

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни
"Електродинаміка та поширення радіохвиль" для студентів
спеціальності 8090701 "Радіотехніка" всіх форм навчання / Укладачі:
Логачова Л.М., Бугрова Т.І. – Запоріжжя:ЗНТУ, 2002.-71с.

Рецензент: доц., к.т.н. В.П.Дмитренко

Відповідальний за випуск: ст. викладач каф. РТ Т.І.Бугрова

Затверджено
на засіданні кафедри радіотехніки

1055

3 від 12 лютого 2002 р.

З М І С Т

стр.

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1. ЗОНИ ФРЕНЕЛЯ.....	4
2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2. ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНОЇ СТРУКТУРИ ПОЛЯ ВИПРОМІНЮВАЧА, ПІДНЯТОГО НАД ПЛОСКОЮ ЗЕМЛЕЮ.....	12
3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3. ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛЯ ПРИ АНТЕНАХ, РОЗТАЦЮВАНИХ НА ЗЕМЛІ.....	22
4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4. ПОЛЕ ВИПРОМІНЮВАЧА ЗА НЕПРОЗОРИМ ЕКРАНОМ.....	34
5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5. ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛЯРИЗАЦІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ.....	40
6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6. ВИВЧЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄМНИХ РЕЗОНАТОРІВ.....	48
7 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7. ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРИ ПОЛЯ У ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ.....	58
ЛІТЕРАТУРА.....	70
ДОДАТОК А. ТАБЛИЦІ КОСИНУС- І СИНУС- ІНТЕГРАЛІВ ФРЕНЕЛЯ.....	71

2001

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ЗОНИ ФРЕНЕЛЯ

Мета роботи: вивчити явище дифракції на круглому отворі та поняття зон Френеля, мінімальної зони, істотної зони.

1.1 Загальні положення

При взаємодії хвиль з об'єктами, перепонами, отворами у екранах виникають викривлення поля. Задача визначення впливу об'єктів на структуру поля називається задачею дифракції. З необхідністю вирішення цієї задачі зустрічаються при аналізі антен, поширенні радіохвиль у неоднорідних середовищах, у радіолокації, зв'язку і т. д.

При аналізі дифракції сферичної хвилі на круглому отворі можна з'ясувати, що не вся частина простору приймає однакову участь у поширенні радіохвиль між двома пунктами, виникають поняття істотної частини траєкторії, істотної зони.

Розглянемо дифракцію на нескінченному екрані з круглим отвором радіусу R (рис. 1.1).

Джерело сигналу знаходиться у точці O , поле досліджується у точці A .

За екраном можна виділити поверхню S , з точки зору геометричної оптики повністю затінену, та поверхню S_0 , яка освітлена джерелом.

Поле на $S+S_0$ задається за методами, які запропонували Френель та Кирхгоф, і за цим полем розраховується поле у точці A (на S поле беруть рівним нулю, на S_0 воно таке ж, як якби екрана не було), т. т.

$$E_{S_0} = \frac{\sqrt{60PD}}{\rho} e^{-jk\rho} \cdot F_E,$$

де: P – потужність передавача;

D – КСД антени передавача;

F_E – діаграмний множник антени передавача;

k – хвильове число $\frac{2\pi}{\lambda}$;

λ – довжина хвилі передавача;

ρ – відстань від передавача до точки спостереження.

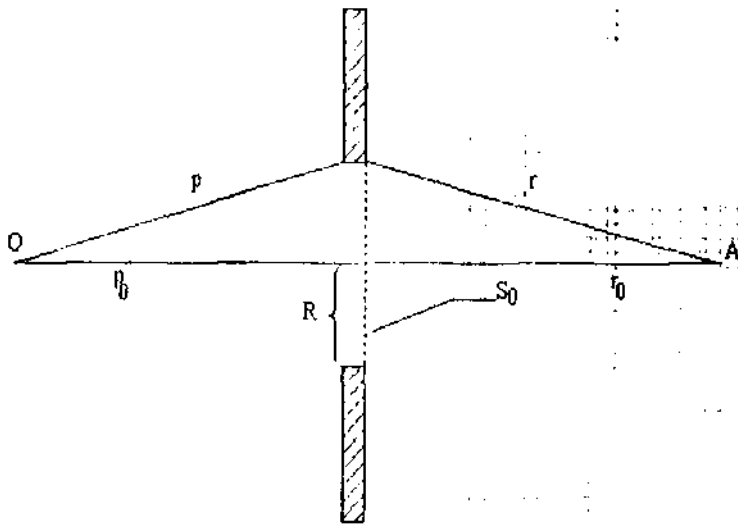


Рисунок 1.1 – Геометрія задачі

Для розрахунків по величині поля на поверхні $S+S_0$ величини поля у точці A можна використовувати принцип Гюйгенса - Френеля, який пізніше був модифікований Кирхгофом. Невірний у основі принцип Гюйгенса (знаходиться обвідна сферичних хвиль, які випромінюються точками хвильового фронту) Френель перетворив у потужну зброю вирішення дифракційних задач у 1813 році, забезпечивши кожний випромінюючий елемент ds поверхні S_0 фазою та діаграмою спрямованості (яка потім була виправлена Кирхгофом, що дав вивід принципу Гюйгенса - Френеля з хвильового рівняння).

Елемент Гюйгенса - Кирхгофа ds на отворі S_0 створює у точці A поле

$$d\vec{E} = j \frac{E_S}{\lambda r} dS e^{-jkr} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (1.1)$$

Сумарне поле можна зобразити у вигляді :

$$E(R) = \int_{S_0} j \frac{\sqrt{60PD}}{\lambda r} F_E e^{-jk(r+\rho)} \cos^2 \frac{\theta}{2} dS \quad (1.2)$$

Фаза кожного елемента dS визначається показником $k(r+\rho)$.

Розділимо поверхню отвору S_0 на зони Френеля (рис. 1.2), які визначаються рівностями

$$\begin{cases} \rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) = \frac{\lambda}{2} \\ \rho_2 + r_2 - (\rho_0 + r_0) = \frac{2\lambda}{2} \\ \dots \\ \rho_n + r_n - (\rho_0 + r_0) = \frac{n\lambda}{2} \end{cases} \quad (1.3)$$

Згідно цим рівностям вторинні джерела, які розташовані на межі двох сусідніх зон, випромінюють хвилі, які приходять у точку спостереження A у протифазі.

Позначимо через $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \dots, \vec{B}_i$ вектори сигналів від кожної зони. При цьому вектор \vec{B}_2 спрямований протилежно вектору \vec{B}_1 та менший за нього, вектор \vec{B}_3 менше \vec{B}_2 та протилежний йому, і т.д.

Модуль сумарного сигналу дорівнює

$$\vec{B} = \vec{B}_1 - \vec{B}_2 + \vec{B}_3 - \vec{B}_4 + \dots \quad (1.4)$$

Вираз (1.4) є збіжним рядом який можна зобразити у вигляді

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_1}{2} + \left| \frac{\bar{B}_1}{2} - \bar{B}_2 + \frac{\bar{B}_3}{2} \right| + \dots = \frac{\bar{B}_1}{2} \quad (1.5)$$

Таким чином, сигнал від половини першої зони Френеля приблизно дорівнює сигналу у вільному просторі.

Радіус першої зони Френеля $R_{\phi 1}$ легко знайти з рівностей

$$\rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) = \frac{\lambda}{2};$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_0^2 + R_{\phi 1}^2} = \rho_0 + \frac{R_{\phi 1}^2}{2\rho_0}$$

$$r_1 = \sqrt{r_0^2 + R_{\phi 1}^2} = r_0 + \frac{R_{\phi 1}^2}{2r_0};$$

звідки

$$R_{\phi 1} = \sqrt{\frac{\lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}} \quad (1.6)$$

Аналогічно для зовнішнього радіусу n -ої зони маємо

$$R_{\phi n} = \sqrt{\frac{\lambda \rho_0 r_0 n}{\rho_0 + r_0}} \quad (1.7)$$

Очевидно, рівняння

$$\rho_n + r_n = \rho_0 + r_0 + \frac{n\lambda}{2} \quad (1.8)$$

є рівняння еліпсоїда обертання у просторі. Таким чином, межа зони Френеля у просторі є еліпсоїд з фокусами у точках O та A , а зони Френеля – простір між двома еліпсоїдами.

Обчислення інтеграла (1.2) методом стаціонарної фази приведе до наступного виразу для поля у точці спостереження A

$$\hat{E}(R) = \frac{\sqrt{60PD}}{\rho_0 + r_0} e^{-i\mu(\rho_0 + r_0)} \cdot \hat{V}(R), \quad (1.9)$$

$$V(R) = 2 \left[C^2(R) + S^2(R) \right], \quad (1.10)$$

де $\hat{V}(R)$ – множник послаблення радіотраси, що досліджується, $C(R)$ та $S(R)$ – спеціальні функції – косинус - та синус - інтеграли Френеля, відповідно. Таблиця значень $V(R)$ при різних співвідношеннях радіуса отвору R до радіусу першої зони Френеля R_0 розташована у додатку А.

Графік залежності модуля множника послаблення $|\hat{V}(R)|$ від радіуса отвору має осцилюючий характер та зображений на рис. 1.3.

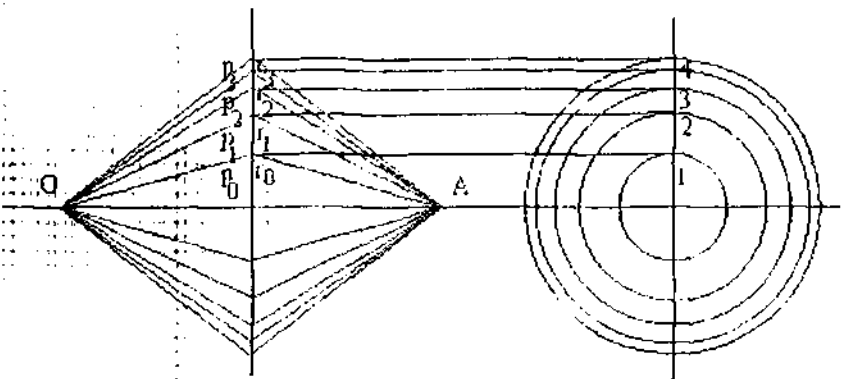


Рисунок 1.2 – Зони Френеля

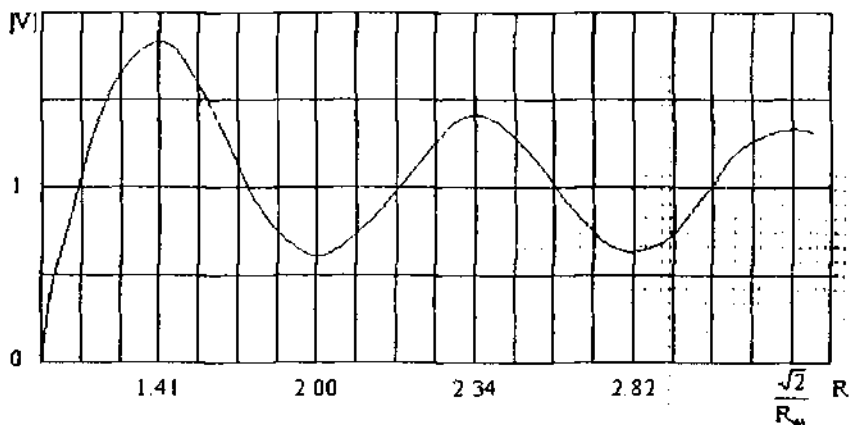


Рисунок 1.3 – Залежність модуля множника ослаблення від відносного радіусу отвору в екрані

Видно, що коли $R = \frac{R_{\phi 1}}{\sqrt{3}}$, то $|\hat{V}| = 1$. На поле істотно впливає лише область, яка містить усередині декілька перших зон Френеля, які складають істотну зону для поширення радіохвиль ($R = R_{\phi 0} = 3R_{\phi 1}$).

Зона $R = \frac{R_{\phi 1}}{\sqrt{3}}$, де $|\hat{V}| = 1$, називається мінімальною зоною.

На практиці істотний вплив на характер залежності $|\hat{V}(R)|$ чинить діаграма спрямованості антени передавача F_E .

1.2 Розрахункова частина

1. За значеннями $\rho = 0,5$ м, $r_0 = (0,3 + N \cdot 0,2)$ м, та робочій довжині хвилі $\lambda = 0,03$ м розрахувати та побудувати графік залежності модуля множника послаблення $|\hat{V}(R)|$ при збільшенні радіуса отвору від нуля до шести зон Френеля, $N = 0, 1, 2, \dots, 25$.

2. Використовуючи дані п.1, розрахувати множник послаблення $|\hat{V}(R)|$ при довжині хвилі $\lambda = 0,01$ м.

3. Визначити розмір істотної та мінімальної зон при поширенні радіохвиль за даними п.1.

1.3 Опис лабораторної установки

Схема установки для вивчення зон Френеля зображена на рис. 1.4.

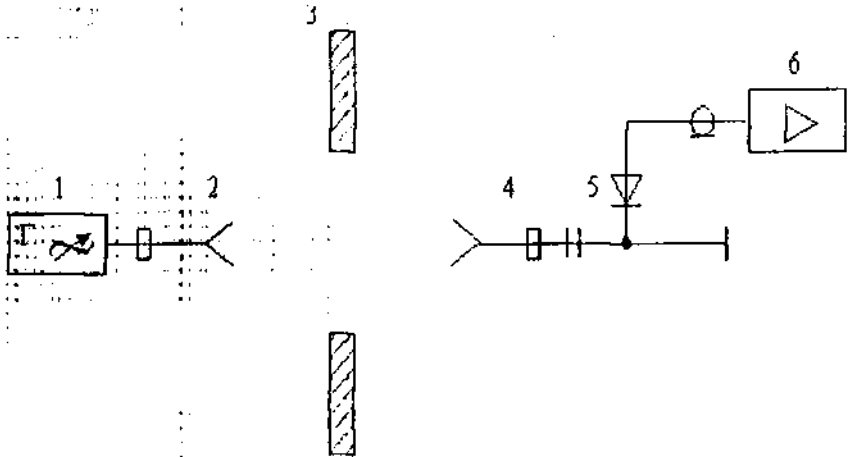


Рисунок 1.4 – Структурна схема вимірювальної установки:
 1 – генератор НВЧ коливань; 2 – передаюча антена; 3 – екран з ірисовою діафрагмою; 4 – приймальна антена; 5 – кристалічний детектор; 6 – мілівольтметр.

1.4 Порядок виконання роботи

1. Ввімкнути і на протязі 20 – 25 хвилин прогріти НВЧ генератор.
2. Настроїти генератор на завдану довжину хвилі, добитися вихідної потужності.
3. Встановити відстань від передавальної та приймальної антен до екрана відповідно до розрахункового завдання.
4. Зняти залежність рівня поля у точці прийому, змінюючи радіус діафрагми від 0 до 0,5 м через 0,01 м.
5. Збільшивши удвоє відстань від передавача до екрана, повторити вимірювання згідно п.4.

6. Визначивши рівень поля E_0 по вільному простору при $|V| = 1$, побудувати графік множника послаблення $|V_0(R)|$. Зрівняти експериментальні та теоретичні залежності.

1.5 Зміст звіту

1. Результати попередніх розрахунків у вигляді таблиць та графіків.

2. Результати вимірювань множників послаблення з аналізом та зрівнянням отриманих результатів.

1.6 Контрольні запитання

1. Як формулюється принцип Гюйгенса – Френеля?
2. Яка область фронту хвилі є істотною при поширенні радіохвиль?
3. Як отримати формулу, яка визначає радіуси зон Френеля?
4. Чому область простору, яка є істотною при поширенні радіохвиль, являє собою еліпсоїд обертання?
5. Яким чином можна отримати підсилення (послаблення) поля у точці прийому по відношенню до поля вільного простору?
6. Як зменшити область простору, яка є істотною для поширення хвиль?
7. Чому при зміні радіуса отвору залежність рівня поля, яке є дифрагованим на отворі, має осцилюючий характер?
8. Як впливають реальні розміри антен на формування поля у точці прийому?

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНОЇ СТРУКТУРИ ПОЛЯ
ВИПРОМІНЮВАЧА, ПІДНЯТОГО НАД ПЛОСКОЮ ЗЕМЛЕЮ

Мета роботи: вивчити особливості поширення ультракоротких хвиль над поверхнею землі, дослідити висотні характеристики і характеристики дальності множника послаблення поля випромінювача, піднятого над плоскою радіотрасою.

2.1 Основні положення

Розглянемо радіолінію, у якій передаюча та приймальна антени і знаходяться на невеликій відстані одна від одної, так що кривизною Землі можна знехтувати. Будемо вважати, що радіохвилі поширюються над плоскою напіврівнинною поверхнею. Нехай даці поверхня Землі зовсім гладка і однорідна на протязі усієї траси, а висоти антен складають не менше декількох довжин хвиль. Подібна модель радіотраси (рис. 2.1) є справедливою для діапазону УКХ.

Задача визначення напруженості поля в точці прийому В зводиться до знаходження множника послаблення K , який дорівнює відношенню напруженості поля в точці прийому на реальній радіотрасі до напруженості електричного поля у вакуумі при однаковому в обох випадках віддаленні приймальної антени від передаючої.

При піднятих над плоскою Землею передаючої та приймальної антени вирішення задачі про знаходження множника послаблення, яке зводиться до вирішення рівнянь Максвелла стосовно до заданих граничних умов, можна значно спростити. Наближено напруженість електричного поля у місці розташування приймальної антени можна знайти методами геометричної оптики.

Електричне поле у місці приймальної антени (точка В) можна розглядати як результат інтерференції прямого (який вільно поширюється у повітрі) променю І

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{60PD}}{r_1} e^{-jkr_1}$$

та променя 2, відбитого в точці С від поверхні землі і падаючого на приймальну антену (рис. 2.1):

$$\dot{E}_2 = \dot{R}_{a,v} \frac{\sqrt{60PD}}{r_2} e^{-jkr_2}$$

де P – потужність передавача;

D – КСД передаючої антени;

r_1 – довжина прямого променя АВ;

$r_2 = (AC+BC)$ – довжина шляху відбитого від землі променя;

$\dot{R}_{a,v} = |\dot{R}_{a,v}| e^{-j\theta_{a,v}}$ – комплексний коефіцієнт відбиття від поверхні землі відповідно при горизонтальній та вертикальній поляризації.

Враховуючи, що в амплітудному множнику $r_2 \approx r_1$, отримуємо поле в точці В:

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{60PD}}{r_1} e^{-j\psi} \left[1 + \dot{R}_{a,v} e^{-j\Delta} \right]$$

де:

$$\Delta r = r_1 - r_2 \approx \frac{2h_1 h_2}{r}$$

Очевидно,

$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{60PD}}{r_1} e^{-j\psi} \cdot \dot{V} \quad (2.1)$$

При цьому :

$$\begin{aligned}
 |R| &= \sqrt{1 + 2R_{n,r} \cos\left(\theta_{R_{n,r}} + \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r\right) + R_{n,r}^2} = \\
 &= \sqrt{1 + R_{n,r} \cos\left(\theta_{R_{n,r}} + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right)}
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Тут $\theta_{R_{n,r}}$ - фаза коефіцієнта відбиття.

Комплексний коефіцієнт відбиття залежить від кута ковзання Ψ , комплексної діелектричної проникності землі $\hat{\epsilon} = \epsilon' - j60\lambda\sigma$ та поляризації хвилі:

$$\hat{R}_r = \frac{\sin \Psi - \sqrt{\hat{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}{\sin \Psi + \sqrt{\hat{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}$$

$$\hat{R}_n = \frac{\hat{\epsilon} \sin \Psi - \sqrt{\hat{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}{\hat{\epsilon} \sin \Psi + \sqrt{\hat{\epsilon} - \cos^2 \Psi}}$$

При зменшенні відстані r множник послаблення проходить через ряд максимумів $\left(\text{коли } \cos\left(\theta_{R_{n,r}} + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right) = 1\right)$ та ряд мінімумів $\left(\text{коли } \cos\left(\theta_{R_{n,r}} + \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r}\right) = -1\right)$, які дорівнюють $1 + R_{n,r}$ та $1 - R_{n,r}$ (рис. 2.2 а та 2.3 б).

Починаючи з деякої відстані r_{\max} множник послаблення монотонно зменшується, прямує до 0.

Спростимо формулу (2.2) для більших кутів падіння.

Для багатьох поверхонь Землі коефіцієнт відбиття $|R|$ близький до одиниці, а кут набігу фази θ_R - до 180° .

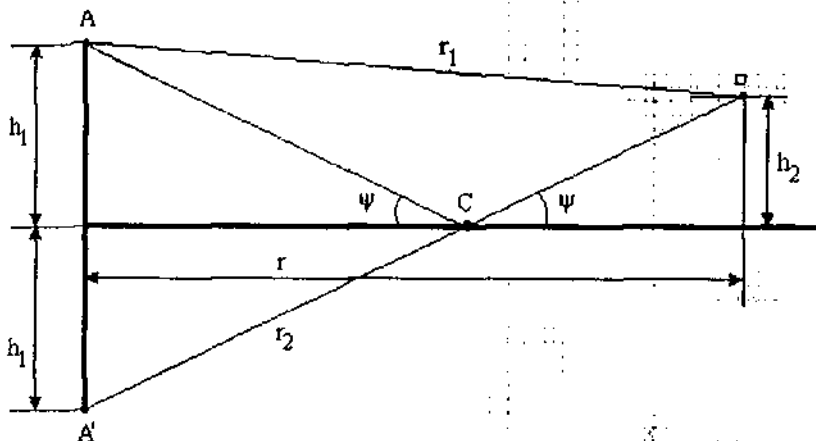


Рисунок 2.1 – Геометрія задачі

Припустимо у формулі (2.2) $R=1$, $\theta_R=180^\circ$, отримаємо:

$$V = 2 \left| \sin \frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \right| \quad (2.3)$$

Підставляючи (2.3) у формулу (2.1), отримаємо інтерференційну формулу Введенського для добре провідної землі:

$$|\dot{E}| = \frac{\sqrt{240PD}}{r} \left| \sin \frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \right| \quad (2.4)$$

У багатьох важливих для практики випадках формулу (2.3) можна ще більше спростити, надавши їй зручний для розрахунків вигляд. Замінімо у виразі (2.3) синус його аргументом:

$$V = \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda r} \quad (2.5)$$

Це справедливо у випадках, коли аргумент синуса у формулі (2.3) менше 20° , тобто, при умові:

$$\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r} \leq \frac{\pi}{2}.$$

Підставивши (2.5) у (2.1), отримаємо амплітуду напруженості електричного поля в точці прийому при великих відстанях :

$$E = \frac{4\pi\sqrt{60PD} \cdot h_1 h_2}{r^2 \cdot \lambda}. \quad (2.6)$$

Формула (2.6) була вперше отримана Б.О. Введенським і носить назву квадратичної формули Введенського, так як напруженість поля відповідно до цієї формули зворотно пропорційна квадрату відстані. З формули (2.4) випливає, що останній інтерференційний максимум множника послаблення буде спостерігатися, коли :

$$\frac{2\pi h_1 h_2}{\lambda r_{\max}} = \frac{\pi}{2}, \quad r_{\max} = \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda}.$$

З умови правомірності заміни синуса його аргументом знаходимо область застосування квадратичної формули Введенського. Її можна застосовувати, починаючи з відстаней :

$$r_B = \frac{18h_1 h_2}{\lambda} = 4.5r_{\max}.$$

На рис. 2.2 область застосування формули (2.6) позначена подвійною штриховкою.

При значних відстанях між приймачем та передавачем у інтерференційних формулах Введенського необхідно враховувати сферичність Землі.

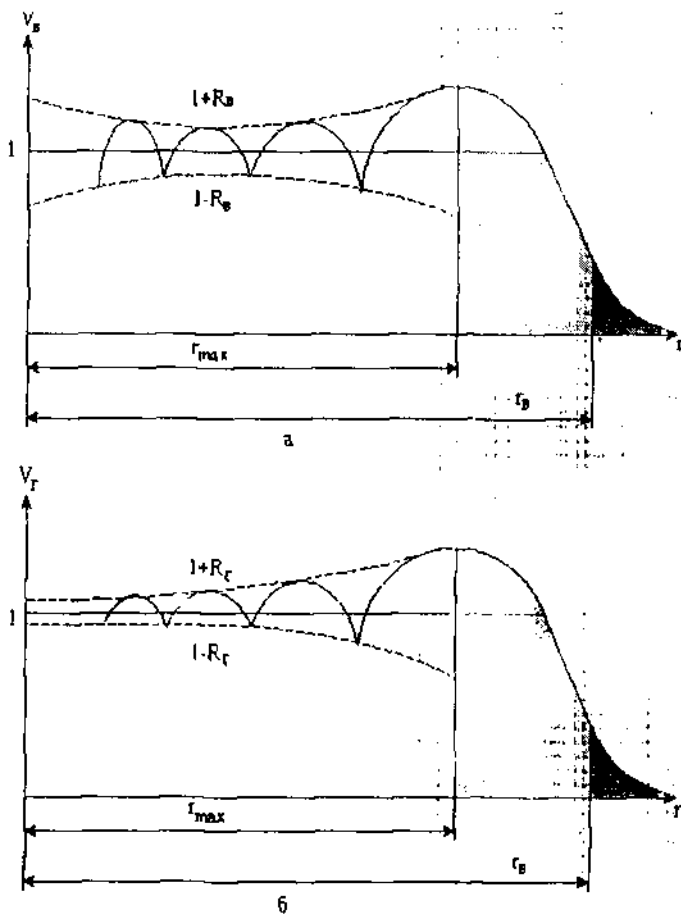


Рисунок 2.2 – Залежність модуля множника ослаблення від відстані

При цьому користуються відстанню прямої видимості r_0 , тобто відстанню між приймальною та передаючою антенами, коли пряма, яка з'єднує ці антени, доторкається до земної поверхні між ними. Відстань прямої видимості (рис.2.3а):

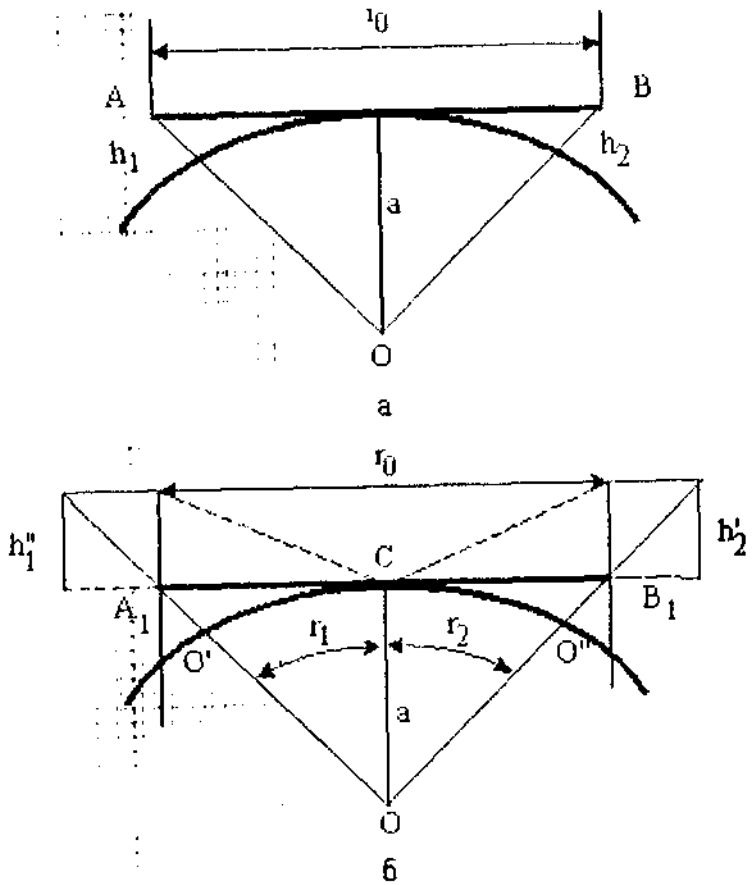


Рисунок 2.3 – Геометрія траси при необхідності врахування сферичності Землі

$$r_0 = AC + CB,$$

$$AC = \sqrt{(a + h_1)^2 - a^2} \approx \sqrt{2ah_1},$$

$$CB \approx \sqrt{2ah_2},$$

тобто,

$$r_0 = \sqrt{2a}(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}),$$

де a – радіус Землі, $a = 6370$ км.

Реальна криволінійна траса довжиною $r_1 + r_2$ (рис. 2.3) змінюється на еквівалентну прямолінійну радіотрасу довжиною r_0 . Тоді реальні висоти приймальної та передаючої антен h_1 та h_2 слід змінити на так звані приведені висоти h'_1 та h'_2 :

$$h'_1 = h_1 - \Delta h_1, \quad h'_2 = h_2 - \Delta h_2 \quad (2.7)$$

Щоб визначити приведені висоти h'_1 та h'_2 необхідно знайти точку дзеркального відбиття C . Для радіотрас, що близькі за довжиною до відстані прямої видимості ($r \rightarrow r_0$), положення точки C визначається виразом:

$$CA_1 \approx r \frac{\sqrt{h_1}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}$$

Для малих відстаней ($r \ll r_0$) точку дзеркального відбиття можна знайти наближено за формулою:

$$CA_1 \approx r \frac{h_1}{h_1 + h_2}, \quad CB \approx r \frac{h_2}{h_1 + h_2}$$

Далі визначаються поправки висот антен на сферичність Землі Δh_1 та Δh_2 з ΔA_1CO та ΔB_1CO (врахуємо при цьому, що $OO' = OO'' = a$, де a – радіус Землі).

Напруженість поля в точці прийому з урахуванням сферичності Землі розраховується за формулами (2.1), (2.4), (2.6), де замість справжніх висот приймальної та передаючої антен h_1, h_2 необхідно підставити наведені висоти h'_1 та h'_2 .

2.2 Розрахункове завдання

1. Побудувати залежність $V(h_2)$ для $\lambda=0,03$ м за завданням викладачем значеннями h_1, r, ϵ .
2. Побудувати залежність $V(r)$ для $\lambda=0,03$ м за завданням викладачем значеннями $h_1, h_2, \epsilon = j60\lambda\sigma$.
3. За даними п.п. 1 та 2 повторити розрахунки для випадку ідеально відбиваючої поверхні.

2.3 Опис лабораторної установки

Добре відбиваюча траса є металевим листом.

Приймальна антена може пересуватися як по висоті, так і вздовж траси.

2.4 Порядок виконання роботи

1. Звімкнути і на пролязі 20 хвилин прогріти НВЧ генератор, отримати стабільну вихідну потужність.
2. Встановити висоту h_1 за завданням викладача; зняти залежність рівня поля від висоти h_2 .
3. Встановити висоту h_2 за вказівкою викладача та зняти залежність рівня поля від висоти h_1 .
4. Встановити висоти антен h_1 та h_2 за вказівкою викладача і зняти залежність рівня поля від відстані r .
5. Нанести експериментальні точки на розрахункові графіки, порівняти отримані теоретичні та експериментальні результати.

2.5 Зміст звіту

1. Графіки розрахункових залежностей з нанесеними на них експериментальними точками.
2. Аналіз величини та причин розбіжностей розрахункових та експериментальних значень.

2.6 Контрольні запитання

1. Якісна картина залежності рівня поля від висоти приймальної антени при різних висотах передаючої.
2. Якісна картина залежності рівня поля від висоти передаючої антени при різних висотах приймальної.
3. Якісна картина залежності рівня поля від відстані. При фіксованих висотах приймальної і передаючої антен.
4. Як знайти точку дзеркального відбиття і кут дзеркального відбиття при відомих h_1 , h_2 та r ?
5. У чому різниця інтерференційних структур поля при зміні поляризації випромінювача з горизонтальної на вертикальну? Для яких поверхонь воно буде мати яскраво виражений характер.
6. Роль зон Френеля у формуванні відбитого поля.
7. Вивести квадратичну формулу Введенського. У яких випадках вона застосовується?
8. Що таке явища повного заломлення та відбиття і коли вони мають місце?
9. Як знайти відстань прямої видимості над сферичною Землею?
10. У яких діапазонах хвиль можуть застосовуватися інтерференційні формули для розрахунку поля?
11. Як необхідно змінити інтерференційні формули при розрахунку поля над сферичною Землею?

3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛІВ ПРИ АНТЕНАХ, РОЗТАШОВАНИХ
НА ЗЕМЛІ

Мета роботи: дослідити теоретично та експериментально структуру електромагнітного поля над плоскою поверхнею Землі та в Землі. Отримати розподіл електричного поля вздовж однорідної та кусочно-однорідної траси.

3.1 Основні положення

Антеня ДХ, СХ, КХ та навіть УКХ часто розміщують поряд з Землею або безпосередньо на Землі. При цьому часто (на даних хвилях до відстаней в сотні км) Землю можна вважати плоскою.

Якщо вертикальний вібратор розмістити над ідеально провідною Землею, то напруженість поля у верхньому напівпросторі поряд з поверхнею Землі (рис. 3.1, а) визначаються за формулою:

$$E_{\text{н}} = \frac{\sqrt{120PI}}{r}$$

Характеристика спрямованості такої антени має максимум, орієнтований вздовж Землі. Відповідно до граничних умов електричне поле має одну складову $E_{\text{н}}$, магнітне поле задовольняє умові:

$$\frac{E_{\text{н}}}{H_{\text{т}}} = 120\pi$$

Якщо середовище, поряд з яким розміщений випромінювач, має втрати, і має комплексну діелектричну проникність $\tilde{\epsilon} = \epsilon - j60\lambda\sigma$, то частина енергії проходить у середину Землі.

Тобто, крім складової вектора Пойнтінга P_x , існує складова P_z , спрямована у середину Землі (рис. 3.1, б).

Знайдемо складові поля на границі повітря – земля. Для цього скористуємося граничними умовами Шукіна – Леонтовича [1], так як

реальні ґрунти майже завжди такі, що модуль їх комплексної діелектричної проникності значно більше одиниці:

$|\hat{\epsilon}_2| = \sqrt{\epsilon_2^2 + (60\lambda\sigma)^2} \gg 1$. Перетворимо наближені граничні умови:

$$E_{x_1} = Z_{c_2} H_{y_1} \quad (3.1)$$

стосовно до границі розподілу повітря – напівпровідникова земна поверхня ($\hat{\epsilon}_{a_1} = \epsilon_0$, $\hat{\mu}_{a_1} = \mu_0$, $\hat{\epsilon}_{a_2} = \epsilon_2 \epsilon_0$, $\hat{\mu}_{a_2} = \mu_0$).

Характеристичний опір Землі

$$Z_{c_2} = \sqrt{\frac{\mu_{a_2}}{\hat{\epsilon}_{a_2}}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\hat{\epsilon}_2}}$$

тобто з граничних умов (3.1) можна знайти тангенціальну складову напруженості магнітного поля у повітрі:

$$H_{y_1} \approx \frac{E_{x_1}}{120\pi} \sqrt{\hat{\epsilon}_2}. \quad (3.2)$$

Співвідношення (3.2) дозволяє вирішити задачу про поширення радіохвиль в атмосфері без урахування поля напівпровідникової Землі, вплив якої автоматично враховується граничною умовою (3.2).

Виразимо через нормальну складову електричного поля у повітрі E_{z_1} напруженості електричного і магнітного полів у повітрі і на Землі:

$$\text{середовище I} \quad \begin{cases} H_{y_1} = \frac{E_{z_1}}{120\pi}, \\ E_{x_1} = \frac{E_{z_1}}{\sqrt{\epsilon_2}}, \\ E_{z_1} > E_{x_1}. \end{cases} \quad (\text{з формул (3.2) та (3.3)}) \quad (3.4)$$

середовище 2

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{Y_2} = H_{Y_1} = \frac{E_{Z_1}}{120\pi}, \\ E_{X_2} = E_{X_1} = \frac{E_{Z_1}}{\sqrt{\epsilon_2}}, \\ E_{Z_2} = \frac{E_{Z_1}}{\epsilon_2}, \\ E_{Z_2} < E_{X_2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(з точних граничних умов для танген-} \\ \text{ційних складових та формул (3.2) та (3.3))} \\ \text{(з точних граничних умов для нормальних} \\ \text{складових поля } E_{Z_2} \cdot \epsilon_2 = E_{Z_1} \cdot \epsilon_1) \end{array}$$

Таким чином, усі складові поля у першому і другому середовищі виражені через E_{Z_1} , причому $E_{Z_1} > E_{X_1}$, $E_{Z_2} < E_{X_2}$. Це означає, що наявність напівпровідникової Землі істотно змінює структуру напруженості поля випромінювача вертикальної подіаризації. Крім вертикальної складової E_{Z_1} в електричному полі випромінювача на границі розподілу з'являється горизонтальна складова E_{X_1} (3.4), амплітуда і фаза якої визначається електричними параметрами ґрунту. Наявність складової E_{X_1} призведе до того, що вектор Пойнтинґа (і фронт хвилі) виявляються нахиленими до поверхні Землі, у зв'язку з чим частина електромагнітної енергії поглинається ґрунтом (див. рис. 3.1, б). Крім того, виникнення горизонтальної складової, яка є несинофазною з вертикальною, призведе до того, що в точці прийому результуюче поле над поверхнею Землі і в Землі поляризоване еліптично (рис. 3.2).

Кут ξ між великою віссю АВ еліпса поляризації та нормаллю до поверхні \bar{n} визначається зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{1}{\sqrt{|\epsilon_2|}}.$$

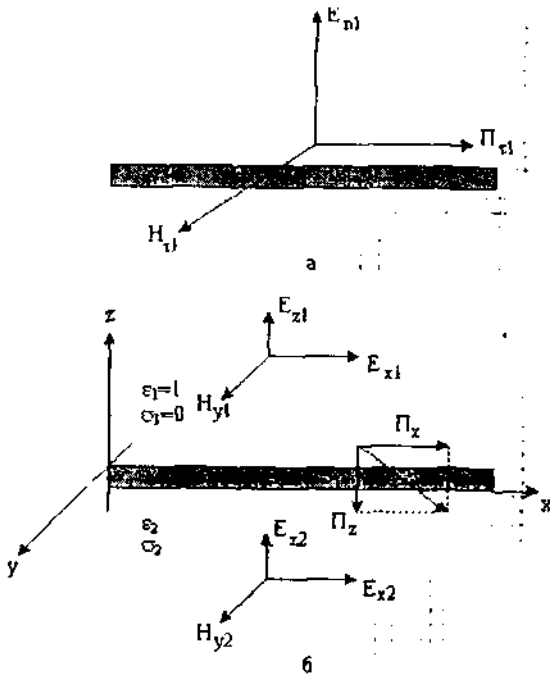


Рисунок 3.1 – Геометрія задачі

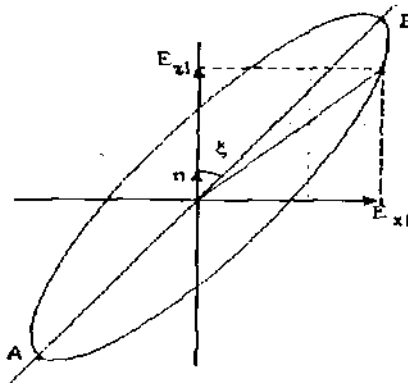


Рисунок 3.2 – Поляризаційний еліпс

Наявність горизонтальних складових електричного поля E_x та E_y дозволяє здійснювати прийом радіохвиль на горизонтальні антени у вигляді провідів, розтягнутих в напрямку поширення хвилі над Землею і в Землі. Глибоко в Землю провід не занурюється, бо усередину хвиля швидко загасає.

Для визначення величини вертикальної складової електричного поля над землею E_z , використовують формулу Шулейкіна – Ван-дер-Поля [5]:

$$E_{z_0} = \frac{\sqrt{120PD}}{r} |V|. \quad (3.5)$$

у якій зменшення напруженості поля над реальною Землею по зрівнянню з напруженістю поля у вільному просторі враховується множителем послаблення V . Таким чином, задача знаходження напруженості поля над напівпровідниковою поверхнею зводиться до визначення модуля множника послаблення $|V|$. Відповідно до методу Шулейкіна – Ван-дер-Поля розраховують чисельну відстань, яку для вертикально поляризованого випромінювача знаходять за формулою:

$$\rho_H = \frac{\pi \sqrt{(\epsilon_2 - 1)^2 + (60\lambda\sigma_2)^2}}{\lambda |\epsilon_2|^2}, \quad (3.6)$$

а для горизонтально поляризованого випромінювача:

$$\rho_v = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{(\epsilon_2 - 1)^2 + (60\lambda\sigma_2)^2}. \quad (3.7)$$

З формул (3.6) та (3.7) випливає, що чисельна відстань ρ є величина безрозмірна і залежить від відстані r між передаючою та приймальною антенами, довжини хвилі λ і властивостей поверхні

землі (ε_2, σ_2), над якою поширюються хвилі. В окремому випадку, коли $\varepsilon_2 \gg 1$ (море), формула (3.6) спрощується:

$$\rho_a = \frac{\pi r}{\lambda |\dot{\varepsilon}_2|}, \quad \rho_s = \frac{\pi r}{\lambda} |\dot{\varepsilon}_2|.$$

Якщо струми провідності значно перевищують струми зміщення в ґрунті, тобто $60\lambda\sigma_2 \gg \varepsilon_2$, то

$$\rho_a = \frac{\pi r}{60\lambda^2\sigma}, \quad \rho_s = \pi 60\sigma.$$

Якщо навпаки, то

$$\rho_a = \frac{\pi r}{\lambda \varepsilon_2}, \quad \rho_s = \frac{\pi r \varepsilon_2}{\lambda}.$$

Існують наближені формули, які зв'язують відстань та множник послаблення:

$$|\dot{V}| \approx \frac{2 + 0,3\rho_{a,s}}{2 + \rho_{a,s} + \rho_{a,s}^2}. \quad (3.8)$$

Якщо $\rho_{a,s} > 25$ вираз для $|\dot{V}|$ спрощується

$$|\dot{V}| \approx \frac{1}{2\rho_{a,s}}.$$

З формул (3.6) - (3.8) випливає, що при зменшенні провідності ґрунту σ_2 або при збільшенні фізичної відстані r множник послаблення зменшується, в той час як збільшення довжини хвилі, навпаки, викликає збільшення множника послаблення при майже

рівних умовах. На великих відстанях, коли $\rho_{ac} > 25$, напруженість поля E_z зворотно пропорційна квадрату відстані g .

Через сферичність Землі застосування формули Шулейкіна - Ван-дер-Поля можливе тільки на відносно невеликих відстанях, в межах яких поверхню Землі можна апроксимувати площиною.

3.2 Поширення радіохвиль над кусково-однорідною плоскою трасою

Найбільш істотний вплив на поширення радіохвиль на неоднорідній трасі чинять її кінцеві ділянки, які безпосередньо межують з передаючою та прийнятною антенами, і носять умовну назву "злітна" та "посадочна" площадки.

Фізична природа цього явища міститься у послаблюючій дії напівпровідникової Землі на приземні радіохвилі. Основний потік енергії як би "піднімається" над поверхнею Землі і поширюється у вільному просторі на деякій висоті над Землею.

В основі точного рішення задач поширення радіохвиль над неоднорідною поверхнею та при виводі формули Шулейкіна - Ван-дер-Поля лежить припущення, що модуль комплексної діелектричної проникності кожної з ділянок траси значно більше одиниці. Це дозволяє використовувати наближені граничні умови і вирішивши хвильове рівняння (або рівняння Максвелла) отримати вираз для множника послаблення хвилі, яка поширюється над неоднорідною трасою. Для траси з двох різнорідних ділянок, у яких чисельні відстані великі ($\rho_1 \gg 1$, $\rho_2 \gg 1$), множник послаблення :

$$V = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{r_1 r_2} (r_1 + r_2)}}, \quad r_1 \neq 0, r_2 \neq 0. \quad (3.9)$$

Вираз (3.9) дозволяє виявити специфічний ефект, який проявляється при поширенні хвиль над кусково-однорідною трасою. В той час, як над однорідним ґрунтом зі збільшенням відстані напруженість поля завжди зменшується, на неоднорідних трасах може

спостерігатися значний зріст амплітуди напруженості поля при переході траси на ділянки з більш високою провідністю, наприклад, з суші на море (рис. 3.3, а).

В випадку, коли передавач знаходиться на морі, а прийом здійснюється на суші, перехід від моря до суші супроводжується істотним зменшенням напруженості поля (рис. 3.3, б).

3.3 Розрахункове завдання

За наведеними раніше формулами і даними таблиці 3.1 розрахувати:

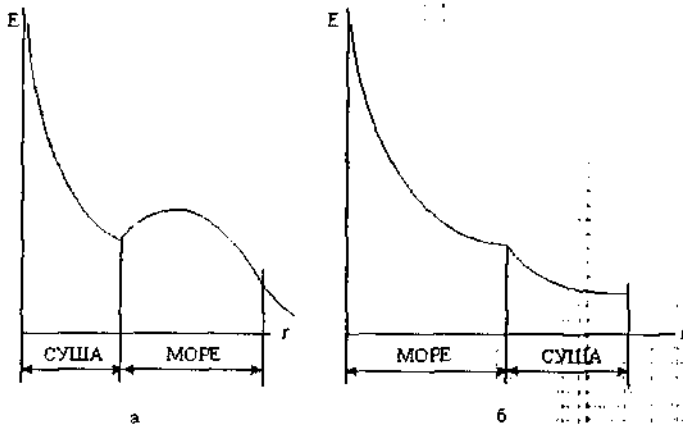


Рисунок 3.3 – Залежність напруженості поля від відстані на неоднорідній трасі

- 1) нормовану горизонтальну складову електричного поля $\frac{E_{z_1}}{E_{z_2}}$ і кут нахилу ξ результуючого вектора E ;
- 2) нормовану вертикальну $\frac{E_{z_1}}{E_{z_2}}$ і горизонтальну $\frac{E_{z_1}}{E_{z_2}}$ складові електричного поля в "суші", а також кут ξ ;

- 3) розході нормованої величини вертикальної складової напруженості електричного поля над однорідною трасою типу "море" і однорідною трасою типу "суша";
- 4) розході нормованої вертикальної складової напруженості електричного поля вздовж кусково-однорідної траси "суша-море". Дані взяті з таблиці 3.1. Розрахунки п. п. 3-4 проводити для r від 5 до 55 см. Нормувати, прийнявши за одиницю значення при $r=0$. Побудувати залежності на окремих графіках. Для траси "суша – море" формули (3.8) та (3.9) дають однакові результати при $r=r_{\text{вони}}$ тільки для $\rho \gg 1$. Ця умова в моделі радіотраси не виконується через малі розміри моделі. При розрахунку необхідно виконати нормування множника послаблення, обчисленого за формулою (3.9), таким чином, щоб прирівняти його до множника послаблення, який визначається за формулою (3.8) при $r=0$.

Таблиця 3.1 Дані для розрахунків

№ бригади		1	2	3	4	5	6	7
Траса, см	суша	20	25	30	35	40	45	15
	море	35	30	25	20	15	10	40

Дані, загальні для усіх бригад :

- 1) робоча довжина хвилі $\lambda=3,2$ см.;
- 2) провідність моря $\sigma = 10^5 \frac{\text{Сл}}{\text{м}}$;
- 3) електричні параметри суші $\epsilon_2 = 3$, $\sigma_2 = 0$.

3.4 Опис експериментальної установки

Структурна схема експериментальної установки зображена на рис. 3.4.

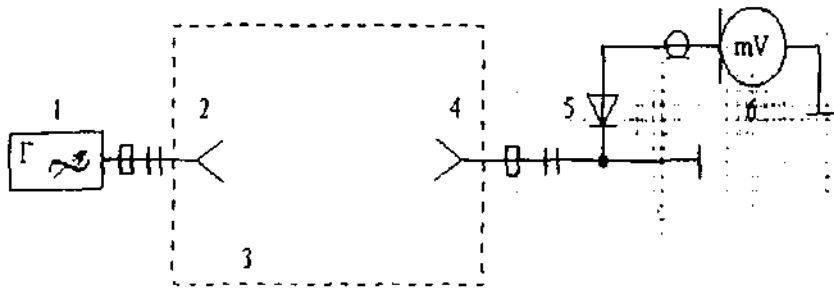


Рисунок 3.4 – Структурна схема експериментальної установки: 1 – генератор НВЧ коливань; 2 – передаюча антена; 3 – модель радіотраси; 4 – приймальна антена; 5 – хвилеводна детекторна секція; 6 – мілівольтметр.

Приймальна антена може вільно переміщуватися по всій довжині траси.

Основна складова експериментальної установки – модель траси.

При моделюванні розмір траси зменшуємо у співвідношенні $\frac{\lambda_{\text{модель}}}{\lambda_{\text{оригіне}}}$.

Але при цьому електричні параметри траси необхідно змінити так, щоб не змінилася величина ρ . З формули (3.6) видно, що для цього необхідно збільшити ϵ_2 або σ_2 траси. Так, для моделювання середньохвильової траси ($\lambda \approx 300$ м), яка пройде над морем з $\sigma_2 = 4 \frac{\text{См}}{\text{м}}$, на хвилі $\lambda = 3.2$ см провідність моделі повинна досягати $10^4 \dots 10^5 \frac{\text{См}}{\text{м}}$, тобто для моделювання моря можна використовувати метал.

Провідність еквівалентної сухопутної траси повинна складати приблизно $10^2 \frac{\text{См}}{\text{м}}$. Відсутність матеріалу з такою провідністю змушує відмовитися від точного моделювання середньохвильової траси над дуже сухим ґрунтом $\sigma_2 \approx 10^{-5} \frac{\text{См}}{\text{м}}$.

Модель траси являє собою прямокутний ящик, заповнений сухим піском. Провідність його не перевищує $10^{-2} \frac{\text{См}}{\text{м}}$. Модель дозволяє прослідити ефекти, які мають місце на реальних трасах. Для моделювання неоднорідної траси масмо набір металевих пластин.

3.5 Порядок виконання роботи

1. Ввімкнути генератор і мілівольтметр, дати апаратурі прогрітись, добитися усталеної генерації НВЧ – коливань.
2. Зняти амплітудний розподіл поля вздовж однорідних трас: “море” (метал), “суша” (пісок). Приймальну антену переміщувати в межах моделі радіотраси.
3. Виміряти амплітудний розподіл поля вздовж неоднорідної траси “суша – море” для того варіанта траси, який розраховувався.
4. Виміряти залежність амплітуди напруженості поля від відстані для двох трас: “суша - море - суша” і “море – суша – море”.

Вказівки:

1. При вимірюванні розподілу напруженості поля вважати, що амплітудна характеристика детекторної секції квадратична. Тому напруженість поля прямо пропорційна квадратному кореню з показань мілівольтметра.
2. Вимірювальний зонд повинен переміщуватись на висоті не більше 2...3 мм від поверхні траси.
3. Обмежені розміри лабораторної установки призводять до малого загасання хвиль, вібруючих від границь траси, і до появи інтерференційних максимумів напруженості поля в точці прийому. В тій області, де ці спотворення особливо значні, необхідно зняти розподіл поля в екстремальних точках і потім провести усереднену криву.

3.6 Зміст звіту

1. Результати попередніх розрахунків.

2. Експериментальні результати розподілу відносних величин напруженості поля вздовж кожної з трас.

Результати розрахунку і експерименту необхідно поєднати на одному графіку, окремому для кожного виду траси. Експериментальні і розрахункові криві напруженості поля нормуються до рівня поля при мінімальній відстані g .

3.7 Контрольні запитання

1. За якою ознакою ґрунт поділяють на провідники та діелектрики?
2. Які точні та наближені граничні умови виконуються на границі розподілу "повітря – Земля"?
3. Намалювати і пояснити хід кривих, які показують залежність множника послаблення від коефіцієнту заповнення неоднорідної траси сушею (морем).
4. Вплив зміни параметрів ґрунту та довжини хвилі на поле поряд з поверхнею Землі.
5. Сутність явища берегової рефракції. Що таке помилка пеленга і як вона виникає?
6. Які умови повинні виконуватися при моделюванні траси? Чи виконуються вони при роботі на лабораторній установці?
7. При яких умовах розрахунок напруженості поля можна вести за формулою Шулейкіна – Ван-дер-Поля?
8. Сутність методики Шулейкіна – Ван-дер-Поля для розрахунку напруженості поля при поширенні хвиль поблизу земної поверхні.
9. Структура поля хвилі, яка поширюється поблизу напівпровідникової поверхні у повітрі і в Землі.
10. Що розуміють під електричними параметрами почв?
11. Чому для пояснення механізму поширення радіохвиль над неоднорідною трасою можна використовувати уявлення про "злітну" та "посадочну" площадки?

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

ПОЛЕ ВІПРОМІНОВАЧА ЗА НЕПРОЗОРИМ ЕКРАНОМ

Мета роботи: вивчити моделювання явища дифракції на непрозорому екрані методом стаціонарної фази.

4.1 Основні положення

Радіохвилі при поширенні вздовж траси взаємодіють з реальними перешкодами, розташованими на ній: горами, пагорбам, лісосмугами і т.п. При розрахунку таких радіотрас ці перешкоди часто замінюють непрозорим екраном і шукають поле в тіні екрану методом Гюйгенса – Френеля [6] (методом фізичної оптики, який заснований на наближеннях Кірхгофа [6,9]), запропонованим Френелем у 1819 році.

Геометрія задачі визначення поля за непрозорим екраном зображена на рис. 4.1.

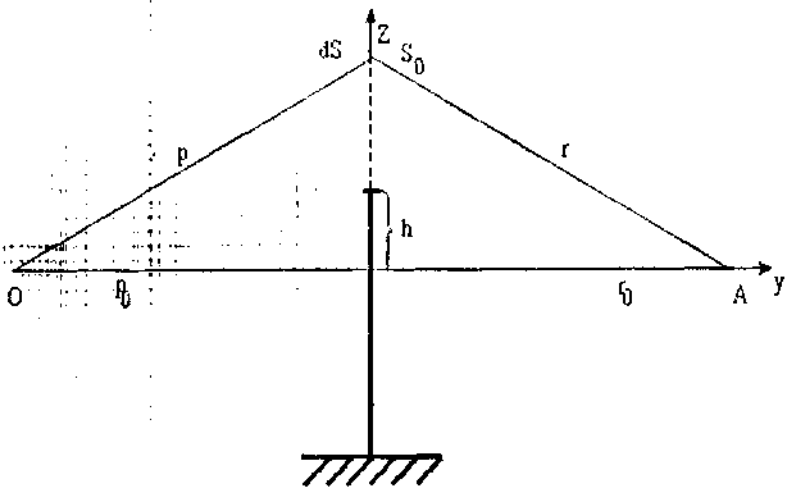


Рисунок 4.1 – Геометрія задачі

У скалярному наближенні поле над екраном беруть таким як і у вільному просторі, а поле за екраном на його поверхні беруть рівним нулю, нехтуючи струмами, які затікають за екран.

Метод Кірхгофа на великих відстанях r_0 за екраном співпадає з методом Френеля, при чому поле в точці А визначається, якщо просумувати поля, які утворюються елементами Гюйгенса dS , які лежать у площині S_0 над екраном. При цьому

$$\dot{E}(A) = \int_{S_0} j \frac{\dot{E}_S dS}{\lambda r} e^{-jkr} \cos^2 \frac{\theta}{2} dS, \quad (4.1)$$

де $E_S = \sqrt{\frac{60 \cdot PD}{\rho}} \cdot e^{-jkr} \cdot F_F$, - поле випромінювання елемента

Гюйгенса;

F_F - діаграма спрямованості антени передавача;

P, D - потужність та ККД антени передавача;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - стала поширення у вільному просторі;

ρ, r - поточні координати.

Обчислимо інтеграл в (4.1). Введемо прямокутну систему координат x, y, z з площиною YOZ , яка співпадає з S_0 , і вісі OX , яка співпадає з лінією спостереження OA . Можна вважати, що

$$\rho = \sqrt{\rho_0^2 + y^2 + z^2} \approx \rho_0 + \frac{y^2 + z^2}{2\rho_0},$$

$$r = \sqrt{r_0^2 + y^2 + z^2} \approx r_0 + \frac{y^2 + z^2}{2r_0},$$

через те, що $y^2 + z^2 \ll \rho_0^2, r_0^2$ у межах декількох зон Френеля.

Тоді з (4.1) отримаємо

$$\dot{E}(A) = \int_{S_0} j \frac{\sqrt{60PD}}{\rho r} e^{-jk(\rho+r)} F_F dS, \quad (4.2)$$

$$k(\rho + r) = k(\rho_0 + r_0) + \frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2} + \frac{\pi z^2}{R_{\phi 1}^2}. \quad (4.3)$$

Тут $R_{\phi 1} = \sqrt{\frac{\lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}$ - радіус першої зони Френеля.

Швидко змінний у (4.2) фазовий множник

$$e^{-i\pi \left(\frac{y^2}{R_{\phi 1}^2} + \frac{z^2}{R_{\phi 1}^2} \right)}$$

дозволяє обчислити інтеграл методом стаціонарної фази.

При цьому

$$E = j \frac{\sqrt{60PD}}{\rho_0 r_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{j\pi y^2}{R_{\phi 1}^2}} dY \int_h^{\infty} e^{\frac{j\pi z^2}{R_{\phi 1}^2}} dZ = \frac{\sqrt{60PD}}{\rho_0 + r_0} e^{-i\pi(\rho_0 + r_0)} \dot{Y}, \quad (4.4)$$

\dot{Y} - множник послаблення траєк.

У (4.4) позначено :

$$\dot{Y} = j \frac{\rho_0 + r_0}{\rho_0 \cdot r_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j \frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2}} dy \int_h^{\infty} e^{\frac{\pi z^2}{R_{\phi 1}^2}} dz \quad (4.5)$$

У виразах (4.4), (4.5) невластний інтеграл по y визначається тривіально:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j \frac{\pi y^2}{R_{\phi 1}^2}} dy = \frac{R_{\phi 1}^2}{\sqrt{j}}, \quad (4.6)$$

а визначений інтеграл по z знаходиться за допомогою спеціальних функцій - синус- та косинус-інтегралів Френеля:

$$S(U_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{U_0} \cos U^2 dU, \quad (4.7)$$

$$C(U_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{U_0} \sin U^2 dU.$$

Ці функції табульовані [12].

Тепер легко знайти множник послаблення поля за екраном:

$$\dot{V}(U_0) = \sqrt{\left[\frac{1}{2} - C(U_0)\right] - j \left[\frac{1}{2} - S(U_0)\right]}, \quad (4.8)$$

$$U_0 = \frac{h \cdot \sqrt{2}}{R_{\phi 1}}.$$

Залежність модуля множника послаблення від висоти екрану зображена на рис. 4.2.

$$|\dot{V}(U_0)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left[\frac{1}{2} - C(U_0)\right]^2 + \left[\frac{1}{2} - S(U_0)\right]^2}. \quad (4.9)$$

При $U_0 > 1$, тобто, коли $\frac{h}{R_{\phi 1}} > 1$, шляхом розкладення (4.9) у

асимптотичний ряд для висот перешкод, які перевищують радіус першої зони Френеля, можна використовувати простий вираз для модуля множника послаблення.

$$V\left(\frac{h}{R_{\phi 1}}\right) = \frac{0,16 R_{\phi 1}}{h}. \quad (4.10)$$

Розклад в ряд (4.8) при $U_0 > 1$ дає комплексний вираз \dot{V} :

$$\dot{V} = \frac{0,16 R_{\phi 1}}{h} \cdot e^{-j \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi h^2}{R_{\phi 1}^2} \right)}.$$

З рисунка 4.2 видно, що при наявності перешкод поле може виявитися більшим, ніж у вільному просторі, так як модуль множника послаблення $|\dot{V}|$ може виявитися більшим одиниці. Має місце так званий “ефект підсилення поля перешкодою”.

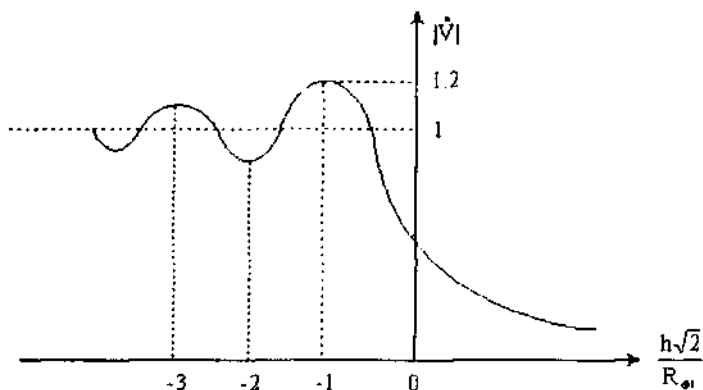


Рисунок 4.2 – Залежність модуля множника ослаблення від відносної висоти екрану

4.2 Розрахункове завдання

1. За заданою геометрією радіотраси для значень $\lambda=0,01$ м, $\lambda=0,03$ м, $\lambda=0,06$ м розрахувати множник послаблення $|\dot{V}(U_0)|$ при зміні h від $-0,3$ м до $+0,2$ м в точках $\rho_0=(0,3+N\cdot0,04)$ м, $N=0, 1, 2, \dots, 25$.
2. За результатами розрахунків побудувати графіки залежностей множника послаблення від висоти екрану для різних значень λ і при фіксованому значенні ρ_0 .

4.3 Експериментальна частина

1. Зняти залежність $V(h)$ при розміщенні екрану всередині траси ($\rho_0=r_0$).

2. Зняти залежність $V(\rho_0)$, при постійній висоті екрана $h=0,05$ м.
3. По експериментальним точкам побудувати графік.

4.4 Зміст звіту

1. Результати теоретичних та експериментальних досліджень.
2. Короткі висновки про виконану роботу.
3. Пояснення розбіжностей між теорією та експериментом.

4.5 Контрольні запитання

1. Як формулюється принцип Гюйгенса – Френеля?
2. Як розраховується поле за непрозорим екраном? У чому суть Гюйгенса – Френеля?
3. Що таке дифракція Френеля і Фраунгофера?
4. У чому суть метода Кірхгофа?
5. Що таке множник послаблення радіотраси?
6. Яка висотна залежність множника послаблення на трасі з екраном?
7. У чому суть ефекту підсилення поля перешкодою?
8. Яка залежність множника послаблення на трасі з екраном від довжини хвилі?
9. Яка роль зон Френеля у формуванні поля за екраном?
10. У чому суть метода стаціонарної фази?

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЛЯРИЗАЦІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Мета роботи: вивчити хвилі різної поляризації, навчитися досліджувати поляризацію хвиль за допомогою лінійно-поляризованих антен.

5.1 Основні положення

Хвильові гармонійні процеси, як і ті гармонійні процеси що не поширюються (наприклад напруга на клеммах генератора, яка змінюється за гармонійним законом), характеризуються амплітудою, частотою (періодом) і фазою. Крім цих параметрів, електромагнітні хвилі характеризуються поляризацією.

Площиною поляризації називається площина, яка проходить крізь хвильовий вектор \vec{k} , який характеризує напрямок поширення, і вектор напруженості електричного поля \vec{E} . Площиною падіння називають площину, яка проходить крізь напрямок падаючої хвилі та нормалі до поверхні розділу середовищ. В залежності від орієнтації вектора \vec{E} відносно поверхні землі і площини падіння мають місце такі види поляризації: вертикальна, горизонтальна, похилена. Горизонтальною називають таку поляризацію, при якій вектор \vec{E} лежить в площині падіння хвилі. Вертикальною називають поляризацію, при якій вектор \vec{E} є перпендикулярним площині падіння, і похиленою – якщо вектор \vec{E} складає деякий довільний кут з площиною падіння.

Поляризація електромагнітної хвилі визначається орієнтацією вектора напруженості електричного поля \vec{E} у точці простору, яку розглядаємо відносно напрямку поширення енергії, а також зміною величини і орієнтації вказаного вектора за часом. Відповідно, вона визначається годографом (геометричним місцем точок), який описується уявним кінцем вектора напруженості електричного поля у просторі.

Електромагнітні хвилі радіодіапазону звичайно поляризовані. Якщо електромагнітна хвиля не поляризована, то в точках, де існує поле цієї хвилі, вектори \vec{E} та \vec{H} весь час хаотично змінюють свій напрямок (при цьому, звичайно залишаючись перпендикулярними до напрямку поширення).

Електромагнітні гармонійні хвилі можуть мати два види поляризації: лінійну і обертову.

Лінійно поляризованими (плоско поляризованими) називають електромагнітні хвилі, у яких кінець вектора напруженості поля у фіксованій точці простору з плином часу змінюється вздовж відрізка прямої, роблячи при цьому зворотно-поступальний рух. Площину яка проходить крізь той чи інший вектор напруженості поля і напрямок поширення хвилі, називають площиною коливання хвилі. Так як у електромагнітній хвилі яка вільно поширюється вектори \vec{E} та \vec{H} взаємно перпендикулярні, то і площини їх коливань будуть також взаємно перпендикулярними (рис. 5.1).

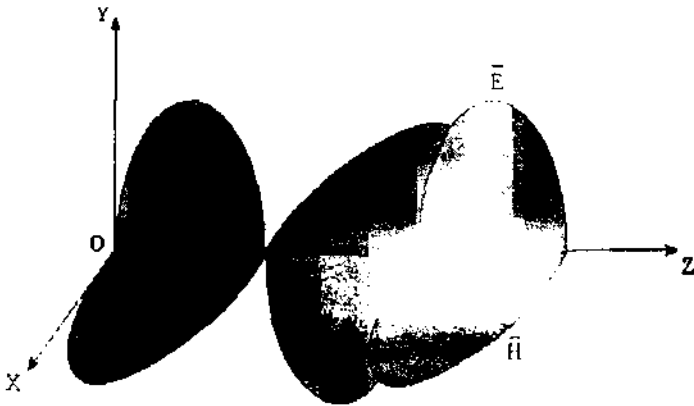


Рисунок 5.1 – Лінійно поляризована хвиля

Хвилі з оберненою поляризацією можна розподілити на два основних типи: з круговою та еліптичною поляризаціями.

Електромагнітна хвиля, у якій незмінний за величиною вектор напруженості електричного поля, рівномірно обертаючись у фіксованій точці, кінцем описує коло, називається хвилею з круговою

поляризацією, або поляризованою по колу хвилею. При цьому вектор поляризації здійснює повний оберт за період коливань.

Для заданого часу t розподіл напруженості електричного поля у напрямку поширення хвилі OZ зображується у вигляді кругової спіралі. З плином часу ця спіраль рухається у напрямку поширення хвилі. Якщо вектор обертається за годинниковою стрілкою, то вона буде правою круговою поляризацією, якщо вектор обертається проти годинникової стрілки (відносно напрямку поширення), то це буде хвиля лівої кругової поляризації.

Електромагнітна хвиля, у якій кінець вектора \vec{E} у фіксованій точці за період коливань описує еліпс, а у просторі при фіксованому моменті часу еліптичну спіраль $E(z)$, називається еліптично поляризованою. Аналогічно попередньому випадку, ця спіраль рухається у напрямку поширення хвилі.

Хвилі з різними видами поляризації можна показати як результат додавання (при випромінненні або поширенні) двох взаємно перпендикулярних лінійно-поляризованих хвиль, що поширюються у одному напрямку, електричні вектори яких взаємно перпендикулярні.

Нехай напрямок поширення плоскої гармонійної хвилі співпадає з віссю Z . Розкладемо вектор \vec{E} у площині XOY за двома взаємно перпендикулярними напрямками :

$$E_x = E_{mx} \cos(\omega t - kz + \varphi_x),$$

$$E_y = E_{my} \cos(\omega t - kz + \varphi_y),$$

де E_{mx}, E_{my} – амплітуди ;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ - хвильове число;}$$

φ_x, φ_y – початкові фази.

Позначимо $\tau = \omega t - kz$ та виключимо τ з рівнянь (5.1). Для цього перепишемо їх у вигляді:

$$\frac{E_x}{E_{mx}} = \cos \tau \cdot \cos \varphi_x - \sin \tau \cdot \sin \varphi_x,$$

$$\frac{E_y}{E_{my}} = \cos \tau \cdot \cos \varphi_y - \sin \tau \cdot \sin \varphi_x \quad (5.2)$$

Отже,

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{E_{mx}} \cdot \sin \varphi_y - \frac{E_y}{E_{my}} \sin \varphi_x &= \cos \tau \cdot \sin(\varphi_y - \varphi_x), \\ \frac{E_x}{E_{mx}} \cos \varphi_y - \frac{E_y}{E_{my}} \cos \varphi_x &= \sin \tau \cdot \sin(\varphi_y - \varphi_x). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Зводячи у квадрат кожний з виразів, а потім складаючи їх, отримаємо:

$$\left(\frac{E_x}{E_{mx}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{my}} \right)^2 - 2 \frac{E_x E_y}{E_{mx} E_{my}} \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad (5.4)$$

де $\delta = \varphi_y - \varphi_x$.

Вираз (5.4) є рівнянням еліпсу (рис. 5.2).

У загальному випадку еліпс поляризації (велика напіввісь) нахилений до горизонтальної площини під кутом θ .

$$\theta = \frac{1}{2} \arctg \frac{2 E_{mx} E_{my}}{E_{mx}^2 - E_{my}^2} \cdot \cos \delta. \quad (5.5)$$

Припустимо, що зсув за фазою δ відсутній або є кратним π , тобто $\delta = n\pi$, $n=0, 1, 2, \dots$

В цьому випадку з (5.4) отримуємо:

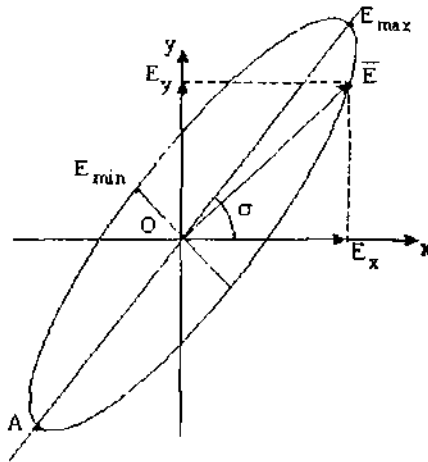


Рисунок 5.2 – Еліпс поляризації

$$\left(\frac{E_x}{E_{mx}} \pm \frac{E_y}{E_{my}} \right)^2 = 0. \quad (5.6)$$

Це рівняння двох прямих. Вектор \vec{E} повного поля нахилений до вісі Ox під кутом $\alpha = \arctg\left(\frac{E_{mx}}{E_{my}}\right)$, $\delta = \pm 2\pi n$ та $\alpha = -\frac{E_{mx}}{E_{my}}$ при $\delta = \pm (2n+1)\pi$, $n=0,1,2,\dots$ З отриманих співвідношень випливає, що кут α сталий та не змінюється за часом. Вектор \vec{E} повного поля зберігає орієнтацію незмінною, але його миттєве значення змінюється за часом з частотою ω . Таким чином повна хвиля буде лінійно поляризованою. При цьому кут α залежить від співвідношення амплітуд складових електромагнітної хвилі.

Якщо $\delta = \pm \pi/2$, рівняння (5.4) переходить у наступне:

$$\left(\frac{E_x}{E_{mx}} \pm \frac{E_y}{E_{my}} \right)^2 = 1, \quad (5.7)$$

тобто при $\delta = \pm \frac{\pi}{2} + n\pi$ вісі еліпса співпадають з вісями координат.

При $E_{mx} = E_{my}$ еліпс вироджується у коло. У цьому випадку вектор \vec{E} результуючого електричного поля сталий за величиною, рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω , та лінія, яка описується його кінцем, є колом. Напрямок обертання визначається знаком при δ .

Стан поляризації гармонійної хвилі зручно характеризувати множником поляризації (коефіцієнтом поляризації):

$$P = \frac{E_x}{E_y} = \frac{E_{my}}{E_{mx}} e^{j\delta} \quad (5.8)$$

та коефіцієнтом еліптичності

$$K = \frac{E_{\min}}{E_{\max}}. \quad (5.9)$$

З попередніх міркувань випливає, що при комплексному P хвиля має еліптичну поляризацію; при чисто уявному P вісі еліпса співпадають з вісями координат. Коли $P = \pm j$, поляризація кругова. У випадку відсутності уявної частини P хвиля поляризована лінійно. Залежність коефіцієнта еліптичності K від різниці фаз δ зображено на рис. 5.3.

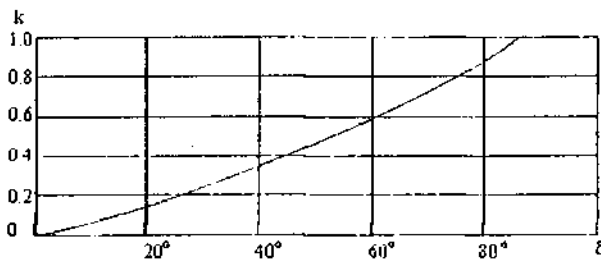


Рисунок 5.3 – Залежність коефіцієнта еліптичності від різниці фаз

5.2 Опис лабораторної установки

Структурна схема установки зображена на рис 5.4.

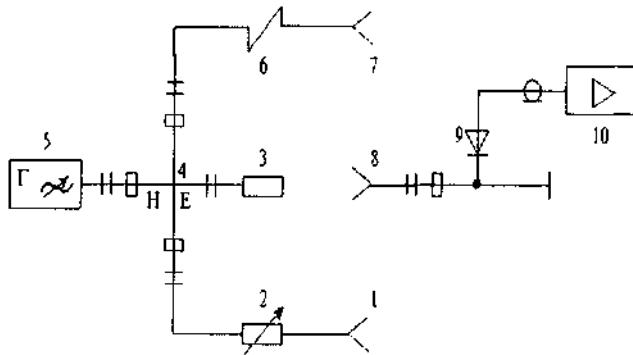


Рисунок 5.4 – Структурна схема експериментальної установки

Слабонапрявлені випромінювачі утворюють у приймальній антені перпендикулярні поля, для яких $P = 1$, $\delta = \varphi_y - \varphi_x = K(P_1 - P_2)$.

Якщо приймальну антену переміщувати вздовж вісі OX (рис 5.5.), то очевидно, що $P_2 - P_1 \cong \frac{2xd}{r}$. Змінюючи координату x , можна змінювати $\delta = \frac{4\pi xd}{\lambda r}$, а тому і коефіцієнт еліптичності $K(\delta)$.

Таким чином, пересуваючи приймальну антену вздовж осі OX , можна отримати на ній поле з будь-яким коефіцієнтом еліптичності K . Додаткові можливості впливу на тип поляризації також створюються атенуатором.

Дослідження еліптичності хвиль проводять обертанням приймальної антени навколо своєї осі через визначені кутові інтервали, позначені на спеціальній шкалі.

5.3 Розрахункове завдання

1. За заданими значеннями r , λ , $2d$, а також з урахуванням діаграм спрямованості випромінювачів побудувати залежності $K(x)$ та $\theta(x)$.
2. Навести розраховані залежності у вигляді графіків.

5.4 Експериментальна частина

1. Ввімкнути і прогріти вимірювальну апаратуру, домогтися випромінювання стабільної потужності.
2. Зняти поляризаційні характеристики поля у декількох точках осі OX (точки необхідно вибирати так, щоб охопити усі види поляризації: лінійну, кругову, еліптичну).
3. В одній з точок осі OX зняти поляризаційну діаграму поля.

5.5 Зміст звіту

1. Результати теоретичних розрахунків у вигляді таблиць та графіків.
2. Результати експериментальних досліджень з порівнянням залежностей $K(x)$ та $\theta(x)$ з теоретичними розрахунками.
3. Графік поляризаційної діаграми.
4. Порівняльний аналіз теоретичних та експериментальних результатів.

5.6 Контрольні запитання

1. Що називається площинною поляризацією?
2. Що називається площинною падіння?
3. Дати визначення вертикальної та горизонтальної поляризації хвиль.
4. Що називається поляризацією радіохвиль?
5. Основні види поляризації.
6. Що називається коефіцієнтом поляризації хвиль?
7. Що називається коефіцієнтом еліптичності хвиль?
8. Якими методами можна створювати поля з довільно змінною поляризацією?
9. Чому експериментальна поляризаційна діаграма має гантелеподібний вигляд?
10. Де використовують хвилі з круговою та еліптичною поляризаціями?

6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

ВИВЧЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄМНИХ РЕЗОНАТОРІВ

Мета роботи: вивчити резонансні властивості прохідного об'ємного резонатора.

6.1 Загальні положення

У діапазоні НВЧ важко створити коливальні контури з зосереджених елементів з високою добротністю. Тому коливальні системи будують з елементів з розподіленими параметрами (відрізків двопровідної, коаксіальної, смужкової лінії, металевих хвилеводів та інше). З рівнянь Максвела випливає, що в ізольованому від зовнішнього простору об'ємі, що заповнений середовищем без втрат, може існувати, як у звичайному контурі без втрат, незгасаючий коливальний процес. Такі системи отримали назву об'ємних резонаторів. Наприклад, резонатором буде об'єм, обмежений з усіх боків металевою поверхнею (коротко замкнений відрізок коаксіальної лінії або металевий хвилеводу). Головною перевагою об'ємних резонаторів у порівнянні з контурами із зосереджених елементів є відсутність втрат на випромінювання завдяки повному екрануванню поля стінками резонатора і відсутності втрат у діелектрику, так як принципове введення діелектриків у резонатор не є необхідним. Теплові втрати у металевій оболонці резонатора також значно менше, ніж у провідниках звичайних контурів із зосередженими елементами, завдяки великій внутрішній поверхні, по якій протікають надвисокочастотні струми.

На відміну від звичайних контурів, об'ємні резонатори резонують не на одній частоті, а на нескінченній кількості дискретних частот. Причому кожній резонансній частоті відповідає визначена структура поля у резонаторі. Нижчим коливанням називають таке, якому при заданих розмірах резонатора відповідає мінімальна резонансна частота. Якщо резонансні частоти двох або декількох видів коливань рівні між собою, то такі види коливань називають виродженими.

Основні параметри, які характеризують об'ємні резонатори, такі: резонансна довжина хвилі $\lambda_{\text{рез}}$ (або резонансна частота $f_{\text{рез}}$), добротність Q та активна провідність G .

У загальному випадку резонансну довжину хвилі та структуру поля у об'ємному резонаторі знаходять з вирішення хвильового рівняння при граничних умовах, які визначаються формою та геометричними розмірами резонатора. Вирішення подібної задачі істотно спрощується, якщо резонатор створений з відрізка лінії передачі з відомою структурою електромагнітного поля.

Добротність об'ємного резонатора визначається за формулою:

$$Q = 2\pi \frac{W_{\text{ср}}}{\Delta W}, \quad (6.1)$$

де $W_{\text{ср}}$ - середнє за період значення запасеної у резонаторі енергії; ΔW - зміна енергії, запасеної у резонаторі за період. У загальному випадку зміна енергії, або втрати у резонаторі знаходять за формулою:

$$\Delta W = \Delta W_{\text{мет}} + \Delta W_{\text{д}} + \Delta W_{\Sigma}, \quad (6.2)$$

де $\Delta W_{\text{мет}}$, $\Delta W_{\text{д}}$ - енергія втрат за період коливань відповідно у оболонці резонатора та у середовищі, яке заповнює резонатор; ΔW_{Σ} - енергія, яку віддає резонатор у зовнішні пристрої.

Повну добротність можна показати у вигляді:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{мет}}} + \frac{1}{Q_{\text{д}}} + \frac{1}{Q_{\Sigma}} \quad (6.3)$$

де

$$Q_{\text{мет}} = 2\pi \frac{W_{\text{ср}}}{\Delta W_{\text{мет}}};$$

$$Q_{\text{д}} = 2\pi \frac{W_{\text{ср}}}{\Delta W_{\text{д}}};$$

$$Q_{\Sigma} = 2\pi \frac{W_{cp}}{\Delta W_{\Sigma}}.$$

Повну добротність Q називають навантаженою добротністю резонатора, Q_{Σ} -зовнішня добротність.

Повна добротність:

$$Q = \frac{Q_{мет} Q_0 Q_{\Sigma}}{Q_{мет} Q_0 + Q_{мет} Q_{\Sigma} + Q_0 Q_{\Sigma}} \quad (6.4)$$

У техніці НВЧ широко застосовуються об'ємні резонатори у вигляді короткозамкнених відрізків регулярних ліній передач довжиною L , з обох сторін замкненим накоротко за допомогою ідеально провідних металевих пластин, перпендикулярних до повздовжньої лінії. При збудженні коливань у такому резонаторі вздовж його вісі встановлюється стояча хвиля, в якій у відповідності з граничними умовами на торцевих обмежуючих пластинках знаходяться вузли поперечної складової напруженості електричного поля. Довжина об'ємного резонатора дорівнює цілому числу півхвиль коливання, яке поширюється по регулярній лінії передачі:

$$L = p \frac{\lambda}{2}, \quad p=1, 2, 3, \dots \quad (6.5)$$

де λ - довжина хвилі у лінії передач.

Підставимо у (6.5) вираз довжини хвилі λ :

$$\lambda = \frac{\lambda_{рез}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{рез}}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

де $\lambda_{кр}$ - критична довжина хвилі, яка залежить від параметрів лінії передач та типу хвилі що поширюється.

Резонансну довжину хвилі резонатору визначимо з наступного виразу:

$$\lambda_{рез} = \frac{l}{\sqrt{\left(\frac{p}{2L}\right)^2 + \frac{1}{\lambda_{кр}^2}}}, \quad (6.6)$$

де p – кількість півхвиль стоячої хвилі, яка встановлюється вздовж вісі резонатора.

Класифікація коливань у таких об'ємних резонаторах виконується у відповідності до типу хвиль, стояча хвиля якого утворюється у резонаторі. Щоб розрізнити коливання з різною кількістю півхвиль, які укладаються вздовж повздовжньої вісі резонатора, запроваджують додатковий індекс p , який дорівнює числу півхвиль у стоячій хвилі, яка виникає у резонаторі. Оскільки у передаючих лініях можуть поширюватися хвилі TEM , E_{mnp} , H_{mnp} , то у розглянутих резонаторах існують коливання видів TEM_p , E_{mnp} , H_{mnp} . Неважко показати, що виходячи з граничних умов для коливань TEM_p та H_{mnp} індекс $p \geq 1$, а для E_{mnp} $p \geq 0$.

У [1,5,7] зображені конструкції деяких об'ємних резонаторів, які найбільш часто зустрічаються на практиці – коаксіального, прямокутного, квазістаціонарного, а також наведені формули для розрахунків резонансних частот подібних резонаторів та структури електричного й магнітного полів для основних типів коливань.

6.2 Прохідний об'ємний резонатор

Основним елементом, за допомогою якого будується багато типів хвилеводних полосових фільтрів, є об'ємний резонатор, утворений двома плоскими неоднорідностями, розташованими на відстані L одна від одної (рис. 6.1).

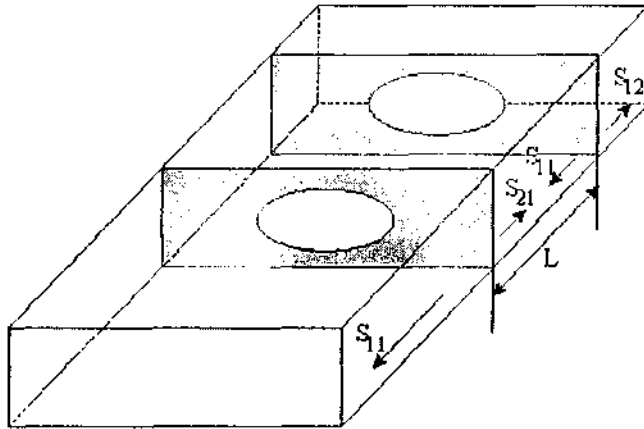


Рисунок 6.1 – Геометрія задачі

Такими неоднорідностями можуть бути індуктивні або ємкісні діафрагми, реактивні штирі і т.д.

Навантажена добротність такого прохідного резонатора визначається за формулою (6.3), яку при $Q \gg 1$ можна записати:

$$Q = \frac{f_{рез}}{2\Delta f_{0,5p}} \quad (6.7)$$

де $2\Delta f_{0,5p}$ - розстройка, при якій потужність, яка надходить в узгоджене навантаження, ввімкнене на виході резонатора, у 2 рази менше, ніж потужність, яка надходить у навантаження на резонансній частоті.

Визначимо частотну характеристику резонатора, тобто залежність потужності, яка надходить в узгоджене навантаження, ввімкнене на виході резонатора, від частоти. Кожну з плоских неоднорідностей, що стоять на виході та вході резонатора (рис. 6.1), можна охарактеризувати за допомогою матриці розсіювання:

$$\|S\| = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} \quad (6.8)$$

де S_{11} , S_{22} – коефіцієнти відбиття від кожної неоднорідності; S_{12} , S_{21} – коефіцієнти передачі.

У випадку, коли на виході резонатора стоять однакові неоднорідності, нехтуючи втратами у самих неоднорідностях, можна записати:

$$|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2. \quad (6.9)$$

Нехай на вхід резонатора надходить падаюча хвиля з амплітудою $E_{пад}$. Частина енергії падаючої хвилі відбивається від першої неоднорідності, а друга проходить у резонатор:

$$\begin{aligned} E_{1_вхл} &= S_{11} E_{пад}, \\ E_{1_вихл} &= S_{21} E_{пад}. \end{aligned}$$

Хвиля $E_{1_вихл}$, яка пройшла у резонатор, поширюючись по ньому, доходить до другої неоднорідності, отримавши фазовий зсув βL , частково відбивається від неї та, ще раз проходячи резонатор, вертається до першої неоднорідності з фазовим зсувом $2\beta L$, частково проходить повз неї та створює другу відбиту хвилю на вході резонатора

$$E_{2_вихл} = K_{пад} S_{21}^2 S_{11} e^{-j2\beta L}.$$

Проводячи аналогічні міркування для хвиль всередині резонатора, можна показати, що на вході резонатора буде нескінченна кількість відбитих хвиль, а на виході – тих що пройшли.

Підеумовуючи всі відбиті хвилі, отримаємо:

$$E_{вхл} = E_{1_вхл} + E_{2_вхл} + \dots = E_{пад} \left[S_{11} + S_{21}^2 S_{11} e^{-j2\beta L} \sum_{n=0}^{\infty} (S_{11}^2 e^{-j2\beta L})^n \right]. \quad (6.10)$$

Аналогічно сумарне поле на виході резонатора:

$$E_{вихл} = E_{1_вихл} + E_{2_вихл} + \dots = E_{пад} \left[S_{21}^2 e^{-j2\beta L} \sum_{n=0}^{\infty} (S_{11}^2 e^{-j2\beta L})^n \right]. \quad (6.11)$$

При $|S_{11}| < 1$ ряди (6.10) та (6.11) – збіжні геометричні прогресії, які піддаються аналітичному підсумовуванню. Виконуючи сумування нескінченних рядів, отримаємо вираз для результуючого коефіцієнта відбиття на вході Γ і для коефіцієнта передачі резонатора T .

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \frac{\dot{E}_{\text{відб}}}{\dot{E}_{\text{над}}} = \dot{S}_{11} + \frac{\dot{S}_{11}\dot{S}_{21}^2 e^{-j2\beta L}}{1 - \dot{S}_{11}^2 e^{-j2\beta L}}, \\ \dot{T} &= \frac{\dot{E}_{\text{звмкн}}}{\dot{E}_{\text{над}}} = \frac{\dot{S}_{21}^2 e^{-j2\beta L}}{1 - \dot{S}_{11}^2 e^{-j2\beta L}}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Підставивши (6.9) у (6.12), отримаємо

$$|\dot{T}|^2 = \frac{\left(1 - |\dot{S}_{11}|^2\right)^2}{\left|1 - |\dot{S}_{11}|^2 e^{-j2(\beta L - \varphi_0)}\right|^2}, \quad (6.13)$$

де

$$\dot{S}_{11} = |\dot{S}_{11}| e^{-j\varphi_0} \quad (6.14)$$

З (6.13) випливає, що вся енергія падаючої хвилі надходить на вихід резонатора, тобто $|\dot{T}|^2 = 1$, коли

$$2\beta L - \varphi = 2p\pi \quad (6.15)$$

де $p = 0, 1, 2, \dots$

Підставляючи у (6.15) $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, знайдемо резонансну довжину резонатора, тобто довжину, при якій $|\dot{T}|^2 = 1$:

$$L = p \frac{\lambda}{2} + \frac{\varphi_0}{2\pi} \lambda \quad (6.16)$$

де λ - довжина хвилі у лінії передачі.

Тільки на частоті, на якій виконується умова (6.15) (резонансна частота резонатора $f_{\text{рез}}$), $|T|^2 = 1$, а при відхиленні від цієї частоти амплітуда хвилі, що пройшла, зменшується тим інтенсивніше, чим вище добротність резонатора. На рис. 6.2 зображена частотна характеристика коефіцієнта передачі $|T|^2$ резонатора.

З умови, що на межі полоси $\frac{2\Delta f_{0.5P}}{f_0} = \frac{1}{Q}$ та $|T|^2 = 0.5$, можна визначити навантажену добротність прохідного резонатора:

$$Q = \frac{|\dot{S}_{11}|}{1 - |\dot{S}_{11}|^2} \cdot \frac{\beta_0 L}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2} \quad (6.17)$$

та квадрат модуля коефіцієнта передачі:

$$|T|^2 = \frac{1}{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}. \quad (6.18)$$

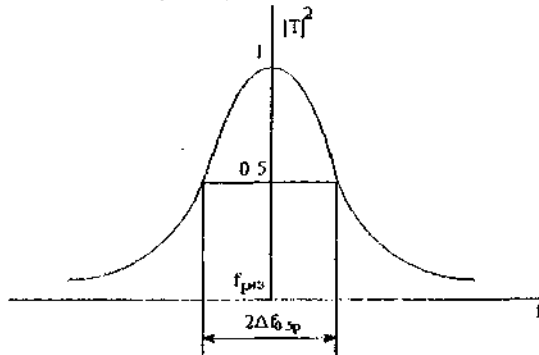


Рисунок 6.2 – Частотна характеристика коефіцієнта передачі резонатора

6.3 Опис лабораторної установки

На рис. 6.3 зображена структурна схема вимірювальної установки.

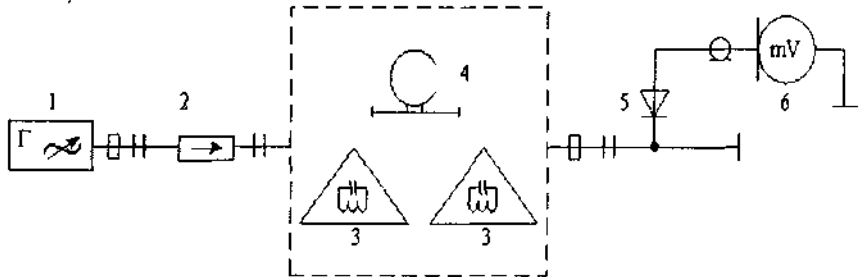


Рисунок 6.3 – Структурна схема вимірювальної установки

6.4 Розрахункове завдання

За заданими геометричними розмірами хвилевода з хвилею H_{10} , що у ньому поширюється, та резонансною частотою f_0 визначити навантажену добротність та полосу пропускання прохідного резонатора для наступних значень:

$$|\dot{S}_{11}| = 0.5 + 0.02N, N = 1, 2, 3, \dots, 25.$$

6.5 Експериментальна частина

1. Зібрати установку, схема якої зображена на рис. 6.3.
2. Підключити прохідний резонатор з симетричними діафрагмами у лінію передачі.
3. Змінюючи частоту генератора, домогтися резонансу. Зняти частотну характеристику резонатора.
4. Виконати те ж саме для прохідного резонатора з іншими діафрагмами.
5. Визначити методом заміни або за допомогою вимірювальної лінії параметр $|\dot{S}_{11}|$ у різних видів діафрагм. За вимірними значеннями $|\dot{S}_{11}|$ визначити добротність резонатора.

6.6 Зміст звіту

1. Результати теоретичних розрахунків та експериментальних досліджень.
2. Висновки про виконану роботу, пояснення причин розбіжностей між експериментом та теорією.

6.7 Контрольні запитання

1. Що таке резонатор НВЧ – коливальний?
2. Що таке добротність резонатора?
3. Чому дорівнює навантажена добротність резонатора?
4. З якої умови визначається резонансна довжина резонатора?
5. Які параметри є основними для резонатора?
6. Чим зумовлюється існування визначеного типу коливальних у резонаторі?
7. Як вимірюється навантажена добротність резонатора?
8. Еквівалентна схема прохідного резонатора, ввімкненого у лінію передачі послідовно.
9. Зв'язок зовнішньої та навантаженої добротностей резонатора.
10. Що таке квазістаціонарні резонатори?
11. Які коливальні у резонаторі називаються виродженими?
12. Який тип коливальних у прямокутному резонаторі називається найнижчим при $b < a < L$?

7 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРИ ПОЛЯ В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ

Мета роботи: Вивчення структури поля хвилі H_{10} у прямокутному хвилеводі. Розрахунок основних параметрів хвилі. Оволодіння методикою виміру основних характеристик хвилі.

7.1 Вказівки по підготуванню до лабораторної роботи

1. Вивчити загальну теорію поширення хвиль у напрямних системах.
2. Вивчити типи хвиль у прямокутному хвилеводі.
3. Вивчити структуру поля й основні параметри хвилі H_{10} . Вивчити умови одномодового режиму роботи хвилеводу.
4. Вивчити методику виміру основних характеристик хвилі H_{10} .
5. Виконати домашній розрахунок.

7.2 Короткі теоретичні відомості

У сантиметровому і міліметровому діапазоні хвиль у якості ліній передачі найбільше часто використовуються прямокутні хвилеводи. Аналіз показує, що в них можуть поширюватися як хвилі електричного типу E_{mn} , так і хвилі магнітного типу H_{mn} . Кожна з цих хвиль поширюється по хвилеводі тільки при дотриманні умови, що $\lambda < \lambda_{кр}$, де

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

- критична довжина хвилі.

Хвиля H_{10} ($m=1, n=0$) має найбільшу критичну довжину хвилі серед всіх інших типів хвиль і тому ця хвиля називається основною або хвилею нижчого типу. Складові поля у цієї хвилі визначаються виразами:

$$H_{zm} = H_{0z} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta z},$$

$$E_{ym} = -\frac{-j\omega\mu_a}{\pi} H_{0z} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta z},$$

$$H_{xm} = \frac{j\beta a}{\pi} H_{0z} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta z}.$$

Найважливішими параметрами хвилі H_{10} є:
критична довжина хвилі:

$$\lambda_{кр} = 2a;$$

подовжнє хвилеве число

$$\beta = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2};$$

довжина хвилі в хвилеводі:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}};$$

характеристичний опір:

$$Z_c^{H_{10}} = \frac{Z_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}};$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}};$$

фазова швидкість:

$$v_\phi = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}};$$

де

$$v = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_a \mu_a}};$$

швидкість поширення енергії:

$$v_s = v \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2};$$

коефіцієнт загасання:

$$\alpha = \frac{R_s}{b \cdot Z_c} \cdot \frac{1 + 2 \frac{b}{a} \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}{54 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}};$$

де

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu_a}{\sigma}}.$$

Таблиця 7.1-Електричні та магнітні властивості металів

Матеріал	Мідь	Латунь	Алюміній	Срібло
μ_a	μ_0	μ_0	μ_0	μ_0
σ , МСм/м	57	39	34	62

7.3 Завдання до розрахункової частини (виконується при домашньому підготуванні)

- Сформулювати умови, якою повинні задовольняти поперечні розміри прямокутного хвилеводу для створення в ньому на заданій частоті одномодового режиму роботи (частота зазначена в таблиці 7.2, причому номер завдання в ній відповідає порядковому номеру студента в журналі групи). Поперечні розміри хвилеводів, що задовольняють цим умовам, вибираються з таблиці 7.2.
- Для всіх обраних у пункті 1 прямокутних хвилеводів розрахувати на заданій частоті коефіцієнт загасання, обумовлений втратами в стінках хвилеводів (при розрахунку

вважати, що хвилеводи заповнені ідеальним діелектриком і стінки хвилеводів виконані з металу, зазначеного в таблиці 7.1, вар. 1). За результатами розрахунків вибрати хвилевід, що забезпечує мінімальне значення коефіцієнта загасання.

Таблиця 7.2 – Дані для домашнього розрахунку

№ п/п	f, ГГц	Метал, з якого виготовлений хвилевід		
		Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3
1	10	Мідь	Латунь	Срібло
2	2,5	Алюміній	Мідь	Латунь
3	0,25	Латунь	Мідь	Срібло
4	45	Латунь	Мідь	Срібло
5	1,5	Латунь	Алюміній	Мідь
6	0,5	Мідь	Латунь	Срібло
7	7,5	Алюміній	Мідь	Латунь
8	25	Латунь	Мідь	Срібло
9	0,23	Мідь	Латунь	Срібло
10	0,6	Срібло	Мідь	Латунь
11	7	Алюміній	Латунь	Мідь
12	0,8	Срібло	Мідь	Латунь
13	6	Латунь	Алюміній	Мідь
14	0,3	Мідь	Срібло	Латунь
15	30	Латунь	Мідь	Срібло
16	2	Алюміній	Мідь	Латунь
17	35	Латунь	Мідь	Срібло
18	3	Мідь	Алюміній	Латунь
19	18	Латунь	Срібло	Мідь
20	0,75	Мідь	Латунь	Срібло
21	15	Латунь	Мідь	Срібло
22	0,4	Мідь	Срібло	Латунь
23	8	Алюміній	Мідь	Латунь
24	40	Срібло	Мідь	Латунь
25	1,25	Мідь	Срібло	Латунь
26	20	Срібло	Латунь	Мідь

- Для обраного в пункті 2 прямокутного хвильоводу розрахувати основні параметри хвилі H_{10} на заданій частоті, причому коефіцієнт загасання варто розрахувати для двох інших типів металів, що зазначені в таблиці 7.2 (вар. 2 і 3), використовуючи формули з розділу “Короткі теоретичні відомості” і табл. 7.1.

Таблиця 7.3 – Розміри поперечних перетинів стандартних хвильоводів

№ n/n	axb, мм	№ n/n	axb, мм
1	3x1.5	16	48x24
2	3.6x1.8	17	58x25
3	4.4x2.2	18	72x34
4	5.2x2.6	19	90x45
5	6.2x3.1	20	110x55
6	7.2x3.4	21	292x146
7	9x4.5	22	130x65
8	11x5.5	23	330x165
9	13x6.5	24	381x190.5
10	16x8	25	408x204
11	19x9.5	26	457x228.5
12	23x10	27	500x250
13	28,5x12.6	28	580x290
14	35x15	29	620x310
15	40x20	30	690x345

7.4 Завдання до експериментальної частини (виконується в лабораторії)

- Виміряти розподіл амплітуди напруженості електричного поля хвилі уздовж широкої стінки хвильоводу.
- Виміряти розподіл амплітуди напруженості електричного поля хвилі уздовж осі хвильоводу в режимі стоячої хвилі.
- Виміряти довжину хвилі, фазову швидкість і швидкість поширення енергії в заданому діапазоні частот.

7.5 Опис вимірювальної установки

Блок-схема вимірювальної установки приведена на рис.7.1. Джерелом високочастотних коливань служить генератор НВЧ І типу Г4-80, що працює у діапазоні частот 2,56 - 4,0 ГГц. До складу генератора НВЧ входить модулятор, що забезпечує модуляцію високочастотних коливань імпульсною послідовністю, наприклад меандром. З виходу генератора І модульований високочастотний сигнал за допомогою коаксіального кабеля і коаксіально-хвильового переходу надходить у хвильовий вимірювальний тракт прямокутного перетину з розмірами 58x25 мм, у якому поширюється хвиля H_{10} . Тракт закінчується поршнем, що є короткозамикачем, 4, що за допомогою спеціального механізму може переміщуватися уздовж хвильоводу. Поршень, що замикає лінію, забезпечує у вимірювальному тракті режим стоячої хвилі, що необхідно для виміру довжини хвилі в тракті.

Вимірювальний тракт 3 складається з двох частин (а і б), сполучених один з одним за допомогою хвильового фланця Б-Б на рис.7.1. Ліва частина тракту (3а) виконує дві функції: по-перше, вона каналізує хвилю H_{10} в праву частину вимірювального тракту (3б), а, по-друге, вона служить для одержання експериментальної залежності розміру напруженості електричного поля хвилі H_{10} під час руху точки спостереження уздовж широкої стінки хвильоводу. Конструктивно вимірювальний тракт 3 являє собою відрізок прямокутного хвильоводу з довжиною l_1 , у котрому уздовж широкої стінки хвильоводу прорізана вузька щілина, уздовж якої за допомогою спеціального механізму переміщається індикаторна голівка 5. До складу цієї голівки входить короткий (у порівнянні з довжиною хвилі) вимірювальний зонд, що розміщений усередині хвильоводу паралельно силовим лініям електричного поля хвилі H_{10} , і детекторна голівка, що складається з коливального контуру (об'ємного резонатора) і детектора в ньому.

Промодульований високочастотний сигнал викликає в зонді струм, і після детектування на виході детекторної голівки утвориться низькочастотна складова сигналу ($R_m=1000$ Гц), що надходить у вимірювальний підсилювач, де посилюється, а потім подається на стрілочний прилад (мікроамперметр). Показання цього приладу пропорційні розміру току в зонді вимірювального тракту 3, тобто

квадрату напруженості електричного поля хвилі H_{10} у тій точці хвилеводу, у якій в даний момент часу розміщується зонд.

Права частина вимірювального тракту 3б являє собою стандартну вимірювальну лінію типу Р1-7. Вона містить у собі відрізок хвилеводу з довжиною l_2 , у якому прорізана вузька подовжня щілина, уздовж якої переміщається індикаторна голівка, подібна до тієї, що є у вимірювальному тракту 3а, за допомогою правої частини вимірювального тракту 3б в установці здійснюється вимір довжини стоячої хвилі в хвилеводі.

У вимірювальній установці використовується всього один вимірювальний підсилювач 6, і тому спочатку роблять виміри, використовуючи вимірювальний тракт 3а, а потім вимір довжини стоячої хвилі за допомогою вимірювального тракту 3б. Для переключення режимів роботи в установці використовуються два окремих кабелі.

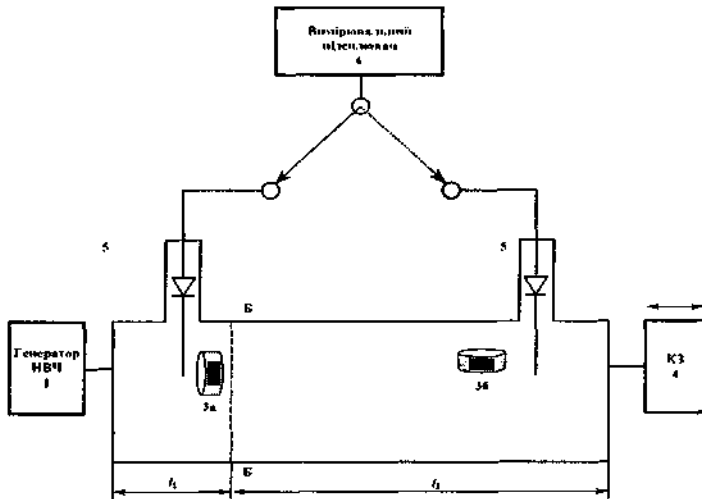


Рисунок 7.1 – Структурна-схема вимірювальної установки

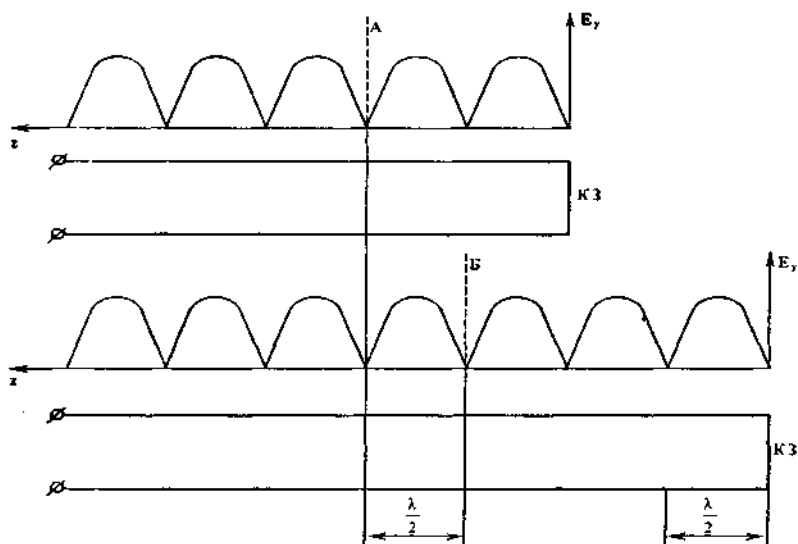


Рисунок 7.2 – Діаграма розподілу подовжньої електричної складової стоячої хвилі в прямокутному хвилеводі

7.6 Порядок виконання роботи

Перед виконанням роботи необхідно ознайомитися з основними елементами вимірювальної установки і вивчити стислі інструкції по роботі з генератором НВЧ, вимірювальною лінією і вимірювальним підсилювачем.

1. Зібрати схему установки для виміру залежності напруженості електричного поля хвилі в хвилеводі як функції поперечної координати x . Для цього на вхід вимірювального підсилювача б за допомогою кабеля подати сигнал від детекторної секції вимірювального тракту (За). Включити генератор НВЧ і вимірювальний підсилювач у мережу. Настроївши генератор НВЧ на частоту, зазначену викладачем, зафіксувати показання стрілки мікроамперметра вимірювального підсилювача. Пересуваючи зонд уздовж широкої стінки хвилеводу, визначити те положення зонда, де показання стрілки мікроамперметра є максимальними. Зафіксувати це положення зонда по шкалі на індикаторній голівці. Показання стрілки

мікроамперметра і положення зонда $x = \frac{\alpha}{2}$ внести в таблицю

7.4. Пересуваючи зонд до вузької стінки на 3 мм, знову відрахувати показання стрілки мікроамперметра α . І так повторювати виміри доти, поки індикаторна голівка не упресться у вузьку стінку хвилеводу, що буде відповідати положенню $x=0$. Всі результати вимірів варто занести в таблицю 7.4.

Таблиця 7.4 – Результати вимірів поперечної складової поля

X, мм																			
α																			
$\frac{\alpha}{\alpha_{\max}}$																			
$\frac{E}{E_{\max}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_{\max}}}$																			

- Зібрати схему установки для виміру розподілу напруженості електричного поля хвилі уздовж осі хвилеводу. Для цього слід на вхід вимірювального підсилювача 6 за допомогою коаксіального кабеля подати сигнал від детекторної секції вимірювального тракту (36). Настроїти генератор на частоту $f=3000$ МГц. Встановити зонд, що входить до складу індикаторної голівки вимірювальної лінії, у положення, що відповідає нульовому значенню шкали ($z=0$). Зафіксувати положення стрілки мікроамперметра вимірювального підсилювача α_0 . Пересунувши зонд ближче до поршня, що замикає лінію, на розмір Δz , зафіксувати нове положення стрілки мікроамперметра α_1 . І так продовжувати пересувати зонд доти, поки індикаторна голівка не упресться в кінець шкали. Результати виміру внести в таблицю 7.5.

Таблиця 7.5 - Результати вимірів повздовжньої складової поля

$Z, \text{ мм}$														
α														
$\frac{\alpha}{\alpha_{\max}}$														
$\frac{E}{E_{\max}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_{\max}}}$														

3. Для виміру довжини хвилі в хвилеводі треба при частоті генератора НВЧ, що дорівнює $f=3000$ МГц, встановити поршень 4, що замкає лінію, у положення «0» по шкалі, розміщеній на самому поршні, а зонд пересунути у вузол електричного поля (на рис. 7.2 цей випадок відповідає положенню «А»), Далі, обертаючи ручку цього поршня, тобто змінюючи довжину короткозамкненої хвилеводної лінії, домогтися, щоб зонд знову виявився у вузлі електричного поля (на рис. 7.2 цей випадок відповідає положенню «Б»). Варто зафіксувати це нове положення поршня за допомогою тієї ж самої шкали. Різниця між цими двома положеннями поршня складає $\lambda/2$, а розміри фазової швидкості і швидкості поширення хвилі визначаються по формулах:

$$v_{\phi} = \lambda \cdot \frac{1}{T} = \lambda f, \quad v_s = \frac{v^2}{v_{\phi}}, \quad v_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

Проробити виміри довжини хвилі і в хвилеводі для інших частот, зазначених викладачем. Побудувати графіки $v_{\phi}(f)$ і $v_s(f)$.

7.7 Зміст звіту

1. Ціль роботи.
2. Формулювання домашнього завдання і числові дані,

- відповідно необхідному варіанту.
3. Результати розрахунків при домашньому підготуванні.
 4. Експериментальні залежності: $\frac{E_y(x)}{E_{y_{\max}}}, \frac{E_y(z)}{E_{y_{\max}}}, v_d(\theta), v_s(\theta)$.
 5. Висновки по роботі.

7.8 Контрольні запитання

1. Перерахуйте основні лінії передачі енергії і типи хвиль, що можуть поширюватися в цих лініях. По якій ознаці класифікують хвилі, що спрямовуються?
2. Поясніть основні відмінності властивостей хвиль E і H від властивостей хвиль T на основі концепції Бриллюена (концепції парціальних хвиль).
3. Виведіть вирази для подовжньої складової вектора \vec{E} для E-хвиль у прямокутному хвилеводі.
4. Виведіть вирази для подовжньої складової вектора H для H-хвиль у прямокутному хвилеводі.
5. Поясніть фізичний зміст індексів m і n для E- і H-хвиль у прямокутному хвилеводі.
6. Що таке критична частота ($f_{кр}$) і критична довжина хвилі ($\lambda_{кр}$)? Виведіть вирази для $\lambda_{кр}$ у прямокутному хвилеводі.
7. Як залежать від частоти v_ϕ, v_s, Λ і характеристичні опори E- і H-хвиль у прямокутному хвилеводі?
8. Як залежать від частоти v_ϕ, v_s, Λ і характеристичні опори E- і H-хвиль від розмірів поперечного перетину прямокутного хвилеводу? Поясніть ці залежності на основі концепції Бриллюена.
9. Які властивості має поле в хвилеводі при $\lambda > \lambda_{кр}$?
10. Які хвилі називають виродженими? Які хвилі є виродженими в прямокутному хвилеводі?
11. Якими властивостями характеризується хвиля H_{10} ? Чому її називають нижчим типом хвиль у прямокутному хвилеводі?
12. Розкладіть хвилю H_{10} на парціальні.
13. Як, знаючи поле хвилі в прямокутному хвилеводі, визначити щільність струмів на його стінках?

14. Виведіть співвідношення, що визначають поперечні розміри широкої (a) і вузької (b) стінок прямокутного хвилеводу, при яких по ньому може поширюватися тільки хвиля H_{10} ?
15. Визначіть діапазон частот, у якому при заданих значеннях a і b в прямокутному хвилеводі може поширюватися тільки хвиля H_{10} . Розгляньте два випадки: $b \leq 0,5a$ і $0,5a \leq b < a$.
16. Перерахуйте і поясніть основні засоби збудження хвиль у хвилеводах. Намалюйте відповідні схеми збудження хвиль у хвилеводах.
17. Визначити для хвилі H_{10} в хвилеводі вектор Пойнтинга.
18. Що таке гранична і припустима потужності?
19. Намалюйте графік залежності коефіцієнта ослаблення, обумовленого втратами в стінках прямокутного хвилеводу на хвилі H_{10} від частоти (від довжини хвилі) і поясніть особливості його поведінки при $f \rightarrow f_{кр}$ (при $\lambda \rightarrow \lambda_{кр}$) і при $f \rightarrow \infty$ (при $\lambda \rightarrow 0$).
20. Викладіть методику виміру фазової швидкості в хвилеводі, використану в даній роботі.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика.- М.: Связь, 1971.-487с.
2. Грудинская Г.П. Распространение радиоволн. – М.: Высш. шк., 1975.- 280с.
3. Долуханов М.П. Распространение радиоволн. – М.: Связь, 1972.-336с.
4. Черенкова Е.Л., Чернышов О.В. Распространение радиоволн. – М.:Радио и связь, 1984.- 278с.
5. Красюк Н.П., Дымович Н.Д. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.:Высш.шк., 1974.-536с.
6. Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн.– М.:Высш.шк., 1992.- 416с.
7. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн.- М.: Сов.радио. 1979 - 374с.
8. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн.- М.: Наука. 1979 - 608с.
9. Федоров Н.Н. Основы электродинамики. – М.:Высш.шк., 1980. – 399с.
10. Черный Ф.Б. Распространение радиоволн. – М.: Сов.радио, 1962.- 469с.
11. Янке Е., Эмде Ф. Лепш. Специальные функции. – М.:Наука, 1968.
12. 12.Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М.Абрамовича и И.Стиган. – М.:Наука, 1979. – 832с.
13. Пименов Ю.В., Вольман В.И. Муравцов А.Д. Техническая электродинамика.-М.: Радио и связь, 2000. –536 с.

Додаток А

Таблиці косинус- і синус- інтегралів Френеля

R=0, ..., 3.25

$$C(R) = \int_0^R \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2 \right] dU$$

$$S(R) = \int_0^R \sin \left[\frac{\pi}{2} \cdot U^2 \right] dU$$

R	C(R)	S(R)
0	0.0000000	0.0000000
0.5	0.0499999	0.0000654
0.1	0.0999975	0.0005236
0.15	0.1499813	0.001767
0.2	0.1999211	0.0041876
0.25	0.2497592	0.0081756
0.3	0.299401	0.014117
0.35	0.3487063	0.02239
0.4	0.3974808	0.0333594
0.45	0.4454682	0.0473692
0.5	0.4923442	0.0647324
0.55	0.5377111	0.0857189
0.6	0.5810954	0.1105402
0.65	0.6219488	0.1393324
0.7	0.6596523	0.1721364
0.75	0.693526	0.2088771
0.8	0.7228442	0.2493413
0.85	0.7468577	0.2931575
0.9	0.7648231	0.3397762
0.95	0.7760395	0.3884568
1.0	0.7798936	0.438259
1.05	0.7759098	0.4880459
1.1	0.7638071	0.5364978
1.15	0.7435566	0.5821423
1.2	0.7154384	0.623401
1.25	0.6800916	0.6586558
1.3	0.6385515	0.6863339
1.35	0.5922678	0.7050108
1.4	0.5430967	0.7135268
1.45	0.4932593	0.7111118
1.5	0.4452612	0.697508
1.55	0.4017716	0.6730791
1.6	0.3654593	0.6388918

R	C(R)	S(R)
1.65	0.338794	0.596755
1.7	0.3238206	0.5491994
1.75	0.3219265	0.4993865
1.8	0.3336223	0.4500379
1.85	0.3583658	0.4076833
1.9	0.3944586	0.3733375
1.95	0.4390467	0.3511261
2.0	0.4882481	0.3433943
2.05	0.5374219	0.3512427
2.1	0.5815767	0.3742451
2.15	0.6158948	0.4103026
2.2	0.6363245	0.4556856
2.25	0.6401743	0.5052971
2.3	0.6266184	0.5531669
2.35	0.5970233	0.5931492
2.4	0.5550034	0.6196941
2.45	0.5061459	0.6289442
2.5	0.4573894	0.619188
2.55	0.4181432	0.5915369
2.6	0.3889302	0.5499935
2.65	0.3804562	0.5010901
2.7	0.3924835	0.452662
2.75	0.4232547	0.4139823
2.8	0.4674864	0.3915152
2.85	0.5170743	0.3900195
2.9	0.5623856	0.4101248
2.95	0.5942435	0.4481093
3.0	0.6057438	0.4963104
3.05	0.5941194	0.5444698
3.1	0.5616131	0.5818378
3.15	0.5134127	0.5996474
3.2	0.4661592	0.5933846
3.25	0.4263098	0.56425