

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
**ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**Індивідуальні завдання  
для розрахунково-графічної роботи  
з дисципліни  
“Оптимізаційні методи та моделі”**

**для студентів економічних спеціальностей  
(усіх форм навчання)**

**2012**

Індивідуальні завдання для розрахунково-графічної роботи з дисципліни “Оптимізаційні методи та моделі” для студентів економічних спеціальностей (усіх форм навчання) / Укл. Коротунова О.В., Нечипоренко Н.О. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2012. – 62 с.

Укладачі: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.  
Нечипоренко Н.О., доцент, к.ф.-м.н.

Експерт: Гудзь П.В., професор, д.е.н.

Рецензент: Мастиновський Ю.В, доцент, к.т.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні  
кафедри прикладної математики

Протокол № 13 від 22.06.2012 р.

**ЗМІСТ**

1. Завдання № 1	4
2. Завдання № 2	14
3. Завдання № 3	17
4. Завдання № 4	21
5. Завдання № 5	27
6. Завдання № 6	31
7. Завдання № 7	32
8. Завдання № 8	36
8.1 Задача про розподіл інвестицій	36
8.2 Задача планування виробництва	45
8.3 Задача про заміну обладнання	46
9. Завдання № 9	47
10. Завдання № 10	59
Література	62

## 1 ЗАВДАННЯ № 1

Скласти математичну модель задачі лінійного програмування. Привести її до канонічного вигляду.

Зразок складання математичних моделей задач лінійного програмування наведено в [1, с.6-9], [4, с.32-37].

**№ 1.** При складанні добового раціону годівлі худоби можна використати сіно (не більше 50 кг) і силос (не більше 85 кг). Раціон повинен містити не менш 1 кг білка, не менш 100 г кальцію й рівно 80г фосфору. Дані про зміст зазначених компонентів в 1 кг кожного продукту харчування та про вартість одного кг цих продуктів наведені в таблиці. Визначити оптимальний раціон годівлі за умови мінімальної собівартості.

Сировина	Сіно	Силос
Білки, г/кг	40	10
Кальцій, г/кг	1,25	2,5
Фосфор, г/кг	2	1
Вартість, у.о./кг	1,2	0,8

**№ 2.** При виробництві виробів А і В на фабриці застосовуються сталь, мідь й алюміній. Дані про запаси сировини, норми витрат на один вироб і прибуток від продажу одного виробу наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

Сировина	А	В	Запас
Мідь, кг	10	70	570
Сталь, кг	20	50	420
Алюміній, кг	40	10	600
Прибуток, у.о.	3	8	

**№ 3.** Для підгодівлі ґрунту потрібно внести на 1 га не більше 8 одиниць азоту, не менше 12 одиниць фосфатів і 16 одиниць нітратів. Можна закупити комбіновані добрива виду А і В. Дані про вміст хімічних речовин у добривах і ціни добрив наведені в таблиці. Скласти план мінімізації витрат по закупівлі добрив (на 1га).

Хімічні реч.	А	В
Азот, од.	1	4
Фосфати, од.	2	3
Нітрати, од.	12	8
Ціна 1 кг, у.о.	5	2

**№ 4.** Для перевезення пасажирів використовують автобус і маршрутне таксі. Дані про витрати матеріалів і коштів на обслуговування, запаси ресурсів і прибуток за 1 рейс наведені в таблиці. Скласти план перевезень (кількість рейсів автобуса та маршрутного таксі), що приносить максимальний прибуток.

Ресурси	Авт.	Маршр. т.	Запас
Бензин, т	0,3	0,2	3,1
Масло, л	2	0,5	18
Витрати на техн. обсл., у.о.	48	64	752
Прибуток, у.о.	80	60	

**№ 5.** На фабриці шиють куртки та плащі, використовуючи тканини типів А, В, С. Дані про запаси сировини, норми витрат на один вироб і прибуток від продажу 1го виробу наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

Сировина	Куртка	Плащ	Запас
Тканина А, кв.м.	1	2	100
Тканина В, кв.м.	2	3	170
Тканина С, кв.м.	1	1	80
Прибуток, у.о.	50	90	

**№ 6.** Для виробництва столів і стільців використовуються дошки, фанера та лакофарбові матеріали. Дані про запаси сировини, норми витрат на 10 виробів і собівартість виробництва 10 виробів наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому собівартість виробництва мінімальна.

Сировина	Столы	Стулья	Запас
Фанера (куб.м.)	5	6	18
Дошки (кв.м.)	4	1	12
Лакофарб. мат, л.	6	1	11
Собівартість, у.о.	50	30	

**№ 7.** Фармацевтична фабрика освоїла виробництво нового бальзаму, що повинен містити не менше 6 од. календули, 8 од. м'яти та не менше 12 од. звіробою. Екстракти для виготовлення бальзаму постачають фабриці три фірми. Вміст речовин в 1 од. екстракту та його вартість надані в таблиці:

Фірма	Вміст речовин в 1 од. екстракту			Вартість 1 од. екстракту, ум. од.
	календула	м'ята	звіробій	
I	2	1	3	2
II	1	2	4	3
III	3	1,5	2	2,5

За яких умов вартість бальзаму буде мінімальною?

**№ 8.** Обладнання трьох цехів фабрики дозволяє випускати фруктові соки в тарі трьох видів: в скляній по 6 гр. од. за 1 л, в картонній по 7 гр. од. за 1 л та бляшаній по 10 гр. од. за 1 л. Затрати часу на обробку 1 л соку для кожного цеху надані в таблиці:

Цех	Тривалість обробки 1 л соку, хв.			Фонд часу, год.
	В скляній тарі	В картонній	В бляшаній	
I	12	10	9	1200
II	15	18	20	300
III	6	4	4	800

Скласти план завантаження цехів, який забезпечує фабриці максимальний прибуток.

**№ 9.** Підприємство має у своєму розпорядженні ресурси сировини і робочої сили, необхідними для виробництва 2-х видів продукції. Витрати ресурсів на виготовлення однієї тонни кожного продукту, прибуток, одержуваний підприємством від реалізації тонни продукту, а також запаси ресурсів зазначені в наступній таблиці:

Ресурс	Продукт 1	Продукт 2	Запас
--------	-----------	-----------	-------

			ресурсу
Сировина, т	3	5	120
Трудові затрати, год.	14	12	400
Прибуток на одиницю продукції, ум.од./т	30	35	

Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

**№ 10.** При відгодівлі тварин кожна тварина щодня повинна одержати не менше 60 од. живильної речовини А, не менше 50 од. речовини В і не менше 12 од. речовини С. Зазначені живильні речовини містяться в трьох видах корму. Вміст одиниць живильних речовин у 1 кг кожного з видів корму наведений в наступній таблиці:

Живильні речовини	Кількість одиниць у 1 кг корму виду		
	I	II	III
А	1	3	4
В	2	4	2
С	1	4	3

Скласти денний раціон, що забезпечує одержання необхідної кількості живильних речовин при мінімальних грошових витратах, якщо ціна 1 кг корму I виду становить 9 гр. од., корму II виду – 12 гр. од. і корму III виду – 10 гр. од.

**№ 11.** На підприємстві для виготовлення трьох видів запасних частин для автомобілів використовується три види ресурсів. Дані про запаси ресурсів, норми витрат на одну запчастину і прибуток від продажу однієї запасної частини наведені в таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на виготовлення 1 запасної частини, кг			Загальна кількість ресурсів(кг)
	А	В	С	
I	5	5	2	200
II	4	-	3	300
III	-	2	4	800
Прибуток від реалізації 1 зап. частини (гр. од.)	5	8	6	

Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

**№ 12.** На кондитерській фабриці випускають цукерки чотирьох типів. Від реалізації 1 кг кожного виробу фабрика отримує прибуток відповідно 2, 1, 3, 5 ум. од. На виготовлення цукерок витрачаються ресурси трьох типів: енергія, сировина, труд. Дані про технологічний процес наведено в таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на 1 кг цукерок				Запаси ресурсів, од.
	I	II	III	IV	
Сировина	2	3	1	2	30
Енергія	4	2	1	2	40
Труд	1	2	3	1	25

Спланувати виробництво цукерок так, щоб прибуток від їх реалізації був максимальним.

**№ 13.** Цех випускає трансформатори двох видів. Для виготовлення трансформаторів двох видів використовуються залізо та провіолока. Загальний запас заліза – 3 т, провіолоки – 18 т. На один трансформатор першого виду витрачаються 5 кг заліза та 3 кг провіолоки, а на один трансформатор другого виду витрачаються 3 кг заліза та 2 кг провіолоки. За кожний реалізований трансформатор першого виду завод отримує прибуток 3 у.о., другого – 4 у.о.

Скласти план виробництва трансформаторів, що забезпечує заводу максимальний прибуток.

**№ 14.** На консервному заводі виготовляють яблучний сік і яблучний джем. Дані про витрати на їхнє виробництво та прибуток від продажу одиниці товару наведені в таблиці. Відомо, що закуплено 500 кг яблук, 150 кг цукру й 50 кг харчових добавок. Скласти план випуску консервів, що приносить максимальний прибуток.

Сировина	Сік	Джем
Яблука, кг	5	3
Цукор, кг	2	0,5
Добавки, кг	0,5	0,2
Прибуток за 1 л, у.о.	9	5

**№ 15.** Їдальня підприємства має 14 кг борошна, 75 шт. яєць, 11 кг маргарину, 6 кг цукрового піску і 10 кг сметани. Витрата цих продуктів на один кондитерський виріб кожного виду зазначений у



таблиці (у кілограмах на 1 шт.).

Продукти	Вид виробу		
	Бісквіт	Пісковий торт	Кекс
Борошно	0,2	0,5	0,3
Яйця (шт.)	5	-	8
Маргарин	-	0,5	0,3
Цукровий пісок	0,2	0,15	0,3
Сметана	-	0,5	-

Скільки кондитерських виробів кожного виду необхідно виготовити, щоб сумарна їхня кількість була максимальною, а весь маргарин витрачений?

**№ 16.** Цех випускає три види виробів (I,II,III), добовий випуск яких становить: 90 одиниць виробу I, 70 –виробу II, 60 –виробу III. Добові ресурси на їх виготовлення такі: 780 одиниць виробничого устаткування, 850 одиниць сировини, 790 одиниць електроенергії. Витрати їх на одиницю виготовленої продукції подано в такій таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю виробів		
	I	II	III
Виробниче устаткування	2	3	4
Сировина	1	4	5
Електроенергія	3	4	2
Вартість в грн.	8	7	6

Скільки виробів треба виготовити (якого типу і в якій кількості), щоб мати максимальний прибуток від випущеної понад план продукції ?

**№ 17.** У денний раціон харчування необхідно включити не менше 27 мг вітаміну А, не менш 21 мг вітаміну В и рівно 15 мг вітаміну С. Дані про вміст вітамінів в 1 кг абрикосів і в 1 кг вишні, а також про вартість фруктів наведені в таблиці. Скільки грамів вишні та абрикосів необхідно включити в денний раціон, щоб витрати були мінімальні?

Вітаміни	Вишня	Абрикоси
----------	-------	----------

Вітамін А, мг	8	50
Вітамін В, мг	10	5
Вітамін С, мг	24	30
Цена 1 кг	15	20

**№ 18.** На фабриці виробляються товари А і В. Дані про часові витрати на їхнє виробництво й про прибуток від продажу одиниці товару наведені в таблиці. Відомо, що протягом тижня токарський верстат може працювати не більше 70 годин, фрезерний - не більше 40, а на завершальні операції виділяється не більше 90 годин. Скільки продукції обох типів варто робити за тиждень для отримання максимального прибутку?

Час роботи	А	В
Токарський верстат, годин	2	1
Фрезерний верстат,	1	1
Завершальні операції,	1	3
Прибуток за 1 од, у.о.	4	6

**№ 19.** Раціон для харчування тварин на фермі складається з двох видів кормів. 1 кг першого виду корму коштує 80 гр. од. і містить: 1 од. жирів, 3 од. білків, 1 од. вуглеводів, 2 од. нітратів. 1 кг корму другого виду коштує 10 гр. од. і містить 3 од. жирів, 1 од. білків, 8 од. вуглеводів, 4 од. нітратів.

Скласти найбільш дешевий раціон харчування, що забезпечує жирів не менше 6 од., білків не менше 9 од., вуглеводів не менше 8 од., нітратів не більш 16 од.

**№ 20.** Меблева фірма випускає дві моделі письмових столів – А і В. Для одного столу типу А необхідно  $2 \text{ м}^2$  деревини, а для столу типу В –  $3 \text{ м}^2$ . Підприємство може отримати до  $1200 \text{ м}^2$  деревини за тиждень. Для виготовлення одного столу типу А потрібно 12 хв. роботи обладнання, а для моделі В – 30 хв. Обладнання може використовуватися 160 год. на тиждень. Оцінено, що за тиждень може бути реалізовано до 550 столів. Відомо, що прибуток від реалізації одного письмового столу типу А становить 30 ум. од., а типу В – 40 ум. од. Скільки столів кожного типу необхідно виготовляти за

тиждень для отримання максимального прибутку?

**№ 21.** Компанія витягає із двох типів руди мінерали А, В, С. Необхідно отримати не менш 3 тонн мінералу А, не більше 2 тонн мінералу В і рівно 1 тону мінералу С. Дані про кількість мінералів, що витягають із руди кожного типу, і вартість руди наведені в таблиці. Скільки тонн руди кожного типу треба закупити, щоб витрати виявилися мінімальними?

Типи мінералів	Руда I	Руда II
Мінерал А	100 кг	200 кг
Мінерал В	120 кг	50 кг
Мінерал С	200 кг	100 кг
Ціна 1 кг	50 у.о.	60 у.о.

**№ 22.** Для виробництва светрів і кофточок використовуються вовна, силон, нітрон. Дані про запаси сировини, норми витрат на 10 виробів і прибуток від продажу 10 виробів наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

Сировина	Светр	Кофт.	Запас
Вовна, кг	8	4	240
Силон, кг	2	4	160
Нітрон, кг	5	3	90
Прибуток, у.о.	50	30	

**№ 23.** Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі А, В і С використовує три види основної сировини: цукровий пісок, патоку і фруктове пюре. Норми витрати сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду, загальна кількість сировини кожного виду, що може бути використано фабрикою, а також прибуток від реалізації 1 т карамелі даного виду наведені в таблиці:

Вид сировини	Норми витрати сировини (т) на 1 т карамелі			Загальна кількість сировини (т)
	А	В	С	

Сахарный песок	0.8	0.5	0.6	800
Патока	0.4	0.4	0.3	600
Фруктовое пюре	-	0.1	0.1	120
Прибуток від реалізації 1 т продукції (гр. од.)	108	112	126	

Знайти план виробництва карамелі, що забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

**№ 24.** Видавництво в даному місяці має ліміт на папір 750 кг, а підготовлені до видання посібники А, В, С вимагають витрат відповідно 50, 70 і 90 кг на 100 екземплярів. Трудомісткості виготовлення 100 екземплярів рівні 80, 60 і 90 нормо-год, а місячний трудовий ресурс становить 940 нормо-год. Ціна одного посібника – відповідно 0,9 ум. од., 1 і 2 ум. од. Знайти місячний план випуску літератури, що максимізує її сумарну вартість за умови повного використання трудового ресурсу.

**№ 25.** Цех випускає меблі трьох видів. Норми витрати матеріалів на одиницю кожного виду становлять 0,032; 0,031; 0,038, а трудомісткість виготовлення в нормо-год: 10,2; 7,5; 5,8. Оптові ціни одиниці меблів кожного виду рівні 93, 67 і 31 у. од. Знайти план, що мінімізує витрати матеріалу, якщо фонд робочого часу становить 17000 годин, а план реалізації готової продукції – 76000 у. од.

**№ 26.** В університеті проводиться конкурс на крашу газету. Одному з студентів дали доручення купити акварельні фарби вартістю 15 гр. од. за коробку, кольорові олівці вартістю 12 гр. од. за коробку, лінійки вартістю 8 гр. од., блокноти вартістю 10 гр. од. Акварельних фарб треба купити не менше трьох коробок, блокнотів – стільки, скільки коробок олівців та фарб разом, лінійок не більше п'яти. На покупки виділяється не менше 200 гр. од. В якій кількості студент повинен купити зазначені предмети, щоб їх загальна кількість була найбільшою?

**№ 27.** Невелике сільськогосподарське підприємство спеціалізується на вирощуванні овочів, зокрема капусти і томатів, використовуючи для цього мінеральні добрива (фосфорні та калійні). Норми внесення мінеральних добрив під кожен культуру та запас добрив у господарстві наведено в таблиці:

Мінеральні добрива	Норма внесення добрива, кг діючої речовини / га		Запас добрива, кг
	Капуста	Томати	
Фосфорні	150	400	6000
Калійні	500	300	9000

Під вирощування овочів відведено земельну ділянку площею 20 га. Очікуваний прибуток господарства від реалізації 1 ц капусти становить 10 ум. од., а 1 ц томатів – 20 ум. од. Середня врожайність капусти в господарстві дорівнює 300 ц/га, а томатів – 200 ц/га.

Визначити такий варіант розміщення культур на земельній ділянці, який максимізує прибуток господарства за умови, що витрати мінеральних добрив не перевищують максимально можливого запасу.

**№ 28.** Для перевезення вантажів використовують автомобілі вантажопідйомності 3 і 5 тонн. Дані про витрати матеріалів і коштів на обслуговування, запаси ресурсів і прибуток за 1 рейс наведені в таб-лиці. Скласти план перевезень (кількість рейсів автомобіля кожного виду), що приносить максимальний прибуток.

Ресурси	Ав. 3 т	Ав. 5 т	Запас
Бензин, т	0,2	0,3	2,4
Масло, л	2	1	20
Витрати на техн. обл., у.о.	3	8	81
Прибуток, у.о.	15	40	

**№ 29.** Для підгодівлі ґрунту потрібно внести на 1 га не менше 8 одиниць азоту, не менше 21 одиниць фосфатів і 10 одиниць нітратів. Можна закупити комбіновані добрива виду А і В. Дані про вміст хімічних речовин у добривах і ціни добрив наведені в таблиці. Скласти план мінімізації витрат по закупівлі добрив (на 1га).

Хімічні реч.	А	В
Азот, од.	1	54
Фосфати, од.	12	4
Нітрати, од.	4	4
Ціна 1 кг, у.о.	3	4

**№ 30.** На фабриці виробляються товари А і В і використовується три типи устаткування: токарське, фрезерне і шліфувальне. Дані про часові витрати на їхнє виробництво й про прибуток від продажу одиниці товару наведені в таблиці. Відомо, що протягом тижня токарський верстат може працювати не більше 70 годин, фрезерний – не більше 25, а шліфувальний не більше 80 годин. Скільки продукції обох типів варто робити за тиждень для отримання максимального прибутку?

Час роботи (годин)	А	В
Токарський верстат	2	1
Фрезерний верстат	1	-
Шліфувальний верстат	1	2
Прибуток за 1 од, у.о.	8	3

## 2 ЗАВДАННЯ № 2

Графічним методом розв'язати задачу лінійного програмування. Провести аналіз на чутливість.

Зразок розв'язання задачі графічним методом наведено в [1, с.20-26], [3, с. 207-214], [4, с. 27-31].

**№ 1.**  $F_{\max} = 2x_1 + 2x_2;$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**№ 2.**  $F_{\max} = x_1 + 2x_2;$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**№ 3.**  $F_{\max} = 4x_1 + 2x_2;$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**№ 4.**  $F_{\min} = x_1 + x_2;$

$$\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } F_{\min} = 2x_1 - x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } F_{\max} = x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } F_{\max} = x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } F_{\max} = -3x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 \geq 0, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6, \\ x_1 - 4x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } F_{\max} = x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } F_{\max} = 2x_1 + 4x_2;$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } F_{\max} = 2x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } F_{\max} = 3x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_2 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } F_{\min} = -3x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } F_{\max} = x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } F_{\max} = x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq -4, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } F_{\max} = 5x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } F_{\max} = 3x_1 + 5x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ -3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ 0 \leq x_1 \leq 6, \\ 0 \leq x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } F_{\max} = 2x_1 + 5x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } F_{\max} = 12x_1 + 15x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \leq 5, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } F_{\min} = -3x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } F_{\max} = 2x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } F_{\max} = 3x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



$$\text{№ 23. } F_{\max} = 5x_1 + 4x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40, \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 - x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } F_{\max} = 6x_1 + 15x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 7x_1 + 10x_2 \leq 70, \\ -4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } F_{\min} = x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } F_{\max} = -2x_1 + 5x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } F_{\max} = 4x_1 + 4x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 \leq 18, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } F_{\max} = 10x_1 + 8x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 - x_2 \leq 10, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } F_{\max} = 7x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } F_{\max} = 2x_1 + 3x_2;$$

### 3 ЗАВДАННЯ № 3

Розв'язати задачу лінійного програмування симплексним методом.

Для даної задачі:

а) записати двоїсту до неї задачу;

б) використовуючи розв'язок даної задачі, знайдений симплексним

методом, знайти рішення двоїстої за допомогою теорем двоїстості.

Зразок розв'язання задачі симплексним методом наведено в [3, с. 214-226], зразок розв'язування двоїстої задачі – в [3, с. 235-244], [4, с. 72-82].

**№ 1.**  $F_{\min} = 2x_1 + 2x_2 - 5x_3;$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 12, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 24, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 2.**  $F_{\max} = x_1 + 4x_2 + x_3;$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 3.**  $F_{\min} = 2x_1 + x_2 + 3x_3;$

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 4.**  $F_{\max} = -6x_1 - 3x_2 + 4x_3;$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_3 \leq 8, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 5.**  $F_{\max} = -3x_1 + x_2 + 2x_3;$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 6.**  $F_{\max} = x_1 + 2x_2 - 4x_3;$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 8, \\ -x_1 + 4x_2 - 4x_3 \leq 18, \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 \leq 18, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 7.**  $F_{\max} = 3x_1 + x_2 + 2x_3;$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

**№ 8.**  $F_{\max} = x_1 - x_2 + x_3;$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 24, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } F_{\min} = -2x_1 + 8x_2 + 3x_3;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } F_{\max} = 5x_1 + 2x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 12, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } F_{\min} = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3;$$

$$\begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 3, \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } F_{\min} = 6x_1 + 7x_2 + 9x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 5, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } F_{\max} = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 11, \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 2, \\ -x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } F_{\min} = x_1 + 4x_2 + 3x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 18, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } F_{\max} = 2x_1 + x_2 - x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 9, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } F_{\max} = -x_1 - 2x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } F_{\min} = -2x_1 + x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } F_{\min} = -2x_1 - 3x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } F_{\max} = 2x_1 - x_2 - 3x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + 6x_3 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } F_{\min} = x_1 + 2x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } F_{\max} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } F_{\min} = 3x_1 + 3x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 12, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 24, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } F_{\max} = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } F_{\min} = x_1 + 2x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 20, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } F_{\max} = x_1 + 2x_2 - 3x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_3 \leq 2, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } F_{\max} = x_1 + 4x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } F_{\max} = 2x_1 + x_2 - x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } F_{\max} = x_1 - x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 24, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases};$$

$$\text{№ 29. } F_{\max} = -2x_1 - 2x_2 - 2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } F_{\min} = -3x_1 - 2x_2 - 2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

#### 4 ЗАВДАННЯ № 4

Знайти початкові опорні рішення методом північно-західного кута, методом Фогеля і методом мінімальної вартості і порівняти значення цільової функції. Розв'язати транспортну задачу лінійного програмування методом потенціалів: а) в класичній постановці; б) з обмеженнями на пропускну здатність.

Зразок розв'язання транспортної задачі методом потенціалів наведено в [1, с.139-154], [3, с.268-283], [8, с.476-497].

$$\text{№ 1. } x_{34} \leq 400, \quad x_{23} \geq 500$$

$a_i \backslash b_j$	500	500	1000	1500
1000	3	2	5	4
1500	4	3	5	3
500	1	1	3	2

№ 2.  $x_{32} \leq 200$ ,  $x_{11} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	300	300	300	300
300	5	5	4	3
200	4	7	4	2
400	3	2	3	4

№ 3.  $x_{21} \leq 500$ ,  $x_{33} \geq 400$

$a_i \backslash b_j$	1000	1500	500	2000
500	3	2	1	5
1000	3	6	5	4
1000	4	8	5	7

№ 4.  $x_{21} \leq 500$ ,  $x_{34} \geq 1000$

$a_i \backslash b_j$	1000	1000	2000	2000
500	5	6	3	8
1000	1	1	2	3
1500	2	5	4	4

№ 5.  $x_{21} \leq 500$ ,  $x_{33} \geq 400$

$a_i \backslash b_j$	1000	500	1500	2000
500	3	1	2	5
1000	1	3	4	2
500	3	6	5	9

№ 6.  $x_{33} \leq 100$ ,  $x_{12} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	200	300	200	300
100	2	3	4	5
200	2	4	2	6
300	6	5	4	5

№ 7.  $x_{14} \leq 30, x_{24} \geq 50$

$a_i \backslash b_j$	50	100	100	100
50	2	4	5	8
100	5	3	4	6
50	3	1	2	4

№ 8.  $x_{32} \leq 70, x_{43} \geq 140$

$a_i \backslash b_j$	70	140	210	140
70	1	2	1	3
140	2	4	5	8
210	3	5	6	9

№ 9.  $x_{21} \leq 10, x_{12} \geq 10$

$a_i \backslash b_j$	40	20	10	20
40	7	6	5	11
20	3	4	2	2
10	9	10	3	15

№ 10.  $x_{11} \leq 20, x_{33} \geq 30$

$a_i \backslash b_j$	30	30	60	90
60	3	11	4	4
30	2	10	5	6
60	3	13	3	7

№ 11.  $x_{23} \leq 30, x_{32} \geq 30$

$a_i \backslash b_j$	30	90	60	60
30	1	3	4	5
60	9	5	2	4
90	3	4	5	4

№ 12.  $x_{32} \leq 100, x_{12} \geq 40$

$a_i \backslash b_j$	50	150	200	150
50	4	5	6	10
100	6	3	8	4

150	5	1	3	1
-----	---	---	---	---

№ 13.  $x_{11} \leq 100$ ,  $x_{34} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	200	400	100	200
200	2	1	3	5
100	4	3	4	7
100	5	8	3	6

№ 14.  $x_{11} \leq 100$ ,  $x_{34} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	200	400	100	200
200	1	7	12	2
100	2	3	8	4
200	3	5	4	6

№ 15.  $x_{32} \leq 100$ ,  $x_{23} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	100	200	200	300
100	4	3	5	2
200	7	1	2	3
300	9	2	4	5

№ 16.  $x_{32} \leq 20$ ,  $x_{24} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	10	30	30	40
10	3	1	3	4
50	5	1	2	2
60	2	3	4	6

№ 17.  $x_{33} \leq 40$ ,  $x_{21} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	100	200	100	200
100	1	3	1	2
200	4	7	3	5
50	3	4	1	6

№ 18.  $x_{33} \leq 100$ ,  $x_{24} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	100	200	200	300
----------------------	-----	-----	-----	-----



100	1	3	4	1
200	5	2	2	7
400	4	4	3	6

**№ 19.**  $x_{34} \leq 20, x_{12} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	40	60	50	40
40	1	2	3	1
50	4	2	2	9
50	5	7	10	5

**№ 20.**  $x_{21} \leq 25, x_{32} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	50	25	50	25
25	3	1	8	1
50	2	5	2	3
75	9	4	6	5

**№ 21.**  $x_{34} \leq 10, x_{23} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	40	30	40	50
20	5	3	1	6
30	4	6	4	7
20	4	1	2	3

**№ 22.**  $x_{12} \leq 40, x_{23} \geq 50$

$a_i \backslash b_j$	50	100	200	200
50	1	9	2	2
100	6	4	10	3
100	8	4	7	5

**№ 23.**  $x_{22} \leq 25, x_{34} \geq 25$

$a_i \backslash b_j$	25	50	75	50
25	1	1	3	4
50	7	2	4	2
50	8	9	5	6

**№ 24.**  $x_{32} \leq 10, x_{23} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	20	20	40	20
20	2	2	3	4
40	4	5	4	7
20	6	7	3	5

№ 25.  $x_{31} \leq 3, x_{22} \geq 5$

$a_i \backslash b_j$	5	10	15	10
5	2	2	4	5
20	4	6	7	10
15	5	3	3	6

№ 26.  $x_{34} \leq 100, x_{12} \geq 30$

$a_i \backslash b_j$	50	100	100	150
50	1	3	4	1
100	3	2	2	4
150	4	8	9	5

№ 27.  $x_{33} \leq 60, x_{14} \geq 50$

$a_i \backslash b_j$	60	120	180	120
60	1	3	2	1
120	6	2	4	2
180	5	9	5	10

№ 28.  $x_{31} \leq 90, x_{24} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	180	90	270	180
90	1	3	4	1
90	3	2	9	13
180	3	4	5	8

№ 29.  $x_{13} \leq 15, x_{34} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	20	20	40	40
20	4	5	2	4
40	3	1	3	5
80	2	7	6	8

№ 30.  $x_{14} \leq 60$ ,  $x_{23} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	80	160	240	160
80	2	5	2	3
160	3	4	4	5
80	4	3	6	7

### 5 ЗАВДАННЯ № 5

Фірма з виробництва взуття планує освоєння нових ринків збуту в п'яти містах. Для укладення договорів в кожне місто достатньо направити одного торгового представника фірми. У таблиці вказано, на яку суму (в тис. грн.) може укласти договір кожен із співробітників в кожному місті. Розподілити торгових агентів по містах таким чином, щоб фірма забезпечила максимум збуту своєї продукції.

Зразок розв'язання задачі про призначення наведено в [10, с. 485-501].

№ 1.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	15	12	2	9	10
2	2	10	8	7	3
3	1	3	5	6	0
4	9	6	6	13	7
5	20	5	7	15	3

№ 3.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	19	10	16	12	20
2	3	13	12	1	13
3	1	19	15	8	11
4	9	15	14	16	2
5	0	19	13	1	10

№ 2.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	10	2	5	8	6
2	14	6	16	5	17
3	17	6	9	4	2
4	15	13	12	17	8
5	6	10	7	18	15

№ 4.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	1	12	19	20	4
2	13	9	8	6	5
3	20	5	17	4	4
4	4	5	9	7	10
5	6	1	1	1	9

№ 5.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	2	9	5	4
2	17	8	6	19	7
3	20	2	13	12	4
4	6	17	2	11	7
5	3	4	2	5	13

№ 9.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	12	2	1	5	3
2	7	2	7	6	5
3	5	1	18	9	13
4	7	11	7	17	19
5	2	16	6	9	8

№ 6.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	9	12	14	18	5
2	7	9	5	8	8
3	6	3	5	8	18
4	9	6	7	10	12
5	16	9	5	5	4

№ 10.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	2	8	2	8	18
2	2	17	7	15	20
3	16	7	8	6	12
4	6	9	14	5	5
5	15	6	9	14	1

№ 7.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	6	8	9	8	7
2	15	4	1	5	3
3	16	19	13	5	13
4	3	2	14	8	5
5	10	20	20	15	19

№ 11.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	14	4	7	19	5
2	2	5	3	5	9
3	5	4	15	5	6
4	1	6	4	2	11
5	13	12	4	20	8

№ 8.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	13	5	10	17	9
2	5	6	2	20	4
3	17	0	5	7	14
4	6	17	8	4	17
5	7	8	9	4	12

№ 12.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	15	4	4	5	6
2	13	2	11	14	3
3	5	9	7	1	7
4	5	19	8	9	10
5	13	19	6	8	12

№ 13.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	8	5	1	4
2	9	12	18	15	9
3	4	5	2	8	7
4	8	10	5	4	8
5	5	1	9	4	3

№ 17.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	4	2	3	6	5
2	3	16	11	2	8
3	9	9	19	7	8
4	3	7	1	16	9
5	13	18	13	16	7

№ 14.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	13	2	5	8	3
2	2	16	4	9	7
3	4	51	8	13	17
4	16	22	6	20	19
5	17	19	14	11	5

№ 18.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	3	18	4	3	9
2	5	6	9	3	8
3	0	4	11	15	3
4	4	9	3	14	6
5	1	15	2	12	15

№ 15.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	8	8	2	3	13
2	5	7	18	6	5
3	8	2	7	8	9
4	6	5	20	6	18
5	4	7	18	10	12

№ 19.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	12	0	8	9	3
2	4	39	1	8	15
3	2	8	4	7	1
4	10	20	13	2	13
5	9	6	3	4	2

№ 16.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	2	8	6	2	14
2	2	4	8	10	1
3	5	5	9	6	10
4	13	8	10	5	11
5	7	16	18	9	20

№ 20.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	20	2	20	17
2	9	5	4	3	14
3	8	13	11	2	15
4	13	7	1	18	2
5	8	13	5	3	17

№ 21.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	1	11	8	9	7
2	15	11	8	6	10
3	9	19	2	8	2
4	8	19	4	14	4
5	8	4	3	4	12

№ 25.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	8	9	2	8	11
2	12	3	18	6	3
3	9	7	12	16	7
4	20	5	2	8	2
5	17	18	9	7	9

№ 22.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	11	10	2	3	5
2	4	5	7	20	4
3	9	15	5	8	9
4	8	8	9	19	19
5	14	7	19	4	13

№ 26.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	8	5	6	8	5
2	17	18	20	19	7
3	9	11	5	11	9
4	6	20	10	16	3
5	2	12	8	9	5

№ 23.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	2	7	6	2
2	3	15	16	13	13
3	4	2	60	4	3
4	2	2	44	9	8
5	8	7	9	20	7

№ 27.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	10	19	12	2	8
2	19	20	1	10	18
3	7	6	2	16	9
4	3	18	14	14	7
5	14	15	11	19	13

№ 24.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	13	4	8	2	10
2	3	13	8	18	3
3	8	15	5	11	7
4	7	14	6	16	9
5	17	7	8	3	12

№ 28.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	5	4	6	9	8
2	6	6	11	1	3
3	2	5	5	3	6
4	12	20	0	14	17
5	4	9	9	4	8

## № 29.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	9	17	6	4	5
2	5	18	8	1	8
3	9	20	32	9	9
4	8	15	6	8	5
5	6	5	14	13	9

## № 30.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	8	6	10	5	10
2	12	13	17	20	17
3	8	6	7	18	2
4	8	2	5	14	3
5	9	12	7	11	12

## 6 ЗАВДАННЯ № 6

Для задачі нелінійного програмування знайти екстремальні значення цільової функції  $f(x, y)$  методом Лагранжа за умови  $g(x, y) = 0$ .

Зразок розв'язання типової задачі наведено в [1, с. 257-262], [4, с. 189-193].

№ 1.  $f(x, y) = 4 - 2x^2 + y^2$ ;  $g(x, y) = x + y - 1$ .

№ 2.  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 5$ ;  $g(x, y) = x - y - 4$ .

№ 3.  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ;  $g(x, y) = 2x - y - 3$ .

№ 4.  $f(x, y) = 3x - 12y - 1$ ;  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 17$ .

№ 5.  $f(x, y) = 2xy$ ;  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2$ .

№ 6.  $f(x, y) = 4 + 2x^2 + y^2$ ;  $g(x, y) = x + y - 7$ .

№ 7.  $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ ;  $g(x, y) = 2x + 3y - 5$ .

№ 8.  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ;  $g(x, y) = 3x + 4y - 12$ .

№ 9.  $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 5y$ ;  $g(x, y) = x + 3y - 6$ .

№ 10.  $f(x, y) = 2x^2 + 5x + y^2 + 3y$ ;  $g(x, y) = x + 5y - 12$ .

№ 11.  $f(x, y) = 2x^2 + 4x + 2y^2 + y$ ;  $g(x, y) = 3x + 4y - 12$ .

№ 12.  $f(x, y) = 2xy + y^2$ ;  $g(x, y) = 2x + 4y - 8$ .

№ 13.  $f(x, y) = 3x^2 - x + 2y^2 + 1$ ;  $g(x, y) = x + y - 4$ .

№ 14.  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ;  $g(x, y) = x - y - 4$ .

№ 15.  $f(x, y) = xy^2$ ;  $g(x, y) = x + 2y - 1$ .

№ 16.  $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + 4y$ ;  $g(x, y) = 2x - 6y + 4$ .

№ 17.  $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 + 8y$ ;  $g(x, y) = x + y - 18$ .

№ 18.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ ;  $g(x, y) = 4x + 6y - 6$ .

№ 19.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4$ ;  $g(x, y) = 2x + y$ .

№ 20.  $f(x, y) = 7 - x^2 - 2y^2$ ;  $g(x, y) = x - y - 3$ .

№ 21.  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 3$ ;  $g(x, y) = x + 2y - 4$ .

№ 22.  $f(x, y) = x^2 + 8xy + 2y^2$ ;  $g(x, y) = x + y - 5$ .

№ 23.  $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 5y$ ;  $g(x, y) = x + 3y - 6$ .

№ 24.  $f(x, y) = x + y - 3$ ;  $g(x, y) = 2x^2 + y^2 - 6$ .

№ 25.  $f(x, y) = 4x - 2y$ ;  $g(x, y) = x^2 + xy + 3$ .

№ 26.  $f(x, y) = x^2 - xy - 35$ ;  $g(x, y) = -12x + 7y$ .

№ 27.  $f(x, y) = 2x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + 6$ ;  $g(x, y) = 3x - 5y - 15$ .

№ 28.  $f(x, y) = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + 20$ ;  $g(x, y) = 2x + y - 4$ .

№ 29.  $f(x, y) = 3x^2 - 8xy + y^2$ ;  $g(x, y) = 10y - x - 17$ .

№ 30.  $f(x, y) = 2x^2 + 10xy + 3y^2$ ;  $g(x, y) = -x + 2y - 7$ .

### 7 ЗАВДАННЯ № 7

Дано задачу опуклого програмування. Потрібно: а) знайти екстремальні значення цільової функції графічним методом; б)



написати функцію Лагранжа даної задачі і знайти її сідлову точку, використовуючи отриманий графічний розв'язок.

Зразок розв'язання задачі опуклого програмування наведено в [1, с. 251-257, 262-269].

$$\text{№ 1. } F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq -2, \\ 7x_1 - x_2 \geq 14, \\ x_1 + 3x_2 \leq 21, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } F = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq -10, \\ x_1 - 2x_2 \geq -12, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } F = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq -4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } F = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } F = (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 11, \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } F = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 21, \\ x_1 \geq 2, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } F = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 5)^2$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 36, \\ x_1 - 2x_2 \geq -2, \\ x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \geq -9, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ 3x_1 + 9x_2 \geq 27, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } F = (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \geq 1, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } F = (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 7x_2 \leq 42, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 7x_2 \geq 7, \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 16, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } F = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 15)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ 7x_1 + 3x_2 \geq 21, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ 3x_1 - 5x_2 \geq -15, \\ -2x_1 + 9x_2 \geq 18, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } F = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 \leq 30, \\ x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ -7x_1 + 14x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } F = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 \leq 36, \\ 12x_1 - 3x_2 \geq 12, \\ -2x_1 + 7x_2 \geq 7, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } F = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 8)^2$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 20, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 9x_2 \leq 36, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 8)^2$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 10x_1 - x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } F = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 8x_2 \leq 72, \\ 4x_1 - x_2 \geq 8, \\ -4x_1 + 16x_2 \geq 16, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - x_2 \geq -2, \\ 7x_1 - 3x_2 \leq 21, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 5, \\ 2x_1 - x_2 \geq -1, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } F = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq -2, \\ 4x_1 - x_2 \geq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } F = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - 5x_2 \geq -10, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } F = (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 - 2x_2 \geq -10, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 \geq -2, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 6)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -3, \\ x_1 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } F = (x_1 + 2)^2 + x_2^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ x_1 \leq 6, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 29. } F &= (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ &\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 10, \\ -x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } F = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2$$

## 8 ЗАВДАННЯ № 8

### 8.1 Задача про розподіл інвестицій

В виробниче об'єднання входять три підприємства  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$ . Керівництво об'єднання вирішило інвестувати в свої підприємства б умовних грошових одиниць у загальній сумі. Проведені маркетингові дослідження прогнозують величину очікуваного прибутку кожного з підприємств в залежності від обсягу інвестованих коштів. Ці дані представлені в таблиці. Потрібно знайти такий розподіл інвестицій між підприємствами, який забезпечив би максимум сумарного очікуваного прибутку. Порівняти отримане оптимальне рішення з рішеннями, які були б отримані при виділенні всього обсягу інвестицій тільки одному з підприємств або при розподілі інвестицій порівну між усіма підприємствами. Підрахувати, скільки відсотків прибутку втрачається в кожному з цих випадків. Вихідні дані для кожного варіанту наведені нижче в таблиці.

Зразок розв'язання типової задачі про розподіл інвестицій наведено в [7, с. 35-45].

#### № 1.

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	-3	3	-4
1	16	14	6
2	21	26	23
3	32	31	34
4	47	48	49

5	52	53	57
6	64	62	65

**№ 2.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	-1	2	2
1	9	12	7
2	24	27	18
3	35	30	33
4	46	43	45
5	60	58	59
6	63	61	69

**№ 3.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	1	-1	5
1	11	8	13
2	27	25	28
3	31	39	36
4	44	47	41
5	53	56	55
6	67	74	76

**№ 4.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	-2	1	3
1	18	6	10
2	26	24	22
3	29	38	35
4	43	46	45
5	54	52	56
6	73	76	68

**№ 5.**

Обсяг	Прибуток підприємств		
-------	----------------------	--	--

інвестицій	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	-3	-5	-6
1	13	7	8
2	31	29	28
3	34	42	37
4	55	58	54
5	70	60	71
6	75	81	84

**№ 6.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	0	-1	6
1	9	18	19
2	27	26	31
3	40	36	43
4	57	49	56
5	65	68	66
6	79	75	83

**№ 7.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	1	1	4
1	18	8	11
2	32	23	25
3	44	35	48
4	63	62	52
5	76	73	75
6	77	82	85

**№ 8.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	3	1	1
1	17	15	12
2	24	27	30

3	38	41	43
4	54	61	56
5	71	75	74
6	86	80	81

**№ 9.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	7	4	5
1	11	14	15
2	33	28	36
3	44	45	46
4	51	59	64
5	72	81	69
6	91	89	84

**№ 10.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	0	-4	-1
1	10	17	13
2	29	37	35
3	51	49	47
4	60	55	61
5	77	79	74
6	83	88	93

**№ 11.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	3	-3	-4
1	14	16	6
2	26	21	23
3	31	32	34
4	48	47	49
5	53	52	57
6	62	64	65

**№ 12.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	2	2	-1
1	12	7	9
2	27	18	24
3	30	33	35
4	43	45	46
5	58	59	60
6	61	69	63

**№ 13.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	5	-1	1
1	13	8	11
2	28	25	27
3	36	39	31
4	41	47	44
5	55	56	53
6	76	74	67

**№ 14.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	3	-2	1
1	10	18	6
2	22	26	24
3	35	29	38
4	45	43	46
5	56	54	52
6	68	73	76

**№ 15.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	-5	-6	-3



1	7	8	13
2	29	28	31
3	42	37	34
4	58	54	55
5	60	71	70
6	81	84	75

**№ 16.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	6	0	-1
1	19	9	18
2	31	27	26
3	43	40	36
4	56	57	49
5	66	65	68
6	83	79	75

**№ 17.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	1	4	1
1	8	11	18
2	23	25	32
3	35	48	44
4	62	52	63
5	73	75	76
6	82	85	77

**№ 18.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	1	1	3
1	12	15	17
2	30	27	24
3	43	41	38
4	56	61	54
5	74	75	71

6	81	80	86
---	----	----	----

**№ 19.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	4	5	7
1	14	15	11
2	28	36	33
3	45	46	44
4	59	64	51
5	81	69	72
6	89	84	91

**№ 20.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	-1	0	-4
1	13	10	17
2	35	29	37
3	47	51	49
4	61	60	55
5	74	77	79
6	93	83	88

**№ 21.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	-2	-4	3
1	17	6	14
2	22	23	26
3	33	34	31
4	48	49	48
5	53	57	53
6	65	65	62

**№ 22.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>

0	2	1	-1
1	7	11	9
2	18	26	24
3	33	29	35
4	45	42	46
5	59	57	60
6	69	60	63

**№ 23.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	0	5	1
1	9	13	11
2	26	28	27
3	40	36	31
4	48	41	44
5	57	55	53
6	75	76	67

**№ 24.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	-2	-5	-6
1	14	7	8
2	32	29	28
3	35	42	37
4	56	58	54
5	71	60	71
6	76	81	84

**№25.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	1	-2	1
1	8	18	6
2	20	26	24
3	33	29	38
4	43	43	46

5	54	54	52
	66	73	76

**№ 26.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	5	0	-1
1	18	9	18
2	30	27	26
3	42	40	36
4	55	57	49
5	65	65	68
6	82	79	75

**№ 27.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	2	1	4
1	19	8	11
2	33	23	25
3	45	35	48
4	64	62	52
5	77	73	75
6	78	82	85

**№28.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
0	3	2	1
1	17	16	12
2	24	28	30
3	38	42	43
4	54	62	56
5	71	76	74
6	86	81	81

**№ 29.**

Обсяг	Прибуток підприємств		
-------	----------------------	--	--

інвестицій	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	3	5	7
1	13	15	11
2	27	36	33
3	44	46	44
4	58	64	51
5	80	69	72
6	88	84	91

**№ 30.**

Обсяг інвестицій	Прибуток підприємств		
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	$\Pi_3$
0	-1	-3	0
1	13	18	10
2	35	38	29
3	47	50	51
4	61	56	60
5	74	80	77
6	93	89	83

**8.2 Задача планування виробництва**

Планується діяльність двох галузей виробництва на 4 роки. Інвестуються початкові ресурси  $S_0$ . Кошти  $x_k$ , що вкладені в першу галузь на початку року, дають в кінці року прибуток  $f_1(x_k) = ax_k$  і повертаються в розмірі  $g_1(x_k) = bx_k$ ; аналогічно для другої галузі функція прибутку дорівнює  $f_2(y_k) = cy_k$ , а повернення –  $g_2(y_k) = dy_k$ . В кінці року всі повернуті кошти заново перерозподіляються між галузями, нові кошти не надходять, прибуток у виробництво не вкладається. Потрібно розподілити наявні кошти між двома галузями виробництва на чотири роки так, щоб сумарний прибуток від обох галузей за цей період виявилася максимальним.

Коефіцієнти індивідуальних завдань

№	$a$	$b$	$c$	$d$	$S_0$
1	0,6	0,4	0,3	0,5	10000

№	$a$	$b$	$c$	$d$	$S_0$
16	1,0	0,4	2,3	0,5	1200

2	0,6	0,5	0,4	0,6	8000
3	0,7	0,5	0,4	0,6	6000
4	0,7	0,6	0,5	0,7	4000
5	0,3	0,2	0,5	0,7	2000
6	0,9	0,6	0,7	0,8	100
7	1,0	0,4	0,8	0,9	1000
8	1,0	0,2	0,8	0,9	1100
9	0,7	0,8	0,9	0,3	1200
10	1,1	0,8	0,9	0,6	1300
11	2,0	0,8	1,6	0,9	1400
12	2,1	0,2	1,7	0,4	1500
13	0,1	0,9	1,7	0,5	1600
14	2,2	0,3	1,8	0,1	1700
15	0,9	0,5	1,8	0,1	1800

17	2,7	0,8	2,4	0,6	1150
18	2,7	0,5	3,0	0,6	1100
19	2,8	0,2	2,5	0,4	1050
20	2,8	0,6	2,5	0,7	1000
21	2,9	0,6	2,7	0,8	950
22	3,0	0,3	2,8	0,9	900
23	3,0	0,7	1,2	0,9	850
24	3,1	0,4	2,9	0,3	800
25	3,1	0,8	2,9	0,8	750
26	1,5	0,3	1,1	0,4	700
27	1,6	0,6	1,2	0,9	650
28	3,5	0,4	1,8	0,5	600
29	2,4	0,5	1,3	0,6	550
30	1,7	0,5	1,3	0,6	500

Зразок розв'язання типової задачі наведено в [6, с. 34-36].

### 8.3 Задача про заміну обладнання

Автомашина експлуатується протягом 5 років. На початку кожного року може бути прийнято рішення про заміну машини новою. Вартість нової машини на  $k$ -му році експлуатації становить  $p_k$  ум. гр. од. Після  $t$  років експлуатації машину можна продати за  $g(t) = p_k \cdot 2^{-t}$  ум. гр. од. Вартість утримання машини протягом  $k$ -го року становить  $r_k(t)$  ум. ден. од. Визначити оптимальну стратегію експлуатації машини, так щоб сумарні витрати (з урахуванням витрат на покупку нової машини на початку строку експлуатації та компенсації за рахунок заключного продажу) були мінімальними.

Попівняти отримане оптимальне рішення з двома допустимими рішеннями, перше з яких реалізує стратегію максимально частій заміни автомашини, а друге – стратегію максимального відкладання заміни.

Приклад розв'язання типової задачі про заміну обладнання наведено в [7, 71-77], [5, 265-270].

Варіант	$p_k$	$r_k(t)$
1	$7500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$

2	$4000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,2 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
3	$6000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,3 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
4	$7000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,4 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
5	$8000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,5 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
6	$9000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
7	$7500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,2 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
8	$3000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,3 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
9	$8500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,4 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
10	$6500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,5 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
11	$5000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
12	$8500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
13	$5000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,2 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
14	$7000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,3 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
15	$8000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,4 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
16	$9000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,5 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
17	$10000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
18	$8500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,2 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
19	$4000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,3 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
20	$9500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,4 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
21	$7500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,5 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
22	$6000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
11	$8000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
24	$4500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,2 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
25	$6500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,3 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
26	$7500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,4 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
27	$8500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,5 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
28	$9500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,1 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
29	$8000 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,2 \cdot p_k \cdot (t + 1)$
30	$3500 + 500 \cdot (k + 1)$	$0,3 \cdot p_k \cdot (t + 1)$

### 9 ЗАВДАННЯ № 9

Зразок розв'язання типової багатокритеріальної задачі наведено в [3, с. 297-303].

№ 1. Для п'яти проектів технічних систем визначені відносні одиничні показники технічної досконалості конструкції і коефіцієнти

вагомості одиничних показників. Чисельні значення наведені в наступній таблиці:

Варіанти технічних систем	Відносні одиничні показники					
	складності	ваги	часу підгот.	автоматизації	потужності	уніфікації
1	1,0	0,088	1,0	1,0	0,72	0,614
2	0,72	1,0	0,8	0,78	0,81	0,420
3	0,658	0,358	0,765	0,782	0,525	0,915
4	0,425	0,97	0,755	0,70	0,98	0,31
5	0,467	0,555	0,865	0,705	0,865	0,650
коєф-ти вагомості	0,157	0,124	0,210	0,195	0,174	0,140

Проведіть ранжирування проектів технічних систем за комплексним критерієм.

№ 2. Див. умову варіанту 1.

Варіанти технічних систем	Відносні одиничні показники					
	складності	ваги	часу підгот.	автоматизації	потужності	уніфікації
1	0,525	0,18	0,78	0,865	0,72	0,374
2	0,72	0,765	0,8	0,78	0,81	0,54
3	0,658	1,0	0,34	1,0	0,25	0,25
4	1,0	0,97	0,755	0,70	0,78	0,31
5	0,72	0,555	1,0	0,705	0,75	0,650
коєф-ти вагомості	0,13	0,19	0,16	0,17	0,27	0,08

№ 3. Див. умову варіанту 1.

Варіанти технічних систем	Відносні одиничні показники					
	складності	ваги	часу підгот.	автоматизації	потужності	уніфікації
1	0,46	0,81	1,0	0,908	0,62	0,84
2	0,72	0,30	0,28	0,38	0,86	0,920
3	0,89	1,0	0,75	0,82	0,55	0,54
4	0,45	0,97	0,55	0,720	0,46	0,31
5	0,67	0,55	0,65	0,35	0,65	0,50



коєф-ти вагомості	0,17	0,13	0,22	0,15	0,14	0,19
-------------------	------	------	------	------	------	------

**№ 4.** Див. умову варіанту 1.

Варіанти технічних систем	Відносні одиничні показники					
	складності	ваги	часу підгот.	автоматизації	потужності	уніфікації
1	0,205	0,84	1,0	1,0	0,372	0,614
2	0,923	0,09	0,28	0,79	0,851	0,420
3	0,518	0,38	0,75	0,62	0,525	0,915
4	0,285	1,0	0,95	0,72	0,498	0,431
5	0,37	0,91	0,45	0,58	0,865	0,650
коєф-ти вагомості	0,1	0,19	0,21	0,17	0,15	0,18

**№ 5.** Див. умову варіанту 1.

Варіанти технічних систем	Відносні одиничні показники					
	складності	ваги	часу підгот.	автоматизації	потужності	уніфікації
1	0,90	0,088	0,88	0,42	0,92	0,74
2	0,72	0,503	1,0	0,78	0,31	0,920
3	0,658	0,358	0,765	1,0	0,645	0,615
4	0,425	1,0	0,755	0,70	0,58	0,131
5	1,0	0,555	0,865	0,705	0,365	0,50
коєф-ти вагомості	0,117	0,22	0,12	0,19	0,24	0,113

**№ 6.** Див. умову варіанту 1.

Варіанти технічних систем	Відносні одиничні показники					
	складності	ваги	часу підгот.	автоматизації	потужності	уніфікації
1	0,290	0,88	0,18	0,26	1,0	0,7
2	0,712	0,53	0,76	1,0	0,89	0,9
3	0,68	0,38	0,75	0,302	0,65	1,0
4	0,45	0,095	1,0	0,77	0,8	0,3
5	0,50	1,0	0,55	0,75	0,65	0,5
коєф-ти вагомості	0,17	0,21	0,125	0,19	0,14	0,165

№ 7. Одній з фірм потрібно вибрати оптимальну стратегію по технічному забезпеченню процесу управління виробництвом. За допомогою статистичних даних і інформації заводів-виготовлювачів були визначені локальні критерії функціонування необхідного обладнання. Вихідні дані представлені в таблиці:

Варіанти устаткування	Локальні критерії ефективності обладнання			
	Продуктивність	Вартість обладнання	Об'єм пам'яті	Надійність
1	100	5	5	8
2	150	6	8	5
3	120	4	6,5	6
4	200	7	6	4
коефіцієнти вагомості	0,25	0,2	0,32	0,23

№ 8. Див. умову варіанту 7.

Варіанти устаткування	Локальні критерії ефективності обладнання			
	Продуктивність	Вартість обладнання	Об'єм пам'яті	Надійність
1	300	11	4	7
2	250	9	6	3
3	220	14	5	9
4	150	10	7	1
коефіцієнти вагомості	0,5	0,25	0,13	0,12

№ 9. Див. умову варіанту 7.

Варіанти устаткування	Локальні критерії ефективності обладнання			
	Продуктивність	Вартість обладнання	Об'єм пам'яті	Надійність
1	200	9	6	7
2	250	3	7	9
3	150	8	5	6

4	100	4	8	10
коефіцієнти вагомості	0,25	0,25	0,3	0,2

№ 10. Див. умову варіанту 7.

Варіанти устаткування	Локальні критерії ефективності обладнання			
	Продуктивність	Вартість обладнання	Об'єм пам'яті	Надійність
1	250	5	6	6
2	100	6	8	8
3	170	4	5	5
4	220	7	7	7
Коефіцієнти вагомості	0,2	0,3	0,1	0,4

№ 11. Див. умову варіанту 7.

Варіанти устаткування	Локальні критерії ефективності обладнання			
	Продуктивність	Вартість обладнання	Об'єм пам'яті	Надійність
1	210	8	7	7
2	250	5	6	5
3	220	7	8	4
4	200	6	5	8
коефіцієнти вагомості	0,15	0,23	0,12	0,5

№ 12. Див. умову варіанту 7.

Варіанти устаткування	Локальні критерії ефективності обладнання			
	Продуктивність	Вартість обладнання	Об'єм пам'яті	Надійність
1	70	12	6	7
2	90	11	9	5
3	60	14	7	3
4	80	15	5	4

Коефіцієнти вагомості	0,35	0,25	0,3	0,1
-----------------------	------	------	-----	-----

**№ 13.** Для шести проектів транспортних пристроїв визначені відносні одиничні показники технічної досконалості конструкцій. Чисельні значення одиничних показників та коефіцієнти вагомості наведені в наступній таблиці:

Варіанти транспорт пристроїв	Відносні одиничні показники					
	швидкості	міцності	перевантаження	стабільності	металомності	потужності
1	1,0	0,798	0,92	1,0	1,0	0,77
2	1,0	1,0	0,65	0,92	0,94	0,92
3	1,0	0,93	0,924	1,0	0,98	0,95
4	0,87	0,96	0,91	0,915	0,99	0,85
5	0,85	0,97	1,0	0,90	0,7	0,82
6	0,88	0,78	0,75	0,967	0,8	1,0
коэф-ти вагомості	0,210	0,195	0,174	0,157	0,124	0,140

Проведіть ранжирування проектів транспортних пристроїв за комплексним критерієм.

**№ 14.** Див. умову варіанту 13.

Варіанти транспорт пристроїв	Відносні одиничні показники					
	швидкості	міцності	перевантаження	стабільності	металомності	потужності
1	0,7	0,78	0,28	1,0	0,45	0,75
2	0,9	1,0	0,53	0,28	0,39	0,92
3	1,0	0,59	1,0	0,72	1,0	0,67
4	0,7	0,65	0,9	0,95	0,49	0,55
5	0,5	0,75	0,30	0,45	0,7	0,99
6	0,8	0,80	0,58	0,65	1,0	0,78
коэф-ти вагомості	0,20	0,15	0,14	0,17	0,14	0,20

**№ 15.** Див. умову варіанту 13.

Варіанти транспорт пристроїв	Відносні одиничні показники					
	швидкості	міцності	перевантаження	стабільності	металомності	потужності
1	0,709	0,87	0,79	0,89	0,86	0,97
2	1,0	0,96	1,0	0,72	0,99	0,95
3	0,67	0,83	0,84	1,0	1,0	0,91
4	0,72	1,0	0,96	0,95	0,91	0,83
5	0,81	0,93	0,88	0,91	0,75	1,0
6	0,98	0,76	0,95	0,67	0,89	0,78
коэф-ти вагомості	0,1	0,19	0,21	0,17	0,15	0,18

**№ 16.** Див. умову варіанту 13.

Варіанти транспорт пристроїв	Відносні одиничні показники					
	швидкості	міцності	перевантаження	стабільності	металомності	потужності
1	0,93	0,86	0,92	0,87	0,77	1,0
2	0,82	0,95	0,85	1,0	0,94	0,92
3	0,96	1,0	0,79	0,79	0,83	0,85
4	0,89	0,96	1,0	0,85	0,91	0,95
5	1,0	0,97	0,81	0,93	0,98	0,92
6	0,78	0,75	0,95	0,96	1,0	0,82
коэф-ти вагомості	0,17	0,21	0,125	0,19	0,14	0,165

**№ 17.** Див. умову варіанту 13.

Варіанти транспорт пристроїв	Відносні одиничні показники					
	швидкості	міцності	перевантаження	стабільності	металомності	потужності
1	1,0	1,0	0,92	0,99	0,85	0,68
2	0,67	1,0	0,99	0,82	0,94	0,92
3	1,0	0,78	0,91	0,99	0,98	0,95

4	0,87	0,95	0,91	0,92	0,91	0,99
5	0,85	0,91	1,0	0,98	0,76	0,82
6	0,98	0,88	0,84	0,91	0,87	1,0
коєф-ти вагомості	0,1	0,2	0,2	0,15	0,15	0,2

**№ 18.** Див. умову варіанту 13.

Варіанти транспорт пристроїв	Відносні одиничні показники					
	швидкості	міцності	перевантаження	стабільності	металомності	потужності
1	0,98	0,98	0,92	1,0	1,0	0,77
2	0,96	0,69	0,65	0,92	0,94	0,92
3	0,79	1,0	1,0	0,69	0,98	0,95
4	0,87	0,96	0,94	0,87	0,99	0,85
5	0,85	0,97	1,0	0,90	0,76	0,82
6	0,88	0,78	0,95	0,79	1,0	0,98
коєф-ти вагомості	0,13	0,19	0,16	0,17	0,27	0,08

**№ 19.** Абсолютні показники якості двигунів різних варіантів наведені в таблиці:

Варіанти двигунів	Показники якості		
	потужність	момент, що крутить	маса
1	180	67	850
2	176	70	1000
3	176	68	860
4	181	67	820
5	177	68	860
6	180	66	800
7	175	69	900
8	176	67	850
9	180	68,2	880
10	179	68,5	870
коєфіцієнти	0,4	0,24	0,36

вагомості			
-----------	--	--	--

Знайти оптимальний варіант двигуна.

**№ 20.** Див. умову варіанту 19.

Варіанти двигунів	Показники якості		
	потужність	момент, що крутить	маса
1	130	69	950
2	136	71	890
3	132	68	1000
4	141	67	920
5	137	65	860
6	140	66	850
7	135	69	880
8	136	70	950
9	138	68	980
10	139	64	970
коефіцієнти вагомості	0,35	0,38	0,27

**№ 21.** Див. умову варіанту 19.

Варіанти двигунів	Показники якості		
	потужність	момент, що крутить	маса
1	187	73	920
2	192	68	990
3	180	65	830
4	193	71	965
5	190	70	870
6	187	69	830
7	186	68	920
8	188	65	890
9	190	63	875
10	191	71	900
коефіцієнти вагомості	0,25	0,4	0,35

**№ 22.** Див. умову варіанту 19.

Варіанти	Показники якості
----------	------------------

двигунів	потужність	момент, що крутить	маса
1	170	67	810
2	166	70	990
3	176	68	860
4	171	67	820
5	167	68	860
6	160	66	830
7	175	69	900
8	176	67	850
9	168	62	880
10	179	65	870
коеф.вагомості	0,25	0,15	0,60

№ 23. Див. умову варіанту 19.

Варіанти двигунів	Показники якості		
	потужність	момент, що крутить	маса
1	180	67	850
2	186	70	800
3	179	68	860
4	185	67	820
5	187	71	860
6	190	66	875
7	185	69	900
8	176	67	890
9	192	72	880
10	179	71	920
коефіцієнти вагомості	0,41	0,29	0,30

№ 24. Див. умову варіанту 19.

Варіанти двигунів	Показники якості		
	потужність	момент, що крутить	маса
1	150	67	850
2	165	70	900
3	159	68	930
4	161	70	820
5	167	63	870



6	160	66	830
7	155	69	990
8	156	71	850
9	162	65	880
10	159	72	890
коефіцієнти вагомості	0,32	0,33	0,35

**№ 25.** Показники ефективності роботи підприємств наведені в таблиці:

№ підприємств	Показники ефективності роботи підприємств				
	прибуток	собівартість одиниці продукції	доходи	фондо віддача	продуктивність
1	30	40	20	0,2	300
2	25	20	30	0,3	200
3	40	45	54	0,1	250
4	28	30	35	0,4	160
5	15	12	20	0,25	280
6	50	30	40	0,21	120
коеф-ти вагомості	0,32	0,23	0,15	0,20	0,10

Вибрати підприємство, що працює найбільш ефективно.

**№ 26.** Див. умову варіанту 25.

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств				
	прибуток	собівартість одиниці продукції	доходи	фондо віддача	продуктивність
1	34	25	40	0,29	400
2	23	30	51	0,37	350
3	45	28	38	0,26	600
4	64	59	45	0,32	540
5	17	12	29	0,19	270
6	42	42	30	0,17	310
коеф-ти вагомості	0,12	0,3	0,25	0,15	0,18

№ 27. Див. умову варіанту 25.

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств				
	прибуток	собівартість одиниці продукції	доходи	фондо віддача	продуктивність
1	40	25	15	0,6	255
2	35	10	40	0,8	200
3	30	45	60	0,3	150
4	20	30	25	0,9	190
5	10	22	20	0,28	260
6	55	35	30	0,11	160
коєф-ти вагомості	0,20	0,14	0,18	0,26	0,22

№ 28. Див. умову варіанту 25.

№ підприємств	Показники ефективності роботи підприємств				
	прибуток	собівартість одиниці продукції	доходи	фондо віддача	продуктивність
1	35	30	40	0,29	370
2	58	60	80	0,31	280
3	45	40	45	0,19	450
4	35	30	35	0,26	360
5	15	15	20	0,17	240
6	50	40	60	0,32	420
коєф-ти вагомості	0,19	0,13	0,16	0,31	0,21

№ 29. Див. умову варіанту 25.

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств				
	прибуток	собівартість одиниці продукції	доходи	фондо віддача	продуктивність
1	35	30	20	0,2	800
2	20	10	30	0,3	600
3	40	25	40	0,1	400
4	25	30	35	0,4	350

5	20	15	25	0,5	700
6	40	30	45	0,4	550
коєф-ти вагомості	0,22	0,17	0,21	0,13	0,27

№ 30. Див. умову варіанту 25.

№ підприємства	Показники ефективності роботи підприємств				
	прибуток	собівартість одиниці продукції	доходи	фондо віддача	продуктивність
1	30	40	20	0,1	190
2	20	20	30	0,2	270
3	40	40	50	0,3	300
4	20	30	30	0,2	450
5	10	15	20	0,4	195
6	50	30	40	0,1	600
коєф-ти вагомості	0,15	0,2	0,18	0,3	0,17

### 10 ЗАВДАННЯ № 10

Для наступної двокритеріальної задачі:

$$\begin{cases} F_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 \rightarrow \max \\ F_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 \rightarrow \max \\ AX \leq B, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Побудувати графічно множину Парето.
2. Знайти множину Парето, використовуючи лінійну згортку критеріїв ( $I_1 = 0,4; I_2 = 0,6$ ).
3. Знайти розв'язок задачі методом ідеальної точки.
4. Визначити множину Парето методом послідовних поступок, вважаючи, що критерії впорядковані за важливістю в послідовності

$\{F_1, F_2\}$  і  $\Delta = \frac{F_1^+ - F_1^-}{10}$ , де  $F_1^+$  і  $F_1^-$  - найбільше та найменше

значення критерія  $F_1$  на множині допустимих розв'язків  $X$ .

Необхідні значення матриць  $C$ ,  $A$  та вектора  $B$  взяти із таблиці.

Зразок розв'язання багатокритеріальної задачі графічним методом наведено в [9, с. 219-246].

№	C	A	B	№	C	A	B
<b>1</b>	3 1 -1 -1	-1 1 1 -1 0 1	2 1 3	<b>16</b>	2 1 -1 -2	1 1 1 0 -1 1	4 3 2
<b>2</b>	1 2 -2 -1	-1 1 2 -1 1 0	2 2 2	<b>17</b>	-1 3 -1 -2	1 -1 0 1 -1 1	2 2 1
<b>3</b>	-1 3 -3 -2	-1 1 1 -2 0 1	1 2 2	<b>18</b>	-2 3 -1 -2	2 -1 -1 1 1 0	4 1 3
<b>4</b>	2 -1 -1 -2	1 -1 -1 1 1 0	1 1 2	<b>19</b>	-3 4 -2 -1	-1 1 1 0 -1 2	1 4 4
<b>5</b>	2 1 -1 -1	-1 2 1 -1 0 1	2 2 3	<b>20</b>	2 1 -1 -3	1 -1 1 1 0 1	2 4 2
<b>6</b>	1 2 -2 -1	1 -1 2 -1 0 1	1 4 4	<b>21</b>	1 2 3 2	2 3 3 1 1 -1	18 15 4
<b>7</b>	1 2 3 1	1 -2 -1 1 1 0	2 1 3	<b>22</b>	-2 5 3 1	-4 1 1 2 2 1	4 12 18
<b>8</b>	-1 5 3 -7	5 3 2 5	15 10	<b>23</b>	3 2 -1 3	-3 2 1 2 2 -1	6 14 8
<b>9</b>	8 -3 15 3	3 5 5 3	15 15	<b>24</b>	2 -1 -1 1	-1 1 1 -2 1 2	3 2 12
<b>10</b>	-3 4 2 -10	6 -5 2 5	30 15	<b>25</b>	-2 1 3 1	-1 1 1 1	2 4
<b>11</b>	1 2 -1 -1	-1 1 1 0 1 -1	1 3 1	<b>26</b>	2 -3 1 3	1 -1 1 2 -1 2	5 8 4

<b>12</b>	-1 5 -2 3	-1 -1 3 2	-1 6	<b>27</b>	-3 2 4 1	1 0 1 -1 1 1	5 4 7
<b>13</b>	10 -2 -14 6	3 2 -1 -2	6 -2	<b>28</b>	-3 1 5 1	2 -2 0 1 1 1	7 4 7
<b>14</b>	5 -1 -7 3	-1 -2 1 2 1 0	-2 6 3	<b>29</b>	1 2 3 1	2 -1 -1 1 1 0	1 3 1
<b>15</b>	-2 10 6 -14	2 3 -2 -1	6 -2	<b>30</b>	2 -1 -1 -2	1 -1 -2 -1 0 1	2 -2 4

## ЛІТЕРАТУРА

1. Акулич И.П. Математическое программирование в примерах и задачах. Уч. пособие для студентов. – М.: Высш. школа, 1986.
2. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: Учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2003.
3. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. – М.: ФиС, 2001.
4. Вітлінський В.В. та ін. Математичне програмування: Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. – Київ, 2001.
5. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие / Под ред Н.Ш. Кремера. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1999.
6. Калихман И.Л., Войтенко М.А. Динамическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособ. – М.: Высш. школа, 1979.
7. Лежнев А.В. Динамическое программирование в экономических задачах. – М.: Бином, Лаборатория знаний, 2010.
8. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / под ред. проф. В.И. Ермакова – М.: ИНФРА-М, 2003.
9. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Исследование операций: учеб. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2006.
10. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.