

Таблиця 6.15

|    | $r, \text{км}$ | $S, \text{см}^2$ | $P_1, \text{Вт}$ | $G_1$ |
|----|----------------|------------------|------------------|-------|
| 04 | 10000          | 1200             | 20               | 1000  |
| 14 | 20000          | 2000             | 30               | 1000  |
| 24 | 40000          | 1000             | 20               | 2000  |
| 34 | 5000           | 3000             | 40               | 3000  |

2. Поле піднятого випромінювача на відстані  $r$  розраховується по наближеній формулі Б.А. Введенського з урахуванням сферичності Землі. Як відрізняються величини напруженості поля з урахуванням і без урахування тропосферної рефракції, якщо вертикальний градієнт коефіцієнта заломлення дорівнює  $\frac{dn}{dh}$ , а висоти антен - відповідно  $h_1$  і  $h_2$  (табл. 6.16).

Таблиця 6.16

|    | $r, \text{м}$ | $h_1, \text{м}$ | $h_2, \text{м}$ | $\frac{dn}{dh}, \text{км}^{-1}$ |
|----|---------------|-----------------|-----------------|---------------------------------|
| 04 | 20            | 100             | 50              | $-5 \cdot 10^{-5}$              |
| 14 | 30            | 50              | 100             | $-4 \cdot 10^{-5}$              |
| 24 | 25            | 100             | 40              | $-10 \cdot 10^{-5}$             |
| 34 | 15            | 40              | 100             | $-15 \cdot 10^{-5}$             |

3. Вважаючи, що профіль електронної концентрації в даний момент часу має вид, представлений на рис. А.1, розрахувати максимальну частоту, з якою ще буде відбиватися від іоносфери радіохвиля, якщо вона спрямована під кутом  $\Delta$  до обрїю (табл. 6.17).

Таблиця 6.17

|                 | 04 | 14 | 24 | 34 |
|-----------------|----|----|----|----|
| $\Delta$ , град | 10 | 20 | 30 | 40 |

4. Узимку в нічних умовах у Європі здійснюється зв'язок на частоті  $f_0$  на трасі довжиною  $g$ . Визначте повну потужність перешкод на вході приймального пристрою, якщо смуга пропускання приймача - 5 кГц, хвильовий опір фідера -  $W_{\phi}$ , коефіцієнт корисної дії фідера -  $\eta_{\phi}$ , коефіцієнт корисної дії антени -  $\eta_a$ . (табл. 6.18, рис. А.5).

Таблиця 6.18

|    | $f_0$ , МГц | $W_{\phi}$ , Ом | $\eta_{\phi}$ | $\eta_a$ |
|----|-------------|-----------------|---------------|----------|
| 04 | 5           | 200             | 0,80          | 0,80     |
| 14 | 7           | 150             | 0,85          | 0,70     |
| 24 | 9           | 75              | 0,90          | 0,80     |
| 34 | 10          | 50              | 0,95          | 0,70     |

## Варіант 5

1. У вільному просторі на відстані  $g$  від передавача потужністю  $P_1$  розрахуйте миттєве значення напруженості поля й основні втрати передачі  $L_0$ . Передавач працює на частоті  $f$ , коефіцієнт підсилення антени -  $G_1$  (табл. 6.19).

Таблиця 6.19

|    | $g$ , км | $P_1$ , Вт | $f$ , МГц | $G_1$ |
|----|----------|------------|-----------|-------|
| 05 | 5        | 20         | 100       | 15    |
| 15 | 10       | 40         | 100       | 15    |
| 25 | 30       | 20         | 100       | 30    |
| 35 | 20       | 30         | 200       | 20    |

2. На якій висоті відбувається повне внутрішнє відбиття радіохвиль у тропосфері, якщо відомі вертикальний градієнт коефіцієнта заломлення  $\frac{dn}{dh}$  і кут підняття променя  $\Delta$ ? Побудуйте графік залежності висоти повного внутрішнього відбиття від кута підняття  $h(\Delta)$  (табл. 6.20).

Таблиця 6.20

|                                    | 05                  | 15                   | 25                   | 35                  |
|------------------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| $\frac{dn}{dh}$ , км <sup>-1</sup> | $-50 \cdot 10^{-5}$ | $-200 \cdot 10^{-5}$ | $-100 \cdot 10^{-5}$ | $-30 \cdot 10^{-5}$ |

3. Відомо, що максимальна власна частота області F іоносфери складає  $f_0$ . Визначте відносну діелектричну проникність в області максимуму концентрації електронів, якщо передавач працює на частоті  $f$  (табл. 6.21).

Таблиця 6.21

|             | 05 | 15 | 25 | 35 |
|-------------|----|----|----|----|
| $f_0$ , МГц | 9  | 12 | 5  | 7  |
| $f$ , МГц   | 5  | 6  | 3  | 4  |

4. Штучний супутник Землі знаходиться на відстані  $H_c$  від поверхні Землі. Визначте, чи не перевищить час запізнення сигналу між максимально віддаленими пунктами на поверхні Землі припустимої величини (табл. 6.22).

Таблиця 6.22

|            | 05    | 15    | 25    | 35    |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| $H_c$ , км | 10000 | 20000 | 30000 | 40000 |

### Варіант 6

1. Приймний пристрій, настроєний на частоту  $f$ , може реєструвати мінімальний сигнал потужністю  $P_{2\min}$ . Коефіцієнт підсилення антени прийомного пристрою –  $G_2$ . Визначте максимальну потужність передавального пристрою  $P_1$ , необхідну для здійснення зв'язку на відстані  $r$ . Множник ослаблення середовища –  $V$ , коефіцієнт підсилення антени передавача –  $G_1$  (табл. 6.23).

Таблиця 6.23

|    | $f$ , ГГц | $P_{2\min}$ , Вт | $G_2$ , дБ | $G_1$ , дБ | $r$ , км | $V$       |
|----|-----------|------------------|------------|------------|----------|-----------|
| 06 | 2         | $10^{-14}$       | 30         | 20         | 500      | $10^{-4}$ |
| 16 | 1,5       | $10^{-15}$       | 20         | 30         | 1000     | $10^{-3}$ |
| 26 | 3         | $10^{-14}$       | 40         | 40         | 500      | $10^{-4}$ |
| 36 | 2         | $10^{-12}$       | 25         | 25         | 400      | $10^{-3}$ |

2. Колоземний тропосферний хвилевід має критичну довжину хвилі  $\lambda_{кр}$ . Визначте діапазон кутів підняття променів радіохвиль, що поширюються в хвилеводі, якщо відомо, що радіус кривизни траєкторії хвилі -  $\rho$  (табл. 6.24).

Таблиця 6.24

|                          | 06   | 16   | 26   | 36   |
|--------------------------|------|------|------|------|
| $\lambda_{кр}, \text{М}$ | 1,0  | 0,8  | 0,7  | 0,8  |
| $\rho, \text{км}$        | 5000 | 4000 | 3000 | 1000 |

3. Розрахуйте висотну залежність відносної діелектричної проникності іоносфери. Висотний хід електронної концентрації наведений на рис. А.1. Несуча частота цікавлячої нас хвилі дорівнює  $f$ . Які особливості поширення радіохвиль при негативній діелектричній проникності (табл. 6.25)?

Таблиця 6.25

|                 | 06 | 16 | 26 | 36 |
|-----------------|----|----|----|----|
| $f, \text{МГц}$ | 8  | 7  | 5  | 6  |

4. Супутник рухається по еліптичній орбіті з максимальною відстанню від поверхні Землі  $H_c$ . Земна станція приймає сигнали на частоті при куті підняття  $\Delta \geq 5^\circ$ . Коефіцієнт підсилення бортової антени -  $G_1$ , земної -  $G_2$ . Визначте втрати в тракті поширення (табл. 6.23, рис. А.6, А.7).

### Варіант 7

1. При дослідженні електромагнітної обстановки була зареєстрована горизонтально поляризована хвиля з частотою  $f$  і напруженістю поля в максимумі  $E_1$ . Встановлено, що випромінюючий пристрій розташований на тій же висоті, що і вимірювальний прилад:  $h_1 = h_2$ . При збільшенні відстані в напрямку максимуму випромінювання виявлене монотонне спадання напруженості поля. При збільшенні відстані на  $\Delta r$  напруженість поля стала рівною  $E_2$ . Визначте відстань  $r$  до випромінювача і його потужність

випромінювання, вважаючи модуль коефіцієнта відбиття рівним 1, а його фазу рівною  $180^\circ$  (табл. 6.26).

Таблиця 6.26

|    | $I, \text{МГц}$ | $E_1, \frac{\text{МВ}}{\text{м}}$ | $E_2, \frac{\text{МВ}}{\text{м}}$ | $h_1, h_2, \text{м}$ | $\Delta r, \text{км}$ |
|----|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------|
| 07 | 300             | 6                                 | 5                                 | 10                   | 2                     |
| 17 | 150             | 12                                | 10                                | 15                   | 2                     |
| 27 | 400             | 25                                | 20                                | 20                   | 2                     |
| 37 | 200             | 20                                | 15                                | 30                   | 2                     |

2. Відомо, що в приземному тропосферному хвилеводі з критичною довжиною хвилі  $\lambda_{\text{кр1}}$  поширюються хвилі, випромнені під максимальним кутом підняття  $\Delta$ . Якою повинна бути критична довжина хвилі хвилеводу  $\lambda_{\text{кр2}}$ , щоб максимальний кут підняття збільшився в 2 рази (табл. 6.27)?

Таблиця 6.27

|                       | 07 | 17 | 27 | 37 |
|-----------------------|----|----|----|----|
| $\Delta, \text{град}$ | 10 | 5  | 4  | 7  |

3. Добовий хід максимальної електронної концентрації області F іоносфери приведений на рис. А.8. Висота максимуму концентрації змінюється від полудня до опівночі з градієнтом  $\frac{dh}{dt}$ . Опівдні висота максимуму електронної концентрації –  $h_{\text{max}}$ . Нижня границя іоносфери змінюється лінійно з  $h_0$  км опівдні до  $h_{0\text{м}}$  півночі із градієнтом  $\frac{dh_0}{dt}$ . Розрахуйте добовий хід максимально застосовних частот (табл.6.28; див. рис. А.8).

Таблиця 6.28

|    | $\frac{dh}{dt}, \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ | $h_0, \text{км}$ | $h_{\text{max}}, \text{км}$ | $\frac{dh_0}{dt}, \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ |
|----|---------------------------------------------|------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------|
| 07 | -10                                         | 50               | 320                         | 5                                             |
| 17 | -8                                          | 60               | 296                         | 4                                             |
| 27 | -10                                         | 60               | 300                         | 5                                             |
| 37 | -10                                         | 50               | 350                         | 4                                             |

4. Визначте амплітуду напруженості поля ВЧ радіолінії на відстані  $r$  від передавача з потужністю  $P_1$  при двоскачковому поширенні. Коефіцієнт підсилення антени –  $G_1$ . Робоча частота –  $f_p$ . Іоносферна станція вертикального зондування дає для даного часу  $f_{кр}E$ , що діє висота області відбиття –  $h_d$  (табл. 6.29, рис. А.9, А.10)

Таблиця 6.29

|    | $r, \text{км}$ | $P_1, \text{Вт}$ | $f_{кр}E, \text{МГц}$ | $G_1$ | $f_p, \text{МГц}$ | $h_d, \text{км}$ |
|----|----------------|------------------|-----------------------|-------|-------------------|------------------|
| 07 | 2000           | 100              | 2                     | 15    | 5                 | 300              |
| 17 | 3000           | 200              | 4                     | 20    | 10                | 250              |
| 27 | 2500           | 300              | 3                     | 30    | 15                | 300              |
| 37 | 1500           | 500              | 1                     | 40    | 10                | 400              |

## Варіант 8

1. Вертикально поляризована радіохвиля з частотою  $f$  поширюється над сухим ґрунтом ( $\epsilon_r=5$ ;  $\sigma=10^{-4} \frac{\text{См}}{\text{м}}$ ). Побудуйте графік залежності напруженості поля від відстані, взявши інтервал дальностей від 1 до 10 км (табл. 6.30).

Таблиця 6.30

|                  | 08   | 18   | 28   | 38   |
|------------------|------|------|------|------|
| $f, \text{МГц}$  | 1    | 2    | 0,5  | 1    |
| $P_1, \text{Вт}$ | 1000 | 2000 | 1000 | 2000 |

2. У ясну погоду передавальний пристрій працює в діапазоні частот 10-150 ГГц. Побудуйте графік залежності напруженості поля від частоти на фіксованій відстані  $r$  від передавача, якщо потужність випромінювання в даному напрямку –  $P_1G_1$ . Припустимо, що ослаблення напруженості поля має експонентний вид (табл. 6.31; рис. А.12).

Таблиця 6.31

|                      | 08  | 18  | 28  | 38  |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $r, \text{км}$       | 50  | 40  | 60  | 50  |
| $P_1G_1, \text{кВт}$ | 100 | 200 | 400 | 500 |

3. Відомо, що радіохвиля короткохвильового діапазону, поширюючись уздовж магнітного поля Землі, роздвоюється. Один із променів відбивається від області максимуму електронної концентрації  $N_{\text{емах}}$ . Визначте робочу частоту й електронну концентрацію в області відбиття другого променя (табл. 6.32).

Таблиця 6.32

|                                                  | 08     | 18             | 28             | 38             |
|--------------------------------------------------|--------|----------------|----------------|----------------|
| $N_{\text{емах}}, \frac{\text{сл}}{\text{см}^3}$ | $10^6$ | $2 \cdot 10^6$ | $9 \cdot 10^5$ | $2 \cdot 10^5$ |

4. Визначте оптимальну частоту зв'язку в межах названого діапазону між двома космічними об'єктами, щоб відношення сигнал-шум біля поверхні Землі було мінімальним (табл. 6.33).

Таблиця 6.33

|          | 08 | 18  | 28  | 38  |
|----------|----|-----|-----|-----|
| Діапазон | ВЧ | УВЧ | НВЧ | КВЧ |

### Варіант 9

1. Передавальний пристрій випромінює вертикально поляризовану радіохвилю з частотою  $f$ . На деякій відстані від передавача вертикальна складова напруженості електричного поля поблизу вологого ґрунту ( $\epsilon_r=20$ ,  $\sigma_{\text{зм}}=10^{-3} \frac{\text{СМ}}{\text{М}}$ ) дорівнює  $E_{1z}$ . Визначте амплітуду горизонтальній складовій  $E_{1x}$  і кут нахилу фронту хвилі (табл. 6.34).

Таблиця 6.34

|                                      | 09  | 19  | 29  | 39  |
|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| $f, \text{кГц}$                      | 100 | 200 | 400 | 300 |
| $E_{1z}, \frac{\text{МВ}}{\text{М}}$ | 100 | 200 | 400 | 300 |

2. Передавальний пристрій працює в діапазоні частот  $F=10-100$  ГГц. Йде дощ з інтенсивністю  $J_d$ . Розрахуйте залежність напруженості поля від частоти на фіксованій відстані  $r$ , якщо потужність випромінювання –  $P_1G_1$ . Вважати закон зміни напруженості поля від відстані експонентним (табл. 6.35; рис. А.11).

Таблиця 6.35

|                                   | 09  | 19  | 29  | 39  |
|-----------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| $J_d, \frac{\text{мм}}{\text{ч}}$ | 50  | 20  | 30  | 10  |
| $r, \text{км}$                    | 40  | 50  | 30  | 50  |
| $P_1G_1, \text{кВт}$              | 100 | 200 | 300 | 150 |

3. Радіохвиля довгохвильового діапазону випромінюється убік іоносфери. Один із променів відбивається від області іоносфери з електронною концентрацією  $N_e$ . Визначте робочу частоту й опишіть особливості поведінки другого променя (табл. 6.36).

Таблиця 6.36

|                                      | 09     | 19     | 29     | 39             |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|----------------|
| $N_e, \frac{\text{ел}}{\text{см}^3}$ | $10^6$ | $10^5$ | $10^4$ | $5 \cdot 10^4$ |

4. Визначте оптимальну частоту зв'язку в межах названого діапазону, щоб при зв'язку наземної станції з космічним об'єктом співвідношення сигнал - шум було максимальним (табл. 6.37).

Таблиця 6.37

|          | 09 | 19  | 29  | 39  |
|----------|----|-----|-----|-----|
| Діапазон | ВЧ | УВЧ | НВЧ | КВЧ |

## 7 ПРИКЛАДИ РІШЕНЬ ЗАДАЧ

### Задача 1

Визначте напруженість поля на відстані  $r=10$  км від передавача при наступних даних: потужність передавача  $P_1=100$  Вт; довжина хвилі  $\lambda=1$  м; коефіцієнт підсилення антени  $G_1=100$ ; висота антен  $h_1=30$  м,  $h_2=10$  м. Хвилі поширюються над вологим ґрунтом ( $\epsilon_{гзм}=20$ ;  $\sigma_{гзм}=10^3 \frac{\text{СМ}}{\text{М}}$ ). Антена створює вертикально поляризоване випромінювання (рефракцію не враховувати).

### Рішення

Насамперед візьмемо до уваги співвідношення між довжиною хвилі і висотами підняття антен. У даному випадку  $h_1 > \lambda$  і  $h_2 > \lambda$ . Отже, розрахункові формули будемо використовувати для випадку високо піднятих антен.

Необхідно з'ясувати, у якій зоні (освітленої, чи півтіні тіні) розташована прийомна антена. З цією метою визначимо відстань прямої видимості:

$$r_0 = 3.57 \cdot (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) = 3.57 \cdot (\sqrt{20} + \sqrt{10}) = 27.3 \text{ км.}$$

Тому що задане  $r=10$  км менше  $r_0$ , то приймальна антена розташована в освітленій зоні і варто використовувати інтерференційну формулу. Залишилося тільки з'ясувати, чи треба враховувати сферичність Землі. Земля вважається плоскою, якщо

відстань  $r$  не перевищує  $r_{пл.з.}$ , що дорівнює  $r\lambda^{\frac{1}{3}}$  м [6, с.38]. У нашому випадку  $r_{пл.з.} = 7$  км, що менше 10 км. Отже, в інтерференційній формулі треба враховувати сферичність Землі. Таким чином, формула для максимальної напруженості електричного полючи буде мати вид [6, с.31-33]:

$$E_m = \frac{\sqrt{60 \cdot P_1 \cdot G_1}}{r} \sqrt{1 + (RD)^2 + 2RD \cos\left(\frac{4\pi h_1' h_2'}{r\lambda} + \Theta\right)},$$

де  $h_1'$  і  $h_2'$  - приведені висоти;

$$h'_1 = h_1 - \frac{r^2}{2R_{\text{зм}}} \left( \frac{h_1}{h_1 + h_2} \right)^2; \quad h'_2 = h_2 - \frac{r^2}{2R_{\text{зм}}} \left( \frac{h_2}{h_1 + h_2} \right)^2;$$

$D$  - коефіцієнт розбіжності пучка;

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2r^2 h'_1 h'_2}{R_{\text{зм}} (h'_1 + h'_2)^3}}}$$

$$h'_1 = 20 - \frac{(10 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 6370 \cdot 10^3} \left( \frac{20}{20 + 10} \right)^2 = 16,51 \text{ м};$$

$$h'_2 = 20 - \frac{(10 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 6370 \cdot 10^3} \left( \frac{10}{20 + 10} \right)^2 = 9,13 \text{ м};$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 \cdot (10 \cdot 10^3)^2 \cdot 16,51 \cdot 9,13}{6370 \cdot 10^3 \cdot (16,51 + 9,13)^3}}} = 0,8836.$$

Для визначення модуля  $R$  і фази  $\Theta$  коефіцієнта відображення визначимо кут падіння  $\Delta$  з формули

$$\sin \Delta = \frac{h_1 + h_2}{r} = \frac{20 + 10}{10 \cdot 10^3} = 0,003; \quad \Delta \approx 0,003.$$

При малих кутах можна прийняти  $R = 1$ ;  $\Theta = \pi$ . Підставимо всі знайдені значення у формулу для напруженості поля:

$$E = \frac{\sqrt{60 \cdot P_1 \cdot G_1}}{r} \sqrt{1 + (RD)^2 + 2RD \cos \left( \frac{4\pi h'_1 h'_2}{r\lambda} + \Theta \right)}$$

$$= \sqrt{1,78075 - 1,7672 \cos 0,18942} = \sqrt{0,0452} = 0,2125 \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

### Задача 2

Визначите напруженість поля на відстані  $r=10$  км від передавача при наступних даних: потужність передавача  $P_1 = 100$  Вт, довжина хвилі  $\lambda=50$  м; коефіцієнт підсилення антени  $G=100$ , висота антен:  $h_1 = 20$  м;  $h_2 = 10$  м. Хвилі поширюються над вологим ґрунтом

( $\epsilon_{\text{гзм}} = 20$ ;  $\sigma_{\text{зм}} = 10^{-3} \frac{\text{СМ}}{\text{М}}$ ). Лігнена створює вертикально поляризоване випромінювання. Рефракцію не враховувати. (Умови даної задачі відрізняються від умов попередньої задачі тільки значенням довжини хвилі  $\lambda$ ).

### Рішення

Тому що в даній задачі  $\lambda$  більше ніж  $h_1$  і  $h_2$ , то має місце випадок, коли антени розташовані поблизу поверхні Землі.

Перевіримо можливість вважати Землю плоскою [6, с.38]:

$$r_{\text{плзм(км)}} \leq 7\lambda_{\text{(м)}}^{\frac{1}{3}}; r_{\text{плзм(км)}} \leq 7 \cdot 50^{\frac{1}{3}} = 25,8 \text{ км.}$$

Через те, що  $10 < 25,8$ , то Землю можна вважати плоскою. Скористаємося формулою Шулейкіна - Ван-дер-Поля [5, с.77]:

$$E_{\text{м}} = \frac{\sqrt{120P_1G_1}}{r} \cdot V_{\text{зм}}(\rho),$$

де  $V_{\text{зм}}(\rho)$  - множник послаблення, що є функцією чисельної відстані  $\rho$ .

$$\rho = \frac{\pi r}{\lambda \sqrt{\epsilon_{\text{гзм}}^2 + 60\lambda\sigma_{\text{зм}}}} = \frac{\pi \cdot 10 \cdot 10^3}{50 \sqrt{20^2 + (60 \cdot 50 \cdot 10^{-3})^2}} = 31,07.$$

Якщо  $\rho > 25$ , то  $V(\rho) \approx 0,5\rho = 0,5 \cdot 31,07 = 0,0161$ . Отже, амплітудне значення напруженості поля

$$E_{\text{м}} = \frac{\sqrt{120 \cdot 100 \cdot 100}}{10 \cdot 10^3} \cdot 0,0161 = 0,00175 \frac{\text{В}}{\text{М}}.$$

### Задача 3

Збережемо умови задачі 1 і визначимо напруженість поля на відстані  $r=10$  км від передавача, тропосферна рефракція в умовах нормальної рефракції.

### Рішення

Вплив тропосферної рефракції здійснюється шляхом підстановки замість правдивого радіуса Землі  $R_{\text{зм}}$  еквівалентного радіуса  $R_{\text{змек}}$  [5, с. 108]:

$$R_{\text{зме}} = \frac{R_{\text{зм}}}{1 + R_{\text{зм}} \cdot \frac{dn}{dh}},$$

де  $\frac{dn}{dh}$  - вертикальний градієнт коефіцієнта заломлення.

Для нормальної тропосфери

$$\frac{dn}{dh} = -4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{км}}, R_{\text{зм}} = 6370 \text{ км.}$$

$$R_{\text{зме}} = \frac{6370}{1 + 6370(-4 \cdot 10^{-5})} = 8548 \text{ км.}$$

Введення еквівалентного радіуса Землі приведе до зміни приведених висот і коефіцієнта розходження D [6, с.133]:

$$h'_{1e} = h_1 - \frac{r^2}{2R_{\text{зме}}} \left( \frac{h_1}{h_1 + h_2} \right)^2; \quad h'_{2e} = h_2 - \frac{r^2}{2R_{\text{зме}}} \left( \frac{h_2}{h_1 + h_2} \right)^2;$$

$$h'_{1e} = 20 - \frac{(10 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 8548 \cdot 10^3} \left( \frac{20}{20 + 10} \right)^2 = 20 - 2,6 = 17,4 \text{ м;}$$

$$h'_{2e} = 20 - \frac{(10 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 8548 \cdot 10^3} \left( \frac{10}{20 + 10} \right)^2 = 10 - 0,65 = 9,35 \text{ м;}$$

$$D_e = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2r^2 h'_{1e} h'_{2e}}{R_{\text{зме}} (h'_{1e} + h'_{2e})^3}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2 \cdot (10 \cdot 10^3)^2 \cdot 17,4 \cdot 9,35}{8548 \cdot 10^3 \cdot (17,4 + 9,35)^3}}} = 0,9133;$$

$$E_m = \frac{\sqrt{60 \cdot P_1 \cdot G_1}}{r} \sqrt{1 + (RD_e)^2 + 2RD_e \cos \left( \frac{4\pi h'_{1e} h'_{2e}}{r\lambda} + \Theta \right)}.$$

Оскільки  $\Delta$  мала величина,  $R \approx 1$ ,  $\Theta = \pi$ .

Тоді амплітуда напруженості поля

$$E_m = \frac{\sqrt{60 \cdot 100 \cdot 100}}{10 \cdot 10^3} \times \sqrt{1 + (1 \cdot 09133)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 0,9133 \cos\left(\frac{4\pi \cdot 17,4 \cdot 9,35}{10 \cdot 10^3 \cdot 1} - \pi\right)} = 0,0165 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

#### Задача 4

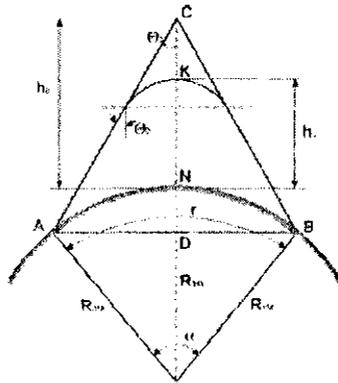


Рисунок 7.1 – Геометрія задачі

Визначите максимальну частоту на лінії радіозв'язку довжиною  $r=1000$  км. Зв'язок здійснюється вночі за рахунок відбиття радіохвиль від області E. Точка відбиття розташована на діючій висоті  $h_d=100$  км над поверхнею Землі. Максимальна електронна концентрація в області відбиття  $N_{e\max}=2 \cdot 10^3 \frac{\text{ел}}{\text{см}^3}$ .

#### Рішення

Теорема еквівалентності [5, с.182] дозволяють замінити невідому дійсну криволінійну траєкторію АКВ (рис. 7.1) з висотою  $h_m$ , по якій сигнал поширюється з груповою швидкістю  $v_{gr}$ , на еквівалентний трикутний шлях АСВ з діючою висотою  $h_d$ , по якому сигнал поширюється зі швидкістю світла у вільному просторі  $c$ .

Максимально застосовна частота (МЗЧ) визначається за законом секанса:

$$\text{МЗЧ} = f_{\text{кр}} \cdot \sec \Theta_0;$$

$$f_{\text{кр}} = 9\sqrt{Ne_{\text{max}}}.$$

З рис. 7.1 необхідно визначити кут падіння хвилі на границю іоносферного шару  $\Theta_0$ :

$$\text{tg} \Theta_0 = \frac{AC}{AD}; \quad AD = R_{\text{зм}} \sin \frac{\alpha}{2}; \quad \alpha = \frac{r}{R_{\text{зм}}} - \text{центральний кут};$$

$$CD = OC - OD = R_{\text{зм}} + h_{\text{д}} - R_{\text{зм}} \cos \frac{\alpha}{2};$$

$$\text{tg} \Theta_0 = \frac{R_{\text{зм}} \sin \frac{\alpha}{2}}{R_{\text{зм}} + h_{\text{д}} - R_{\text{зм}} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{1 + \frac{h_{\text{д}}}{R_{\text{зм}}} - \cos \frac{\alpha}{2}};$$

$$\alpha = \frac{1000}{6370} = 0,157;$$

$$\text{tg} \Theta_0 = \frac{\sin \frac{0,157}{2}}{1 + \frac{1000}{6370} - \cos \frac{0,157}{2}} = \frac{0,078412}{0,01878} = 4,1753;$$

$$\Theta_0 = 76^{\circ}53'.$$

$$\text{Отже, МЗЧ} = 9\sqrt{2 \cdot 10^3} \cdot \sec 76,53^{\circ} = 1727,9 \text{ кГц} \approx 1,7 \text{ МГц}.$$

## Задача 5

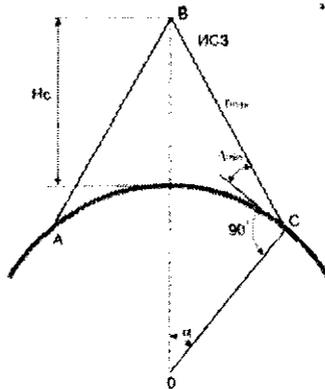


Рисунок 7.2 – Геометрія траси

Визначите максимальні поляризаційні втрати при здійсненні зв'язку на частоті  $f=2$  ГГц із супутником, що знаходиться на висоті  $H_c=20000$  км.

## Рішення

Максимальні поляризаційні втрати залежать від кута повороту площини поляризації при максимальній дальності між супутником і точкою випромінювання (чи прийому)  $r_{\max}$ . (рис. 7.2):

$$r_{\max} = \sqrt{H^2 + R_{\text{зм}}^2 - 2R_{\text{зм}}H \cos \alpha},$$

де  $H=H_c+R_{\text{зм}}$ .

Максимальна відстань визначає мінімальний кут підняття  $\Delta_{\min}$ .

Максимальне значення кута повороту

$$\Psi_{\phi_{\max}} = \frac{2,32 \cdot 10^{19}}{f^2 \sqrt{1 - 0,9 \cos^2 \Delta_{\min}}},$$

де  $\Psi_{\phi_{\max}}$  - у градусах,  $f$  - у герцах.

Абсолютна величина втрат у децибелах [6, с.194]

$$L_{\phi} = -20 \lg(\cos \Psi_{\phi}).$$

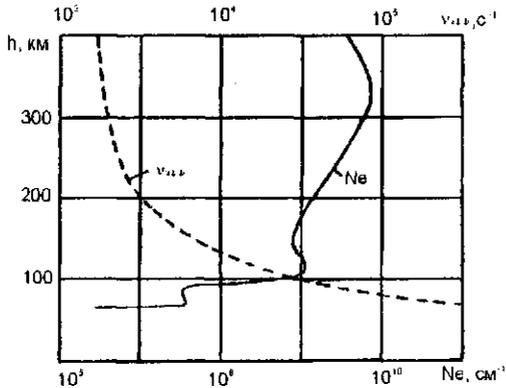
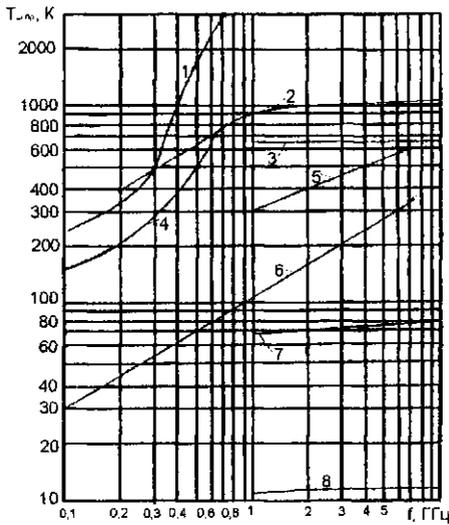
Супутникові лінії зв'язку працюють при кутах підняття  $\Delta \geq 5^\circ$ . Тому приймемо  $\Delta_{\min} = 5^\circ$ . Тоді

$$\Psi_{\phi_{\max}} = \frac{2,32 \cdot 10^{19}}{(2 \cdot 10^9)^2 \sqrt{1 - 0,9 \cos^2 5^\circ}} = \frac{23,2}{4 \cdot 0,3269} = 17^\circ 74';$$
$$L_\phi = -20 \lg(17^\circ 74') = 0,42 \text{ дБ.}$$

**РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

1. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов Д.Д., Техническая электродинамика. – М.: Радио и связь, 2000. – 536 с.
2. Фальковский О.И., Техническая электродинамика. – М.: Связь, 1978. – 432 с.
3. Фёдоров Н.Н., Основы электродинамики. – М.: Высшая школа, 1980. – 399 с.
4. Марков Г.М., Петров Б.М., Грудинская Г.П., Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Советское радио, 1979. 374 с.
5. Черенкова Е.Л., Чернышов О.В., Распространение радиоволн. – М.: Радио и связь, 1984. – 272 с.
6. Долуханов Н.П., Распространение радиоволн. – М.: Связь, 1972. – 270 с.

## Додаток А

Рисунок А.1 – Залежності  $N_e(h)$  та  $v_{\text{ef}}(h)$ 

1 - для транзисторів; 2 - діодних змішувачів; 3 - тунельних діодів; 4 - електронних ламп; 5- ламп рухомої хвилі; 6 - параметричних підсилювачів; 7 - мазерів, які охолоджуються азотом; 8 - мазерів, які охолоджуються гелієм

Рисунок А.2 – Залежність  $T_{\text{ш. пр.}}(f)$ .

## Продовження додатку А

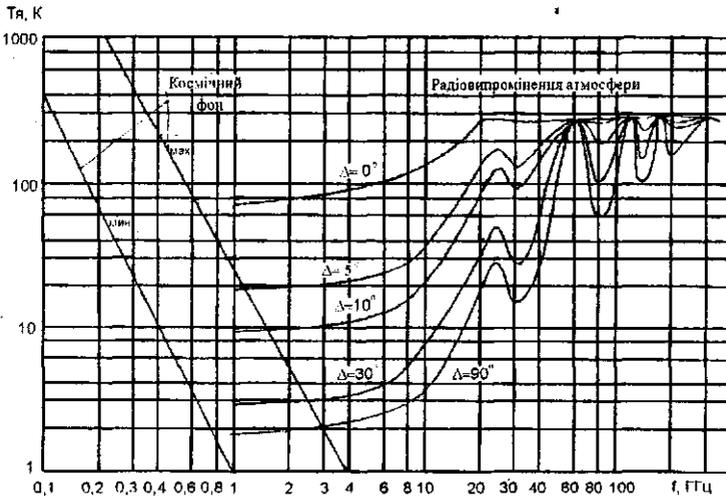
Рисунок А.3 – Залежності  $T_{я.к.}(f)$  та  $T_{я.а.}(f)$  від частоти

Рисунок А.4 – Залежність напруженості поля (в децибелах відносно 1 мкВ/м) промислових та атмосферних завад від частоти

## Продовження додатку А

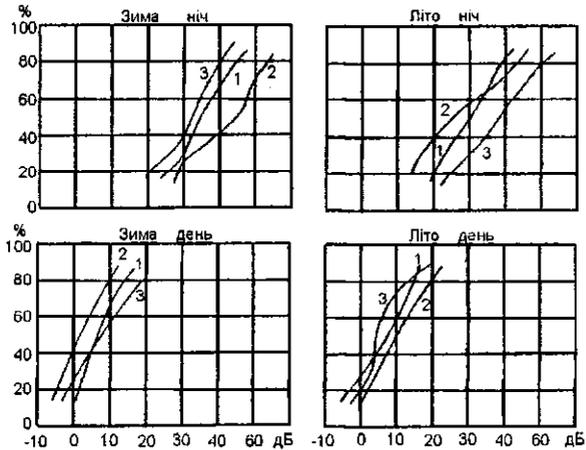


Рисунок А.5 – Розподіл рівнів завад станцій, які було виміряно в діапазоні ВЧ на трасах довжиною: 1 – 1500 км, 2 – 3000 км, 3 – 4000 км.

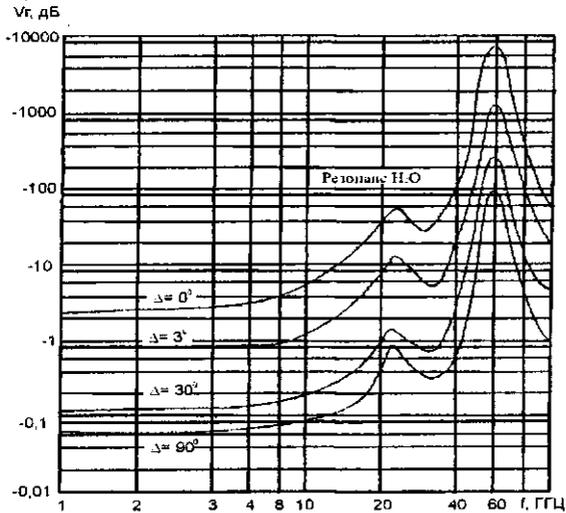


Рисунок А.6 – Залежність множника послаблення  $V_T$  при  $\Delta = \text{const}$  та пересіканні хвилею цієї товщини тропосфери

## Продовження додатку А

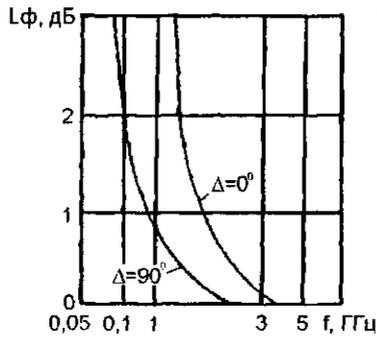


Рисунок А.7 – Поляризаційні втрати при вертикальній та похилій траєкторіях

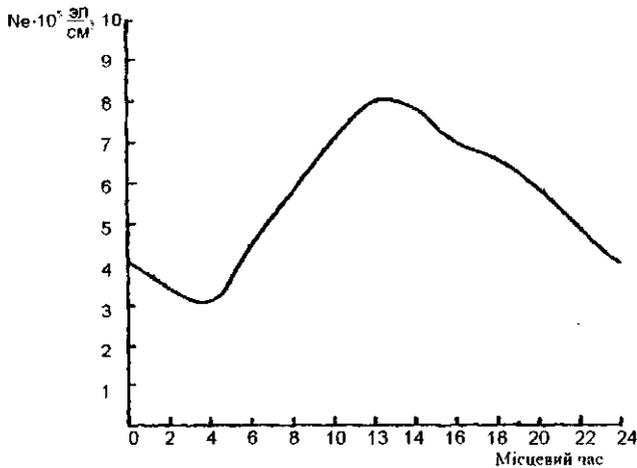
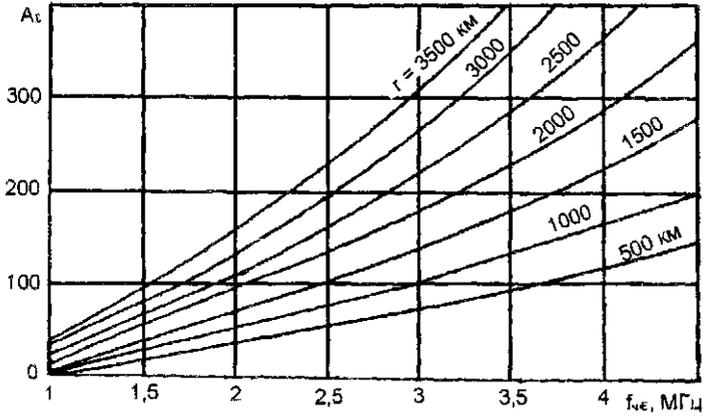
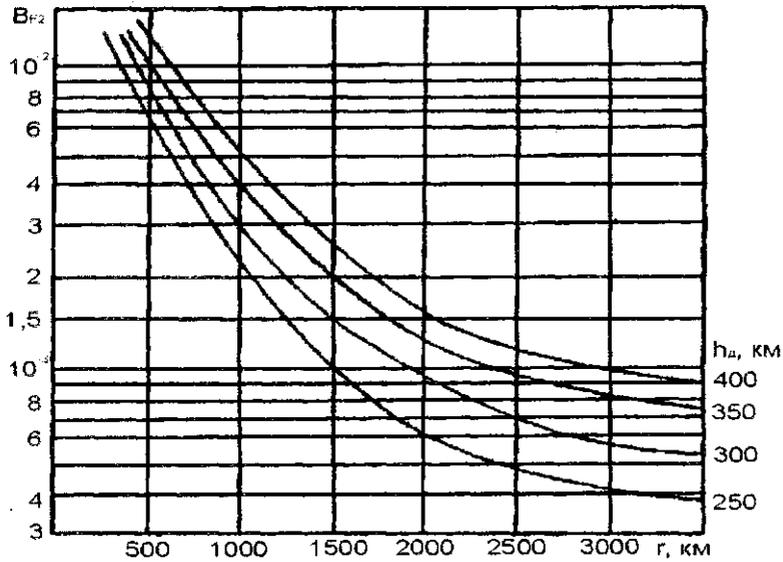


Рисунок А.8 – Залежність максимальної електронної концентрації області F від часу доби

## Продовження додатку А

Рисунок А.9 – Залежність  $A_{\Sigma}(f_{кр} E)$ Рисунок А.10 – Залежність  $V_{F2}$  від довжини радіолінії

## Продовження додатку А

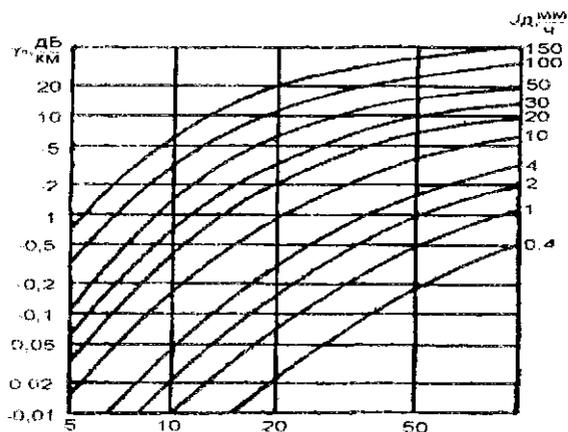


Рисунок А.11 – Погонне загасання в дощі на різних частотах при  $I_{д} = \text{const}$

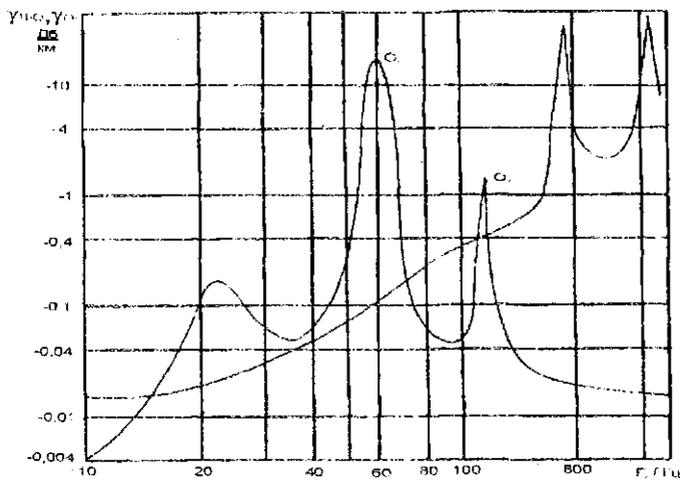


Рисунок А.12 – Погонне загасання в кисні та водяних парах на різних частотах