

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Запорізький національний технічний університет

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**ТА ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ**

до контрольної роботи з дисципліни “Вища математика”  
для студентів економічних спеціальностей заочної форми навчання  
Частина 1

2015

Методичні вказівки та індивідуальні завдання до контрольної роботи з дисципліни “Вища математика” для студентів економічних спеціальностей заочної форми навчання. Частина 1. / Укл.: Нечипоренко Н.О., Щолокова М.О., Щербина О.А . - Запоріжжя: ЗНТУ, 2015. – 38 с.

Укладачі: Нечипоренко Н.О., доцент, к.ф.-м.н.  
Щолокова М.О., доцент, к.т.н.  
Щербина О.А., асистент

Рецензент: Мастиновський Ю.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Корольков В.В., доцент, к.т.н.

Відповідальний  
за випуск: Щербина О.А., асистент

Затверджено  
на засіданні кафедри  
прикладної математики

Протокол № 9  
від "16" 06 2015р.

**ЗМІСТ**

<b>РОЗВ'ЯЗОК ТИПОВОГО ВАРІАНТУ</b> .....	с. 4
<b>ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ</b> .....	19
<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	36
<b>Додаток А (Контрольні запитання)</b> .....	37

## РОЗВ'ЯЗОК ТИПОВОГО ВАРІАНТУ

### ЗАВДАННЯ 1.

Трикутник ABC задано координатами точок A(6,6,5), B(4,9,5), C(4,6,11). Знайти кут при вершині A.

#### *Розв'язок*

Кут між двома векторами  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  та  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  знаходиться за формулою

$$\cos j = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|},$$

де  $(\vec{a}, \vec{b})$  – скалярний добуток векторів,

$|\vec{a}|, |\vec{b}|$  – довжина векторів  $\vec{a}, \vec{b}$ .

Вони обчислюються за формулами:

$$(\vec{a}, \vec{b}) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3;$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2};$$

В нашому прикладі:

$$\vec{a} = \vec{AB} = (4 - 6, 9 - 6, 5 - 5) = (-2, 3, 0),$$

$$\vec{b} = \vec{AC} = (4 - 6, 6 - 6, 11 - 5) = (-2, 0, 6).$$

$$\cos \angle A = \frac{(-2) \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + 0 \cdot 6}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 6^2}} = \frac{4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{40}} = \frac{2}{\sqrt{130}}.$$

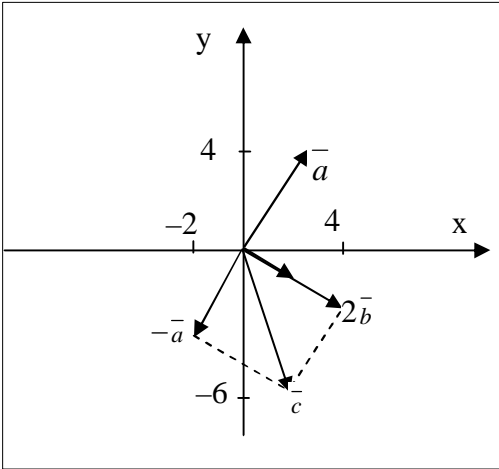
$$\angle A = \arccos \frac{2}{\sqrt{130}}.$$

## ЗАВДАННЯ 2.

По заданим векторам  $\vec{a} = (2,4)$ ,  $\vec{b} = (2,-1)$  побудувати вектор  $\vec{c} = -\vec{a} + 2 \cdot \vec{b}$ .

**Розв'язок**

Розглянемо прямокутну декартову систему координат на площині. Побудуємо на ній вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .



Вектори  $(-\vec{a})$  та  $2 \cdot \vec{b}$  мають координати:

$$-\vec{a} = (-2, -4), \quad 2 \cdot \vec{b} = (4, -2).$$

Тоді сума  $\vec{c}$  цих векторів зображується як діагональ паралелограма, побудованого на векторах  $(-\vec{a})$  та  $2 \cdot \vec{b}$ , і має координати

$$\vec{c} = (-2 + 4, -4 - 2) = (2, -6).$$

**ЗАВДАННЯ 3.**

Знайти вектор  $\vec{a}$ , колінеарний вектору  $\vec{b} = (-1, 3, 5)$ , якщо відомо, що  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ .

**Розв'язок**

З умови колінеарності векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  виявляється, що  $\vec{a} = l \cdot \vec{b}$ , тобто вектор  $\vec{a}$  має координати  $\vec{a} = (-l, 3 \cdot l, 5 \cdot l)$ .

Обчислимо скалярний добуток

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-l) \cdot (-1) + 3 \cdot l \cdot 3 + 5 \cdot l \cdot 5 = 35 \cdot l.$$

Тоді маємо

$$35 \cdot l = 5, \quad l = \frac{1}{7}.$$

Остаточно,  $\vec{a} = \left(-\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}\right)$ .

**ЗАВДАННЯ 4.**

Задано вершини трикутника ABC: A(3, 6), B(2, 3), C(-3, 1). Знайти:

- рівняння сторони AB;
- рівняння висоти CH;
- рівняння медіани AM;
- рівняння прямої, що проходить через точку C паралельно AB;
- відстань від точки C до прямої AB.

**Розв'язок:**

а) рівняння прямої, що проходить через дві задані точки має вигляд:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$$

Тоді рівняння сторони AB:

$$\frac{x - 3}{2 - 3} = \frac{y - 6}{3 - 6}; \quad \Rightarrow \quad \frac{x - 3}{-1} = \frac{y - 6}{-3}; \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot (x - 3) = y - 6; \quad \Rightarrow$$

$y = 3 \cdot x - 3$  - рівняння AB, з кутовим коефіцієнтом  $k = 3$ ;

б) висота СН перпендикулярна до сторони АВ. Тоді з умови перпендикулярності:

$$k_{AB} \cdot k_{CH} = -1.$$

Знаходимо  $k_{CH} = -\frac{1}{k_{AB}} = -\frac{1}{3}$ .

Застосуємо рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом:

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

та отримаємо

$$y - 1 = -\frac{1}{3} \cdot (x + 3),$$

тобто СН:  $y = -\frac{1}{3} \cdot x$ ;

в) координати середини сторони знаходяться за формулою:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Знайдемо координати точки М, яка є серединою ВС. Маємо:

$$x_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}; \quad y_M = \frac{3+1}{2} = 2.$$

Рівняння медіани АМ знаходимо як рівняння прямої, що проходить через дві задані точки (А і М):

$$\frac{x-3}{-\frac{1}{2}-3} = \frac{y-6}{2-6}; \quad \Rightarrow \quad -4 \cdot x + 12 = -\frac{7}{2} \cdot y + 21;$$

$$\text{АМ: } -8 \cdot x + 7 \cdot y - 18 = 0;$$

г) оскільки пряма, що проходить через вершину С, паралельна АВ, то їх кутові коефіцієнти однакові:  $k = k_{AB} = 3$ .

З рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, маємо

$$y - 1 = 3(x + 3),$$

$$y = 3 \cdot x + 10.$$

д) Відстань  $d$  від точки  $C$  до прямої  $AB$  знайдемо за формулою:

$$d = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}};$$

$$d = \frac{|3 \cdot x_C - y_C - 3|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 \cdot (-3) - 1 - 3|}{\sqrt{10}} = \frac{13}{\sqrt{10}}.$$

### ЗАВДАННЯ 5.

Задана система лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Розв'язати її: а) за формулами Крамера;  
б) за допомогою оберненої матриці;  
в) методом Гауса.

**Розв'язок:**

а) за формулами Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 52; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 7 & -3 & 4 \\ -10 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -104;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 3 & -10 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 52; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 3 & 5 & -10 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 156.$$



$$\text{Знаходимо } x_1 = \frac{-104}{52} = -2; \quad x_2 = \frac{52}{52} = 1; \quad x_3 = \frac{156}{52} = 3;$$

**б)** для розв'язку системи за допомогою оберненої матриці запишемо систему рівнянь в матричній формі  $AX = B$ . Розв'язок системи в матричній формі має вигляд:  $X = A^{-1}B$ .

$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \{A_{ij}\}$ , де  $A_{ij}$  - алгебраїчні доповнення до елементів  $a_{ij}$  матриці  $A$  та транспоновані. ( $\Delta = 52$ )

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 17; \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -9; \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 19; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -7; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -10$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = -11; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 15; \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 14$$

$$A^{-1} = \frac{1}{52} \begin{pmatrix} 17 & 19 & -11 \\ -9 & -7 & 15 \\ 2 & -10 & 14 \end{pmatrix}$$

Розв'язок системи

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{52} \begin{pmatrix} 17 & 19 & -11 \\ -9 & -7 & 15 \\ 2 & -10 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{52} \begin{pmatrix} -104 \\ 52 \\ 156 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Тобто  $x_1 = -2; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 3;$

в) розв'яжемо систему методом Гауса. Для цього систему запишемо у вигляді розширеної матриці де кожен рядок представляє собою рівняння:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & -3 & -10 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{array} \right).$$

Виключимо  $x_1$  з другого та третього рядків. Для цього перше рівняння помножимо на (-3) та додамо до другого. Потім перше рівняння помножимо на (-2) та додамо до третього. Отримаємо:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 14 & -15 & -31 \\ 0 & 10 & -7 & -11 \end{array} \right).$$

Віднімемо третій рядок від другого та отриманий рядок поділимо на 4.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 4 & -8 & -20 \\ 0 & 10 & -7 & -11 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 10 & -7 & -11 \end{array} \right).$$

Додамо до третього рівняння друге помножене на (-10). Отримаємо:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & 13 & 39 \end{array} \right).$$

Система прийме вигляд:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7; \\ x_2 - 2x_3 = -5; \\ 13x_3 = 39. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 + 3x_2 - 4x_3 = -2; \\ x_2 = -5 + 2x_3 = 1; \\ x_3 = 3. \end{cases} \Rightarrow$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 3.$$

### ЗАВДАННЯ 6.

Знайти вказані границі:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x^2 - 16};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$$

**Розв'язок:**

а) оскільки чисельник та знаменник дробу перетворюються в нуль при  $x = 1$ , то для розкриття невизначеності  $\frac{0}{0}$  розкладемо чисельник та знаменник на множники та поділимо їх на  $(x-1)$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5} = \left( \frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{2(x-1)\left(x - \frac{5}{2}\right)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2\left(x - \frac{5}{2}\right)} = \frac{0}{-3} = 0;$$

б) щоб розкрити невизначеність виду  $\frac{\infty}{\infty}$ , треба чисельник та знаменник дробу поділити почлено на найвищу степінь змінної.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4} = \left( \frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left( 3 + \frac{2}{x} + \frac{9}{x^2} \right)}{x^2 \left( 2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right)} = \frac{3}{2}, \quad \text{оскільки } \frac{\text{const}}{\infty} \rightarrow 0;$$

в) якщо чисельник або знаменник є ірраціональні функції, то для розкриття невизначеності необхідно виконати перетворення з ірраціональністю (наприклад, помножити на спряжений вираз).

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x^2-16} &= \left( \frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2x+1}-3)(\sqrt{2x+1}+3)}{(x^2-16)(\sqrt{2x+1}+3)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2x+1-9)}{(x-4)(x+4)(\sqrt{2x+1}+3)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2(x-4)}{(x-4)(x+4)(\sqrt{2x+1}+3)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2}{(x+4)(\sqrt{2x+1}+3)} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}; \end{aligned}$$

г) невизначеність виду  $1^\infty$  розкривається за допомогою другої стандартної границі

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x = e.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{x-5} &= (1^\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{x}{x-3} - 1 \right)^{x-5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{x-x+3}{x-3} \right)^{x-5} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{3}{x-3} \right)^{\frac{x-3}{3}} \right]^{\frac{3(x-5)}{x-3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{3(x-5)}{x-3}} = e^3. \end{aligned}$$

### ЗАВДАННЯ 7.

Знайти похідні функцій:

а)  $y = \frac{e^{\cos 2x}}{(x+1)^3};$

б)  $\cos y = 2xy^2 - 7x$ .

**Розв'язок:**

а) при диференціюванні функцій треба використовувати таблицю похідних та основні правила диференціювання.

**Таблиця похідних:**

$$1. (u^a)' = a \cdot u^{a-1} \cdot u'; \quad \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2}; \quad (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}};$$

$$2. (a^u)' = a^u \ln a \cdot u'; \quad (e^u)' = e^u u';$$

$$3. (\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} u'; \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u};$$

$$4. (\sin u)' = \cos u \cdot u';$$

$$5. (\cos u)' = -\sin u \cdot u';$$

$$6. (\operatorname{tgu})' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u';$$

$$7. (\operatorname{ctgu})' = -\frac{1}{\sin^2 u} u';$$

$$8. (\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u';$$

$$9. (\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u';$$

$$10. (\operatorname{arctgu})' = \frac{1}{1+u^2} u';$$

$$11. (\operatorname{arcctgu})' = -\frac{1}{1+u^2} u'.$$

**Основні правила диференціювання:**

$$1. c' = 0, \text{ де } c = \text{const};$$

$$2. (u(x)+n(x))' = u'(x)+n'(x);$$

$$3. (u(x) \cdot n(x))' = u'(x) \cdot n(x) + u(x) \cdot n'(x);$$

$$4. \left( \frac{u(x)}{n(x)} \right)' = \frac{u'(x) \cdot n(x) - u(x) \cdot n'(x)}{n^2(x)};$$

5. Нехай функції  $y=f(u)$  и  $u=u(x)$  диференційовані у відповідних точках, тоді похідна складної функції  $y=f(u(x))$  дорівнює:

$$y'_x = f'_u \cdot u'_x.$$

Обчислимо тепер:

$$\begin{aligned} \text{а) } \left( \frac{e^{\cos 2x}}{(x+1)^3} \right)' &= \frac{(e^{\cos 2x})' \cdot (x+1)^3 - e^{\cos 2x} \cdot ((x+1)^3)'}{(x+1)^6} = \\ &= \frac{e^{\cos 2x} \cdot (\cos 2x)' \cdot (x+1)^3 - e^{\cos 2x} \cdot 3(x+1)^2 \cdot (x+1)'}{(x+1)^6} = \\ &= \frac{e^{\cos 2x} (-\sin 2x \cdot 2)(x+1)^3 - e^{\cos 2x} \cdot 3(x+1)^2 \cdot 1}{(x+1)^6} = \\ &= \frac{-e^{\cos 2x} (2 \sin 2x(x+1) - 3)}{(x+1)^4}; \end{aligned}$$

б) якщо функціональна залежність між  $y$  та  $x$  задана неявно, тобто рівністю  $F(x, y) = 0$ , тоді для знаходження похідної по  $x$  функції  $y$  треба диференціювати тотожність  $F(x, y(x)) \equiv 0$  враховуючи, що  $y$  залежить від  $x$ , а потім розв'язати рівняння, яке одержали, відносно  $y'$ .

У нашому прикладі  $y$  задано рівністю

$$\cos y - 2xy^2 + 7x = 0.$$

Диференціюючи задане рівняння по  $x$ , отримаємо:

$$\begin{aligned} -\sin y \cdot y' - 2y^2 - 2x \cdot 2y \cdot y' + 7 &= 0; \\ -y'(\sin y + 4xy) &= 2y^2 - 7; \\ y' &= \frac{7 - 2y^2}{\sin y + 4xy}. \end{aligned}$$

### ЗАВДАННЯ 8.

Обчислити за правилом Лопітала:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{\ln(x^2 - 3)};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}.$$

#### *Розв'язок:*

Правило Лопітала застосується для невизначеностей виду  $\frac{0}{0}$  та

$\frac{\infty}{\infty}$ . Згідно цього правила границя відношення двох функцій дорівнює границі відношення їх похідних, якщо вона існує. Тому

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{\ln(x^2 - 3)} &= \left( \frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 7x + 10)'}{(\ln(x^2 - 3))'} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 7}{\frac{2x}{x^2 - 3}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x - 7)(x^2 - 3)}{2x} = \frac{-3 \cdot 1}{4} = -\frac{3}{4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}} &= (0 \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{\frac{1}{x^2}} = \left( \frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left( e^{\frac{1}{x^2}} \right)'}{\left( \frac{1}{x^2} \right)'} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} \left( -\frac{2}{x^3} \right)}{\left( -\frac{2}{x^3} \right)} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x^2}} = \infty.
 \end{aligned}$$

### ЗАВДАННЯ 9.

Дослідити функцію та побудувати її графік:  $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ .

#### *Розв'язок*

Для дослідження функції та побудови її графіка доцільно дотримуватися такої схеми:

1. Знаходимо область визначення функції.
2. Досліджуємо функцію на парність чи непарність, періодичність.
3. Знаходимо асимптоти графіка функції.
4. Знаходимо критичні точки першого роду, інтервали зростання та спадання функції, точки екстремумів.
5. Знаходимо критичні точки другого роду, інтервали опуклості, точки перегину функції.
6. Будуємо графік функції за результатами отриманого дослідження.

Розв'язування проведемо згідно вказаної схеми:

1. Задана функція має розрив в точці  $x=1$ , тому  $x \in (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ .



2. Задана функція не буде парною, оскільки  $f(-x) \neq f(x)$  и не буде непарною, оскільки  $f(-x) \neq -f(x)$ .

3. Знайдемо асимптоти графіка функції.

Обчислимо:

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{2x-1}{(x-1)^2} = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{2x-1}{(x-1)^2} = \infty.$$

Отже, пряма  $x = 1$  є вертикальна асимптота.

Перевіримо, чи має функція похилі асимптоти:

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \left( 2 - \frac{1}{x} \right)}{x^3 \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^2} = 0.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - k \cdot x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 0.$$

Тому пряма  $y = k \cdot x + b = 0 \cdot x + 0$ , тобто  $y = 0$  буде горизонтальною асимптотою.

4. Похідна функції буде:

$$y' = \frac{2(x-1)^2 - 2(x-1)(2x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2x-2-4x+2}{(x-1)^3} = -\frac{2x}{(x-1)^3}.$$

Похідна не існує у точці  $x=1$  і дорівнює нулю при  $x=0$ .

Складаємо таблицю:

<b>x</b>	<b>(-∞, 0)</b>	<b>0</b>	<b>(0, 1)</b>	<b>1</b>	<b>(1, ∞)</b>
$f'(x)$	—	0	+	не існує	—
$f(x)$	↘	min	↗	не існує	↘

$$y_{\min} = y(0) = -1.$$

5. Друга похідна має вигляд:

$$y'' = -\frac{2(x-1)^3 - 2x \cdot 3(x-1)^2}{(x-1)^6} = -\frac{2x-2-6x}{(x-1)^4} = \frac{4x+2}{(x-1)^4}.$$

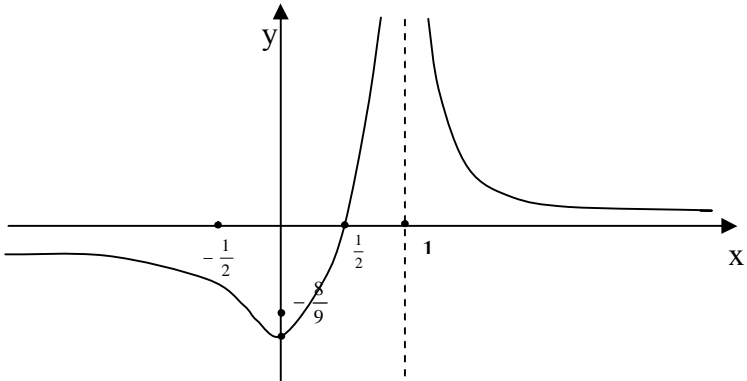
$$y'' = 0 \quad \text{при} \quad x = -\frac{1}{2}, \quad y'' \text{ не існує при } x=1.$$

Складаємо таблицю:

<b>x</b>	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$-\frac{1}{2}$	$\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$	1	$(1, \infty)$
$f'(x)$	—	0	+	не існує	+
$f(x)$	$\cap$	точка перетину	$\cup$	не існує	$\cup$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ - точка перетину,} \quad y_{\text{пер}} = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{8}{9}$$

6. За одержаними результатами будуюмо графік заданої функції.



## ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### ЗАВДАННЯ 1.

Трикутник ABC задано координатами своїх вершин. Знайти внутрішній кут при вершині А.

№	А	В	С
1.	(1,3,6)	(2,2,1)	(-1,0,1)
2.	(-4,2,6)	(2,-3,0)	(-10,5,8)
3.	(7,2,4)	(7,-1,-2)	(3,3,1)
4.	(2,1,4)	(-1,5,-2)	(-7,-3,2)
5.	(-1,-5,2)	(-6,0,-3)	(3,6,-3)
6.	(0,-1,-1)	(-2,3,5)	(1,-5,-9)
7.	(5,2,0)	(2,5,0)	(1,2,4)
8.	(2,-1,-2)	(1,2,1)	(5,0,-6)
9.	(-2,0,-4)	(-1,7,1)	(4,-8,-4)
10.	(14,4,5)	(-5,-3,2)	(-2,-6,-3)
11.	(1,2,0)	(3,0,-3)	(5,2,6)
12.	(2,-1,2)	(1,2,-1)	(3,2,1)
13.	(1,1,2)	(-1,1,3)	(2,-2,4)
14.	(2,3,1)	(4,1,-2)	(6,3,7)
15.	(1,1,-1)	(2,3,1)	(3,2,1)
16.	(1,5,-7)	(-3,6,3)	(-2,7,3)
17.	(-3,4,-7)	(1,5,-4)	(-5,-2,0)
18.	(-1,2,-3)	(4,-1,0)	(2,1,-2)
19.	(4,-1,3)	(-1,2,0)	(0,-5,1)
20.	(1,-1,1)	(-2,0,3)	(2,1,-1)
21.	(1,2,0)	(1,-1,2)	(0,1,-1)
22.	(1,0,2)	(1,2,-1)	(2,-2,1)
23.	(1,2,-3)	(1,0,1)	(-2,-1,6)
24.	(3,10,-1)	(-2,3,-5)	(-6,0,-3)
25.	(-1,2,4)	(-1,-2,-4)	(3,0,-1)
26.	(0,-3,1)	(-4,1,2)	(2,-1,5)
27.	(1,3,0)	(4,-1,2)	(3,0,1)
28.	(-2,-1,-1)	(0,3,2)	(1,3,-4)
29.	(-3,-5,6)	(2,1,-4)	(0,-3,-1)
30.	(2,-4,-3)	(5,-6,0)	(-1,3,-3)

## ЗАВДАННЯ 2.

По даним векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  побудувати вектор  $\vec{c} = a\vec{a} + b\vec{b}$ .

№	$a$	$b$	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1.	1	-2	(1,3)	(-2,1)
2.	-1	0.5	(-2,2)	(4,6)
3.	2	-1	(4,0)	(-3,3)
4.	-3	1	(2,3)	(4,8)
5.	0.5	2	(6,2)	(0,5)
6.	-2	4	(1,-1)	(2,1)
7.	3	1	(2,3)	(1,2)
8.	4	-2	(2,0)	(1,4)
9.	-5	0.5	(2,-1)	(4,10)
10.	-4	2	(3,1)	(1,2)
11.	2	1.5	(0,3)	(3,6)
12.	-1.5	-2	(3,6)	(1,4)
13.	3	-2	(2,-5)	(4,1)
14.	-1	5	(1,6)	(3,2)
15.	4	3	(-1,4)	(2,0)
16.	-1	2	(-1,-3)	(2,-1)
17.	1	-0.5	(2,-2)	(-4,-6)
18.	-2	1	(-4,0)	(3,-3)
19.	3	-1	(-2,-3)	(-4,-8)
20.	-0.5	-2	(-6,-2)	(0,-5)
21.	2	-4	(-1,1)	(-2,-1)
22.	-3	-1	(-2,3)	(-1,-2)
23.	-4	2	(-2,0)	(-1,-4)
24.	5	-0.5	(-2,1)	(-4,-10)
25.	4	-2	(-3,-1)	(-1,-2)
26.	-2	-1.5	(0,-3)	(-3,-6)
27.	1.5	2	(-3,-6)	(-1,4)
28.	-3	2	(-2,5)	(-4,-1)
29.	1	-5	(-1,-6)	(-3,-2)
30.	-4	-3	(1,-4)	(-2,0)

## ЗАВДАННЯ 3.

Знайти вектор  $\vec{a}$ , колінеарний вектору  $\vec{b}$ , якщо відомо, що  $\vec{a}\vec{b} = c$ .

№	$\vec{b}$	c
1.	(2, 1, -1)	3
2.	(3, 4, 0)	10
3.	(-5, -3, 1)	4
4.	(2, -1, 4)	5
5.	(-3, 0, -2)	7
6.	(2, -1, 3)	6
7.	(-7, -2, -4)	-8
8.	(3, 1, 2)	-1
9.	(-4, 0, 3)	-3
10.	(-5, 4, 3)	4
11.	(-4, 3, 5)	2
12.	(-5, -4, 4)	10
13.	(2, 3, 4)	-4
14.	(7, 2, -1)	16
15.	(6, -2, 1)	8

№	$\vec{b}$	c
16.	(-2, -1, 1)	3
17.	(-3, -4, 0)	10
18.	(5, 3, -1)	4
19.	(-2, 1, -4)	5
20.	(3, 0, 2)	7
21.	(-2, 1, -3)	6
22.	(7, 2, 4)	-8
23.	(-3, -1, -2)	-1
24.	(4, 0, -3)	-3
25.	(5, -4, -3)	4
26.	(4, -3, -5)	2
27.	(5, 4, -4)	10
28.	(-2, -3, -4)	-4
29.	(-7, -2, 1)	16
30.	(-6, 2, -1)	8

## ЗАВДАННЯ 4.

Задано вершини трикутника ABC:  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ . Знайти:

- рівняння сторони АВ;
- рівняння висоти СН;
- рівняння медіани АМ;
- рівняння прямої, що проходить через вершину С паралельно стороні АВ;
- відстань від точки С до прямої АВ.

№	A	B	C
1.	(-2, 4)	(3, 1)	(10, 7)

№	A	B	C
2.	(-3, -2)	(14, 4)	(6, 8)

№	A	B	C
3.	(1, 7)	(-3, -1)	(11, -3)
4.	(1, 0)	(-1, 4)	(9, 5)
5.	(1, -2)	(7, 1)	(3, 7)
6.	(-2, -3)	(1, 6)	(6, 1)
7.	(-4, 2)	(-6, 6)	(6, 2)
8.	(4, -3)	(7, 3)	(1, 10)
9.	(4, -4)	(8, 2)	(3, 8)
10.	(-3, -3)	(5, -7)	(7, 7)
11.	(1, -6)	(3, 4)	(-3, 3)
12.	(-4, 2)	(8, -6)	(2, 6)
13.	(-5, 2)	(0, -4)	(5, 7)
14.	(4, -4)	(6, 2)	(-1, 8)
15.	(-3, 8)	(-6, 2)	(0, -5)
16.	(6, -9)	(10, -1)	(-4, 1)

№	A	B	C
17.	(4, 1)	(-3, -1)	(7, -3)
18.	(-4, 2)	(6, -4)	(4, 10)
19.	(3, -1)	(11, 3)	(-6, 2)
20.	(-7, -2)	(-7, 4)	(5, -5)
21.	(-1, -4)	(9, 6)	(-5, 4)
22.	(10, -2)	(4, -5)	(-3, 1)
23.	(-3, -1)	(-4, -5)	(8, 1)
24.	(-2, -6)	(-3, 5)	(4, 0)
25.	(-7, -2)	(3, -8)	(-4, 6)
26.	(0, 2)	(-7, -4)	(3, 2)
27.	(7, 0)	(1, 4)	(-8, -4)
28.	(1, -3)	(0, 7)	(-2, 4)
29.	(-5, 1)	(8, -2)	(1, 4)
30.	(2, 5)	(-3, 1)	(0, 4)

### ЗАВДАННЯ 5.

Задана система лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь.  
Розв'язати її:

- за формулами Крамера;
- за допомогою оберненої матриці;
- методом Гауса.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 9x_3 = 1750, \\ 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2200, \\ 8x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 2800. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1100, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 180, \\ 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2600. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 630, \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 780, \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 440. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 390, \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 420, \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 = 350. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 820, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 = 820, \\ 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 460. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 480, \\ 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 720, \\ 8x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 540. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 350, \\ 3x_1 + 10x_2 + 7x_3 = 490, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 180. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 460, \\ 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 420, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 470. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 6x_1 + x_2 + 8x_3 = 530, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 490, \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 = 430. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 340, \\ 6x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 340, \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 240. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + x_3 = 270, \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 280, \\ 7x_1 + 5x_2 + x_3 = 210. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 280, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 250, \\ 3x_1 + 4x_2 + 10x_3 = 1020. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 880, \\ 9x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 1150, \\ 10x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 1070. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 450, \\ 10x_1 + 6x_2 + x_3 = 720, \\ x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 450. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 630, \\ 5x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 1410, \\ 6x_1 + x_2 + x_3 = 440. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 390, \\ 6x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 810, \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 = 350. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 820, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 = 820, \\ 14x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 1280. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 180, \\ 4x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 670, \\ 5x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 350. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 10x_3 = 430, \\ 7x_1 + 5x_2 + 13x_3 = 920, \\ 8x_1 + 2x_2 + 18x_3 = 960. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 280, \\ 3x_1 + 11x_2 + 3x_3 = 530, \\ 4x_1 + 10x_2 + 12x_3 = 1300. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 880, \\ 10x_1 + 15x_2 + 9x_3 = 2030, \\ 11x_1 + 14x_2 + 8x_3 = 1950. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 2x_1 + 9x_2 + x_3 = 680, \\ 4x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 810, \\ 8x_1 + 5x_2 + x_3 = 1080. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 800, \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 460, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 = 700. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 670, \\ 10x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 660, \\ 15x_1 + x_2 + x_3 = 730. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 170, \\ 9x_1 + x_2 + 3x_3 = 125, \\ 10x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 155. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 180, \\ 8x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 150, \\ 10x_1 + x_2 + x_3 = 80. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 170, \\ 10x_1 + 8x_2 + 7x_3 = 295, \\ 19x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 280. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 800, \\ 9x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 1260, \\ 15x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 1160. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 115, \\ 7x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 145, \\ 14x_1 + 2x_2 + x_3 = 100. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 155, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 85, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 80. \end{cases}$$



## ЗАВДАННЯ 6.

Знайти зазначені границі:

1. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4+x}{x+8} \right)^{-3x}$ .

2. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}$ .

3. а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3 - 27}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1+2x} \right)^{4x}$ .

4. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}$ .

5. а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{4+x}}{3x^2 - 4x + 1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$ .

6. a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 + x - x^2}{x^3 - 27}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x + 1}}$ ;

7. a)  $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x + 3} - \sqrt{5 + 3x}}$ ;

8. a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$ ;

9. a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 1}{-x^2 + x + 2}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1 + 2x} - \sqrt{6 + x}}{2x^2 - 7x - 15}$ ;

10. a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{17 + 3x} - \sqrt{12 + 2x}}{x^2 + 8x + 15}$ ;

11. a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 3}{x} \right)^{-5x}$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 2}{x + 1} \right)^{1 + 2x}$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 3}{x - 1} \right)^{x - 4}$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x - 3} \right)^{3x}$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 10}{7x^3 + 2x + 1}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 7}{x} \right)^{1 + 2x}$ .

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x + 11}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 1}{x + 4} \right)^{2 + 3x}$ .

$$12. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}};$$

$$13. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}};$$

$$14. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$$

$$15. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{8-x} - 3};$$

$$16. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$$

$$17. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 3x + 4}{-2x^2 - 5x + 8};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4+x}{x+8} \right)^{-3x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$18. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6+x-x^2}{x^3-27};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$$

$$19. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$$

$$20. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{4+x}}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$21. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12+x-x^2}{x^3-27};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}};$$

$$22. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}};$$

$$23. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{-5x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}.$$

$$24. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 1}{-x^2 + x + 2};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{6+x}}{2x^2 - 7x - 15};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$$

$$25. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{17+3x} - \sqrt{12+2x}}{x^2 + 8x + 15};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 10}{7x^3 + 2x + 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-7}{x} \right)^{1+2x}.$$

$$26. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x + 11};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+4} \right)^{2+3x}.$$

$$27. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}.$$

$$28. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + 3x + 4}{-2x^2 - 5x + 8};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$29. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$$

$$30. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{8-x} - 3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$$

### ЗАВДАННЯ 7.

Знайти похідну функції  $y$  :

$$1. \text{ a) } y = \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x};$$

$$\text{б) } y^2 = x + \ln \frac{y}{x}.$$

$$2. \text{ a) } y = \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}};$$

$$\text{б) } 5y = x + x^2 y^2.$$

$$3. \text{ a) } y = x^4 \sin \frac{p}{x};$$

$$\text{б) } y^2 = \frac{x-y}{x+y}.$$

$$4. \text{ a) } y = \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1};$$

$$\text{б) } \sin y = xy^2 + 5.$$

$$5. \text{ a) } y = \frac{3^{\ln x} - x}{x-1};$$

$$\text{б) } y + 2xy = 2xy^3.$$

$$6. \text{ a) } y = x^2 \cdot e^{-x};$$

$$\text{б) } y = e^y + e^{4x}.$$

$$7. \text{ a) } y = \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x};$$

$$\text{б) } y^2 - x = \cos y.$$

$$8. \text{ a) } y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6};$$

$$\text{б) } \sin y + 3x = 5y.$$

$$9. \text{ a) } y = \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}};$$

$$\text{б) } \operatorname{tgy} = 3x + 5y.$$

$$10. \text{ a) } y = \frac{(x-7)^4 \cdot (x+2)}{\sqrt[3]{(x-1)^4}};$$

$$\text{б) } xy = \operatorname{ctgy}.$$

11. a)  $y = \frac{1 - 4 \sin^2(x/6)}{1 - x^2}$ ;      б)  $y = e^y + 4x$ .
12. a)  $y = \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x}$ ;      б)  $\ln y = 4x - 7y$ .
13. a)  $y = \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}$ ;      б)  $4 \sin^2(x+y) = x$ .
14. a)  $y = \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$ ;      б)  $\sin y = 7x + 3y$ .
15. a)  $y = \frac{(6x^2 + 4)^3}{\sqrt{5x^3 - 6x}}$ ;      б)  $3y = 7 + xy^3$ .
16. a)  $y = \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}$ ;      б)  $y - \frac{3y}{x} = x$ .
17. a)  $y = \frac{e^x}{x^5}$ ;      б)  $x^3 y + x^2 y + x + 1 = 0$ .
18. a)  $y = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}$ ;      б)  $y^2 + x^2 y = xy$ .
19. a)  $y = \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$ ;      б)  $x^2 \sin y = x \cos y^2$ .
20. a)  $y = \frac{\ln(\cos x)}{x}$ ;      б)  $x \cdot \ln \frac{x}{y} = y$ .
21. a)  $y = \left(2^{\frac{1}{x}} - 1\right) \cdot x$ ;      б)  $y - \frac{y}{x} = e^{\frac{y}{x}}$ .
22. a)  $y = \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}$ ;      б)  $xy = 3y - x^4 y^2$ .
23. a)  $y = \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$ ;      б)  $y = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$ .
24. a)  $y = \frac{\operatorname{tg} x - x}{x + 2 \sin x}$ ;      б)  $x - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
25. a)  $y = \frac{e^{2x} - 1}{\ln(2x + 1)}$ ;      б)  $\operatorname{arctg} y - y + x^2 = 0$ .

$$26. \text{ a) } y = \frac{\sqrt[3]{2x+1}+1}{\sqrt[5]{x+2}+x};$$

$$\text{б) } y = xe^y - 2x.$$

$$27. \text{ a) } y = \frac{\ln x}{\operatorname{ctgx}};$$

$$\text{б) } x \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \cdot \ln \frac{y}{x}.$$

$$28. \text{ a) } y = \frac{x \cos x - \sin x}{x^3};$$

$$\text{б) } x^2 y + \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 0.$$

$$29. \text{ a) } y = x \cdot \sin \frac{p}{6x};$$

$$\text{б) } y = 2^{x-y}.$$

$$30. \text{ a) } y = \frac{1 - \cos 2x}{1 - \sin 3x};$$

$$\text{б) } xy^3 + 2y - 1 = 0.$$

### ЗАВДАННЯ 8.

Знайти границі за правилом Лопіталя.

$$1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

$$2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - x}{x - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin\left(\frac{a}{x}\right).$$

$$3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}.$$

$$4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2(p x/6)}{1 - x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x).$$

$$5. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{p}{2}} \left( x - \frac{p}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} x;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}.$$

$$6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow p/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}.$$

$$7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}.$$



8. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x+1}}{\sqrt{2+x+x}}$ .
9. a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ .
10. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x)$ .
11. a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}$ .
12. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$ .
13. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}$ .
14. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{b}{x}$ .
15. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x - \frac{x^2}{2} - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} 4x$ .
16. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - 1}{\operatorname{tg} x - x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p/x}{\operatorname{ctg}(5x/2)}$ .
17. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(e^{x^2} - 1)}{\cos x - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{6x}$ .
18. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos 6x)}$ .
19. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$ .
20. a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-10x}$ .

$$21. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + xe^x)}{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x-1)^4 e^{-2x}.$$

$$22. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left( \frac{x}{3x-1} - \frac{1}{\ln 3x} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}.$$

$$23. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{x^2} - 1)}{2 \cos x - 2}.$$

$$24. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - 1}{tgx - x}.$$

$$25. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^4};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}.$$

$$26. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln x}{ctgx};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln(\sin x)}.$$

$$27. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3}.$$

$$28. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{c^x - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x^2 - x - 6} \right).$$

$$29. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} ctg 3x \cdot \arctg 2x.$$

$$30. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}.$$

### ЗАВДАННЯ 9.

Дослідити функцію та побудувати графік

$$1. \quad y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$3. \quad y = \frac{x^3 - 1}{4x^2}$$

$$2. \quad y = x \ln x$$

$$4. \quad y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

5.  $y = \frac{2x+1}{x+3}$

6.  $y = \frac{e^x}{x}$

7.  $y = \frac{x}{(x+2)^2}$

8.  $y = \frac{x^2}{x^2-4}$

9.  $y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$

10.  $y = xe^x$

11.  $y = \frac{x^2}{x^2-16}$

12.  $y = \frac{x^2}{x^2+9}$

13.  $y = \frac{x}{x^2-4}$

14.  $y = \frac{\ln x}{x}$

15.  $y = \frac{5x}{4-x^2}$

16.  $y = \frac{2+x}{(x+1)^2}$

17.  $y = (x+2)e^{1-x}$

18.  $y = x + \frac{\ln x}{x}$

19.  $y = \frac{x}{9-x}$

20.  $y = e^{\frac{1}{5+x}}$

21.  $y = x^2 - 2 \ln x$

22.  $y = \ln(x^2 + 1)$

23.  $y = \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2$

24.  $y = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}$

25.  $y = \frac{x^2 + 6}{x^2 + 1}$

26.  $y = \frac{x^5}{x^4 - 1}$

27.  $y = \frac{x^2}{(x+2)^2}$

28.  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$

29.  $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$

30.  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вища математика. Підручник у 3 кн. Кн.1 Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, В. М. Котлова. – К.: Либідь, 1994.
2. Пак В. В., Носенко Ю. Л. Вища математика. Підручник.– К.: Либідь, 1996.
3. Вища математика. Основні розділи. Підручник у 2 кн. / За ред. Г. Л. Кулініча. – К.: Либідь, 1995.
4. Рябушко А. П., Бахратов В. В., Державец В. В., Юреть І. Е. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. – Минск: Высш. шк., 1990.
5. Сборник задач по курсу Высшей математики / под ред. Г. И. Кручковича. – М.: Высш. шк., 1973
6. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах – М.: Высш. шк., 1980.
7. Барковський В. В., Барковська Н. В. Математика для економістів: Вища математика: Навч. посіб. – К.: НАУ, 1999.
8. Малыхин В. И. Математика в экономике: Учебное пособие – М.: ИНФРА-М, 2002.
9. Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В. Математика в экономике: Учебник: В 2-х ч. – М.: ФиС, 2000.

## Додаток А

### Контрольні запитання

1. Що таке матриця, які є види матриць ?
2. Які існують операції над матрицями ?
3. Як обчислюють визначник квадратної матриці другого, третього порядку ?
4. Що таке обернена матриця, як обчислити обернену матрицю ?
5. Що називають системою лінійних рівнянь ?
6. Що називають розв'язком системи лінійних рівнянь ?
7. За якої умови система лінійних рівнянь має єдиний розв'язок ?
8. Що можна сказати про систему лінійних рівнянь , якщо її основний визначник дорівнює нулю ?
9. У чому полягає основна ідея методу Гаусса ?
10. У чому полягає матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь ?
11. Як можна розв'язати систему лінійних рівнянь за формулами Крамера ?
12. Що таке вектор, координати вектора у просторі ?
13. Які лінійні операції можна виконувати над векторами ?
14. Як визначають скалярний добуток векторів та які його властивості ?
15. Як записується рівняння лінії у загальному випадку ?
16. Які є види рівнянь прямої на площині ?
17. За якою формулою обчислюють кут між двома прямими ? Які умови паралельності та перпендикулярності прямих ?
18. Як формулюється означення границі функції у точці ?
19. Як формулюються основні теореми про границі функцій ?
20. Які функції називають нескінченно малими функціями ? Які їх властивості ?
21. Які функції називають еквівалентними нескінченно малими? Як їх застосовують при обчисленні границь ?
22. Як формулюються перша та друга важливі границі ?
23. Яке означення неперервності функції в точці ?
24. Які точки називають точками розриву функції ? Як їх класифікують ?
25. Що таке похідна функції однієї змінної ?

26. За якими правилами обчислюють похідну суми, добутку, частки двох функцій ?
27. За якими правилами обчислюють похідну складної функції ?
28. За якими правилами обчислюють похідну функції, заданої неявно ?
29. У чому полягає геометричний зміст похідної ?
30. Який вигляд має рівняння дотичної до кривої ?
31. У чому полягає економічний зміст похідної ?
32. Що називають диференціалом функції ?
33. Якою формулою користуються для наближених обчислень за допомогою диференціала ?
34. Як визначають похідні другого, третього, ... порядків ?
35. У чому полягає правило Лопітала розкриття невизначеностей ?
36. Для невизначеностей яких типів використовують правило Лопітала ?
37. Яке формулювання теореми Ролля ?
38. Яке формулювання теореми Лагранжа ?
39. Як записується формула Тейлора ?
40. Як записується формула Маклорена ?
41. Як розвиваються елементарні функції за формулою Маклорена ?
42. Яка ознака монотонності функції ?
43. Які необхідні умови локального екстремуму функції ?
44. Які достатні умови локального екстремуму функції ?
45. Який графік функції називають опуклим угору, а який – опуклим униз ?
46. Що таке точки перегину графіка функції ?
47. Які необхідні умови точки перегину графіка функції ?
48. Які достатні умови точки перегину графіка функції ?
49. Як визначають асимптоти графіка функції ?
50. Як можна знайти найбільше та найменше значення функції на відрізку ?