

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
**ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**Індивідуальні завдання  
для розрахунково-графічної роботи  
з дисципліни**

**“Математичні моделі і методи в економіці”**

**для студентів економічних спеціальностей  
(всіх форм навчання)**

**2012**

Індивідуальні завдання для розрахунково-графічної роботи з дисципліни “Математичні моделі і методи в економіці” для студентів економічних спеціальностей (усіх форм навчання) / Укл. Коротунова О.В., Мастиновський Ю. В. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2012. – 38 с.

Укладач: Коротунова О.В., доцент, к.т.н.

Експерт: Гудзь П. В., професор, д.е.н.

Рецензент: Пуліна Т.В, доцент, к.е.н.

Відповідальний за випуск: Коротунова О. В., доцент, к.т.н.

Затверджено на засіданні  
кафедри прикладної математики

Протокол № 2 від 19.09.2012 р.

**ЗМІСТ**

1. Завдання № 1	4
2. Завдання № 2	14
3. Завдання № 3	18
4. Завдання № 4	22
5. Завдання № 5	28
6. Завдання № 6	32
7. Завдання № 7	34
Література	38

## 1 ЗАВДАННЯ № 1

Скласти математичну модель задачі лінійного програмування. Привести її до канонічного вигляду.

Зразок складання математичних моделей задач лінійного програмування наведено в [1, с.6-9], [3, с.32-37].

**№ 1.** При складанні добового раціону годівлі худоби можна використати сіно (не більше 50 кг) і силос (не більше 85 кг). Раціон повинен містити не менш 1 кг білка, не менш 100 г кальцію й рівно 80г фосфору. Дані про зміст зазначених компонентів в 1 кг кожного продукту харчування та про вартість одного кг цих продуктів наведені в таблиці. Визначити оптимальний раціон годівлі за умови мінімальної собівартості.

Сировина	Сіно	Силос
Білки, г/кг	40	10
Кальцій, г/кг	1,25	2,5
Фосфор, г/кг	2	1
Вартість, у.о./кг	1,2	0,8

**№ 2.** При виробництві виробів А і В на фабриці застосовуються сталь, мідь й алюміній. Дані про запаси сировини, норми витрат на один вироб і прибуток від продажу одного виробу наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

Сировина	А	В	Запас
Мідь, кг	10	70	570
Сталь, кг	20	50	420
Алюміній, кг	40	10	600
Прибуток, у.о.	3	8	

**№ 3.** Для підгодівлі ґрунту потрібно внести на 1 га не більше 8 одиниць азоту, не менше 12 одиниць фосфатів і 16 одиниць нітратів. Можна закупити комбіновані добрива виду А і В. Дані про вміст хімічних речовин у добривах і ціни добрив наведені в таблиці. Скласти план мінімізації витрат по закупівлі добрив (на 1га).

Хімічні реч.	А	В
Азот, од.	1	4
Фосфати, од.	2	3
Нітрати, од.	12	8
Ціна 1 кг, у.о.	5	2

**№ 4.** Для перевезення пасажирів використовують автобус і маршрутне таксі. Дані про витрати матеріалів і коштів на обслуговування, запаси ресурсів і прибуток за 1 рейс наведені в таблиці. Скласти план перевезень (кількість рейсів автобуса та маршрутного таксі), що приносить максимальний прибуток.

Ресурси	Авт.	Маршр. т.	Запас
Бензин, т	0,3	0,2	3,1
Масло, л	2	0,5	18
Витрати на техн. обсл., у.о.	48	64	752
Прибуток, у.о.	80	60	

**№ 5.** На фабриці шиють куртки та плащі, використовуючи тканини типів А, В, С. Дані про запаси сировини, норми витрат на один вироб і прибуток від продажу 1го виробу наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

Сировина	Куртка	Плащ	Запас
Тканина А, кв.м.	1	2	100
Тканина В, кв.м.	2	3	170
Тканина С, кв.м.	1	1	80
Прибуток, у.о.	50	90	

**№ 6.** Для виробництва столів і стільців використовуються дошки, фанера та лакофарбові матеріали. Дані про запаси сировини, норми витрат на 10 виробів і собівартість виробництва 10 виробів наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому собівартість виробництва мінімальна.

Сировина	Столы	Стулья	Запас
Фанера (куб.м.)	5	6	18
Дошки (кв.м.)	4	1	12
Лакофарб. мат, л.	6	1	11
Собівартість, у.о.	50	30	

**№ 7.** Фармацевтична фабрика освоїла виробництво нового бальзаму, що повинен містити не менше 6 од. календули, 8 од. м'яти та не менше 12 од. звіробою. Екстракти для виготовлення бальзаму постачають фабриці три фірми. Вміст речовин в 1 од. екстракту та його вартість надані в таблиці:

Фірма	Вміст речовин в 1 од. екстракту			Вартість 1 од. екстракту, ум. од.
	календула	м'ята	звіробій	
I	2	1	3	2
II	1	2	4	3
III	3	1,5	2	2,5

За яких умов вартість бальзаму буде мінімальною?

**№ 8.** Обладнання трьох цехів фабрики дозволяє випускати фруктові соки в тарі трьох видів: в скляній по 6 гр. од. за 1 л, в картонній по 7 гр. од. за 1 л та бляшаній по 10 гр. од. за 1 л. Затрати часу на обробку 1 л соку для кожного цеху надані в таблиці:

Цех	Тривалість обробки 1 л соку, хв.			Фонд часу, год.
	В скляній тарі	В картонній	В бляшаній	
I	12	10	9	1200
II	15	18	20	300
III	6	4	4	800

Скласти план завантаження цехів, який забезпечує фабриці максимальний прибуток.

**№ 9.** Підприємство має у своєму розпорядженні ресурси сировини і робочої сили, необхідними для виробництва 2-х видів продукції. Витрати ресурсів на виготовлення однієї тонни кожного продукту, прибуток, одержуваний підприємством від реалізації тонни продукту, а також запаси ресурсів зазначені в наступній таблиці:

Ресурс	Продукт 1	Продукт 2	Запас
--------	-----------	-----------	-------

			ресурсу
Сировина, т	3	5	120
Трудові затрати, год.	14	12	400
Прибуток на одиницю продукції, ум.од./т	30	35	

Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

**№ 10.** При відгодівлі тварин кожна тварина щодня повинна одержати не менше 60 од. живильної речовини А, не менше 50 од. речовини В і не менше 12 од. речовини С. Зазначені живильні речовини містяться в трьох видах корму. Вміст одиниць живильних речовин у 1 кг кожного з видів корму наведений в наступній таблиці:

Живильні речовини	Кількість одиниць у 1 кг корму виду		
	I	II	III
А	1	3	4
В	2	4	2
С	1	4	3

Скласти денний раціон, що забезпечує одержання необхідної кількості живильних речовин при мінімальних грошових витратах, якщо ціна 1 кг корму I виду становить 9 гр. од., корму II виду – 12 гр. од. і корму III виду – 10 гр. од.

**№ 11.** На підприємстві для виготовлення трьох видів запасних частин для автомобілів використовується три види ресурсів. Дані про запаси ресурсів, норми витрат на одну запчастину і прибуток від продажу однієї запасної частини наведені в таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на виготовлення 1 запасної частини, кг			Загальна кількість ресурсів(кг)
	А	В	С	
I	5	5	2	200
II	4	-	3	300
III	-	2	4	800
Прибуток від реалізації 1 зап. частини (гр. од.)	5	8	6	

Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

**№ 12.** На кондитерській фабриці випускають цукерки чотирьох типів. Від реалізації 1 кг кожного виробу фабрика отримує прибуток відповідно 2, 1, 3, 5 ум. од. На виготовлення цукерок витрачаються ресурси трьох типів: енергія, сировина, труд. Дані про технологічний процес наведено в таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на 1 кг цукерок				Запаси ресурсів, од.
	I	II	III	IV	
Сировина	2	3	1	2	30
Енергія	4	2	1	2	40
Труд	1	2	3	1	25

Спланувати виробництво цукерок так, щоб прибуток від їх реалізації був максимальним.

**№ 13.** Цех випускає трансформатори двох видів. Для виготовлення трансформаторів двох видів використовуються залізо та проволочка. Загальний запас заліза – 3 т, проволочки – 18 т. На один трансформатор першого виду витрачаються 5 кг заліза та 3 кг проволочки, а на один трансформатор другого виду витрачаються 3 кг заліза та 2 кг проволочки. За кожний реалізований трансформатор першого виду завод отримує прибуток 3 у.о., другого – 4 у.о.

Скласти план виробництва трансформаторів, що забезпечує заводу максимальний прибуток.

**№ 14.** На консервному заводі виготовляють яблучний сік і яблучний джем. Дані про витрати на їхнє виробництво та прибуток від продажу одиниці товару наведені в таблиці. Відомо, що закуплено 500 кг яблук, 150 кг цукру й 50 кг харчових добавок. Скласти план випуску консервів, що приносить максимальний прибуток.

Сировина	Сік	Джем
Яблука, кг	5	3
Цукор, кг	2	0,5
Добавки, кг	0,5	0,2
Прибуток за 1 л, у.о.	9	5

**№ 15.** Їдальня підприємства має 14 кг борошна, 75 шт. яєць, 11 кг маргарину, 6 кг цукрового піску і 10 кг сметани. Витрата цих продуктів на один кондитерський виріб кожного виду зазначений у

таблиці (у кілограмах на 1 шт.).

Продукти	Вид виробу		
	Бісквіт	Пісковий торт	Кекс
Борошно	0,2	0,5	0,3
Яйця (шт.)	5	-	8
Маргарин	-	0,5	0,3
Цукровий пісок	0,2	0,15	0,3
Сметана	-	0,5	-

Скільки кондитерських виробів кожного виду необхідно виготовити, щоб сумарна їхня кількість була максимальною, а весь маргарин витрачений?

**№ 16.** Цех випускає три види виробів (I,II,III), добовий випуск яких становить: 90 одиниць виробу I, 70 –виробу II, 60 –виробу III. Добові ресурси на їх виготовлення такі: 780 одиниць виробничого устаткування, 850 одиниць сировини, 790 одиниць електроенергії. Витрати їх на одиницю виготовленої продукції подано в такій таблиці:

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю виробів		
	I	II	III
Виробниче устаткування	2	3	4
Сировина	1	4	5
Електроенергія	3	4	2
Вартість в грн.	8	7	6

Скільки виробів треба виготовити (якого типу і в якій кількості), щоб мати максимальний прибуток від випущеної понад план продукції ?

**№ 17.** У денний раціон харчування необхідно включити не менше 27 мг вітаміну А, не менш 21 мг вітаміну В и рівно 15 мг вітаміну С. Дані про вміст вітамінів в 1 кг абрикосів і в 1 кг вишні, а також про вартість фруктів наведені в таблиці. Скільки грамів вишні та абрикосів необхідно включити в денний раціон, щоб витрати були мінімальні?

Вітаміни	Вишня	Абрикоси
----------	-------	----------

Вітамін А, мг	8	50
Вітамін В, мг	10	5
Вітамін С, мг	24	30
Цена 1 кг	15	20

**№ 18.** На фабриці виробляються товари А і В. Дані про часові витрати на їхнє виробництво й про прибуток від продажу одиниці товару наведені в таблиці. Відомо, що протягом тижня токарський верстат може працювати не більше 70 годин, фрезерний - не більше 40, а на завершальні операції виділяється не більше 90 годин. Скільки продукції обох типів варто робити за тиждень для отримання максимального прибутку?

Час роботи	А	В
Токарський верстат, годин	2	1
Фрезерний верстат,	1	1
Завершальні операції,	1	3
Прибуток за 1 од. у.о.	4	6

**№ 19.** Раціон для харчування тварин на фермі складається з двох видів кормів. 1 кг першого виду корму коштує 80 гр. од. і містить: 1 од. жирів, 3 од. білків, 1 од. вуглеводів, 2 од. нітратів. 1 кг корму другого виду коштує 10 гр. од. і містить 3 од. жирів, 1 од. білків, 8 од. вуглеводів, 4 од. нітратів.

Скласти найбільш дешевий раціон харчування, що забезпечує жирів не менше 6 од., білків не менше 9 од., вуглеводів не менше 8 од., нітратів не більш 16 од.

**№ 20.** Меблева фірма випускає дві моделі письмових столів – А і В. Для одного столу типу А необхідно  $2 \text{ м}^2$  деревини, а для столу типу В –  $3 \text{ м}^2$ . Підприємство може отримати до  $1200 \text{ м}^2$  деревини за тиждень. Для виготовлення одного столу типу А потрібно 12 хв. роботи обладнання, а для моделі В – 30 хв. Обладнання може використовуватися 160 год. на тиждень. Оцінено, що за тиждень може бути реалізовано до 550 столів. Відомо, що прибуток від реалізації одного письмового столу типу А становить 30 ум. од., а типу В – 40 ум. од. Скільки столів кожного типу необхідно виготовляти за

тиждень для отримання максимального прибутку?

**№ 21.** Компанія витягає із двох типів руди мінерали А, В, С. Необхідно отримати не менш 3 тонн мінералу А, не більше 2 тонн мінералу В і рівно 1 тонну мінералу С. Дані про кількість мінералів, що витягають із руди кожного типу, і вартість руди наведені в таблиці. Скільки тонн руди кожного типу треба закупити, щоб витрати виявилися мінімальними?

Типи мінералів	Руда I	Руда II
Мінерал А	100 кг	200 кг
Мінерал В	120 кг	50 кг
Мінерал С	200 кг	100 кг
Ціна 1 кг	50 у.о.	60 у.о.

**№ 22.** Для виробництва светрів і кофточок використовуються вовна, силон, нітрон. Дані про запаси сировини, норми витрат на 10 виробів і прибуток від продажу 10 виробів наведені в таблиці. Визначити план випуску продукції, при якому буде досягнутий максимальний прибуток.

Сировина	Светр	Кофт.	Запас
Вовна, кг	8	4	240
Силон, кг	2	4	160
Нітрон, кг	5	3	90
Прибуток, у.о.	50	30	

**№ 23.** Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі А, В і С використовує три види основної сировини: цукровий пісок, патоку і фруктове пюре. Норми витрати сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду, загальна кількість сировини кожного виду, що може бути використано фабрикою, а також прибуток від реалізації 1 т карамелі даного виду наведені в таблиці:

Вид сировини	Норми витрати сировини (т) на 1 т карамелі			Загальна кількість сировини (т)
	А	В	С	

Сахарный песок	0.8	0.5	0.6	800
Патока	0.4	0.4	0.3	600
Фруктовое пюре	-	0.1	0.1	120
Прибуток від реалізації 1 т продукції (гр. од.)	108	112	126	

Знайти план виробництва карамелі, що забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

**№ 24.** Видавництво в даному місяці має ліміт на папір 750 кг, а підготовлені до видання посібники А, В, С вимагають витрат відповідно 50, 70 і 90 кг на 100 екземплярів. Трудомісткості виготовлення 100 екземплярів рівні 80, 60 і 90 нормо-год, а місячний трудовий ресурс становить 940 нормо-год. Ціна одного посібника – відповідно 0,9 ум. од., 1 і 2 ум. од. Знайти місячний план випуску літератури, що максимізує її сумарну вартість за умови повного використання трудового ресурсу.

**№ 25.** Цех випускає меблі трьох видів. Норми витрати матеріалів на одиницю кожного виду становлять 0,032; 0,031; 0,038, а трудомісткість виготовлення в нормо-год: 10,2; 7,5; 5,8. Оптові ціни одиниці меблів кожного виду рівні 93, 67 і 31 у. од. Знайти план, що мінімізує витрати матеріалу, якщо фонд робочого часу становить 17000 годин, а план реалізації готової продукції – 76000 у. од.

**№ 26.** В університеті проводиться конкурс на крашу газету. Одному з студентів дали доручення купити акварельні фарби вартістю 15 гр. од. за коробку, кольорові олівці вартістю 12 гр. од. за коробку, лінійки вартістю 8 гр. од., блокноти вартістю 10 гр. од. Акварельних фарб треба купити не менше трьох коробок, блокнотів – стільки, скільки коробок олівців та фарб разом, лінійок не більше п'яти. На покупки виділяється не менше 200 гр. од. В якій кількості студент повинен купити зазначені предмети, щоб їх загальна кількість була найбільшою?

**№ 27.** Невелике сільськогосподарське підприємство спеціалізується на вирощуванні овочів, зокрема капусти і томатів, використовуючи для цього мінеральні добрива (фосфорні та калійні). Норми внесення мінеральних добрив під кожен культуру та запас добрив у господарстві наведено в таблиці:

Мінеральні добрива	Норма внесення добрива, кг діючої речовини / га		Запас добрива, кг
	Капуста	Томати	
Фосфорні	150	400	6000
Калійні	500	300	9000

Під вирощування овочів відведено земельну ділянку площею 20 га. Очікуваний прибуток господарства від реалізації 1 ц капусти становить 10 ум. од., а 1 ц томатів – 20 ум. од. Середня врожайність капусти в господарстві дорівнює 300 ц/га, а томатів – 200 ц/га.

Визначити такий варіант розміщення культур на земельній ділянці, який максимізує прибуток господарства за умови, що витрати мінеральних добрив не перевищують максимально можливого запасу.

**№ 28.** Для перевезення вантажів використовують автомобілі вантажопідйомності 3 і 5 тонн. Дані про витрати матеріалів і коштів на обслуговування, запаси ресурсів і прибуток за 1 рейс наведені в таб-лиці. Скласти план перевезень (кількість рейсів автомобіля кожного виду), що приносить максимальний прибуток.

Ресурси	Ав. 3 т	Ав. 5 т	Запас
Бензин, т	0,2	0,3	2,4
Масло, л	2	1	20
Витрати на техн. обл., у.о.	3	8	81
Прибуток, у.о.	15	40	

**№ 29.** Для підгодівлі ґрунту потрібно внести на 1 га не менше 8 одиниць азоту, не менше 21 одиниць фосфатів і 10 одиниць нітратів. Можна закупити комбіновані добрива виду А і В. Дані про вміст хімічних речовин у добривах і ціни добрив наведені в таблиці. Скласти план мінімізації витрат по закупівлі добрив (на 1га).

Хімічні реч.	А	В
Азот, од.	1	54
Фосфати, од.	12	4
Нітрати, од.	4	4
Ціна 1 кг, у.о.	3	4

**№ 30.** На фабриці виробляються товари А і В і використовується три типи устаткування: токарське, фрезерне і шліфувальне. Дані про часові витрати на їхнє виробництво й про прибуток від продажу одиниці товару наведені в таблиці. Відомо, що протягом тижня токарський верстат може працювати не більше 70 годин, фрезерний – не більше 25, а шліфувальний не більше 80 годин. Скільки продукції обох типів варто робити за тиждень для отримання максимального прибутку?

Час роботи (годин)	А	В
Токарський верстат	2	1
Фрезерний верстат	1	-
Шліфувальний верстат	1	2
Прибуток за 1 од, у.о.	8	3

## 2 ЗАВДАННЯ № 2

Графічним методом розв'язати задачу лінійного програмування. Провести аналіз на чутливість.

Зразок розв'язання задачі графічним методом наведено в [1, с.20-26], [2, с. 207-214], [3, с. 27-31].

**№ 1.**  $F_{\max} = 2x_1 + 2x_2$ ;

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ 4x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**№ 2.**  $F_{\max} = x_1 + 2x_2$ ;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**№ 3.**  $F_{\max} = 4x_1 + 2x_2$ ;

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**№ 4.**  $F_{\min} = x_1 + x_2$ ;

$$\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } F_{\min} = 2x_1 - x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } F_{\max} = x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } F_{\max} = x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } F_{\max} = -3x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 \geq 0, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6, \\ x_1 - 4x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } F_{\max} = x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } F_{\max} = 2x_1 + 4x_2;$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } F_{\max} = 2x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } F_{\max} = 3x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_2 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } F_{\min} = -3x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } F_{\max} = x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } F_{\max} = x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq -4, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } F_{\max} = 5x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } F_{\max} = 3x_1 + 5x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ -3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ 0 \leq x_1 \leq 6, \\ 0 \leq x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } F_{\max} = 2x_1 + 5x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } F_{\max} = 12x_1 + 15x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \leq 5, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } F_{\min} = -3x_1 + x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } F_{\max} = 2x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } F_{\max} = 3x_1 + 6x_2;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } F_{\max} = 5x_1 + 4x_2;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40, \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } F_{\max} = 6x_1 + 15x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 7x_1 + 10x_2 \leq 70, \\ -4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } F_{\max} = -2x_1 + 5x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } F_{\max} = 10x_1 + 8x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 - x_2 \leq 10, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } F_{\max} = 2x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 3x_1 - x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } F_{\min} = x_1 + 2x_2;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } F_{\max} = 4x_1 + 4x_2;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 \leq 18, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } F_{\max} = 7x_1 + 3x_2;$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

### 3 ЗАВДАННЯ № 3

Розв'язати задачу лінійного програмування симплексним методом.  
Для данної задачі: а) записати двоїсту до неї задачу;  
б) використовуючи розв'язок данної задачі, знайдений симплексним методом, знайти рішення двоїстої за допомогою теорем двоїстості.

Зразок розв'язання задачі симплексним методом наведено в [2, с. 214-226], зразок розв'язування двоїстої задачі – в [2, с. 235-244], [3, с. 72-82].

$$\text{№ 1. } F_{\min} = 2x_1 + 2x_2 - 5x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 12, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 24, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } F_{\max} = x_1 + 4x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } F_{\min} = 2x_1 + x_2 + 3x_3;$$

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } F_{\max} = -6x_1 - 3x_2 + 4x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_3 \leq 8, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } F_{\max} = -3x_1 + x_2 + 2x_3;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } F_{\max} = x_1 + 2x_2 - 4x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 8, \\ -x_1 + 4x_2 - 4x_3 \leq 18, \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 \leq 18, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } F_{\max} = 3x_1 + x_2 + 2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } F_{\max} = x_1 - x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 24, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } F_{\min} = -2x_1 + 8x_2 + 3x_3;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } F_{\max} = 5x_1 + 2x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 12, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } F_{\min} = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3;$$

$$\begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 3, \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } F_{\min} = 6x_1 + 7x_2 + 9x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 5, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } F_{\max} = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 11, \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 2, \\ -x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 12, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } F_{\min} = x_1 + 4x_2 + 3x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 18, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } F_{\max} = 2x_1 + x_2 - x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 9, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } F_{\max} = -x_1 - 2x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } F_{\min} = -2x_1 + x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \leq 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } F_{\min} = -2x_1 - 3x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } F_{\max} = 2x_1 - x_2 - 3x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + 6x_3 \leq 4, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } F_{\min} = x_1 + 2x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } F_{\max} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 \leq 4, \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 10, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } F_{\min} = 3x_1 + 3x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 12, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 24, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } F_{\max} = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } F_{\min} = x_1 + 2x_2 + 5x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 20, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } F_{\max} = x_1 + 2x_2 - 3x_3;$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_3 \leq 2, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } F_{\max} = x_1 + 4x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } F_{\max} = 2x_1 + x_2 - x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } F_{\max} = x_1 - x_2 + x_3;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 24, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases};$$

$$\text{№ 29. } F_{\max} = -2x_1 - 2x_2 - 2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } F_{\min} = -3x_1 - 2x_2 - 2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \end{cases}$$

#### 4 ЗАВДАННЯ № 4

Знайти початкові опорні рішення методом північно-західного кута, методом Фогеля і методом мінімальної вартості і порівняти значення цільової функції. Розв'язати транспортну задачу лінійного програмування методом потенціалів: а) в класичній постановці: б) з обмеженнями на пропускну здатність.

Зразок розв'язання транспортної задачі методом потенціалів наведено в [1, с.139-154], [2, с.268-283], [4, с.476-497].

**№ 1.**  $x_{34} \leq 400$ ,  $x_{23} \geq 500$

$a_i \backslash b_j$	500	500	1000	1500
1000	3	2	5	4
1500	4	3	5	3
500	1	1	3	2

**№ 2.**  $x_{32} \leq 200$ ,  $x_{11} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	300	300	300	300
300	5	5	4	3
200	4	7	4	2
400	3	2	3	4

**№ 3.**  $x_{21} \leq 500$ ,  $x_{33} \geq 400$

$a_i \backslash b_j$	1000	1500	500	2000
500	3	2	1	5
1000	3	6	5	4
1000	4	8	5	7

**№ 4.**  $x_{21} \leq 500$ ,  $x_{34} \geq 1000$

$a_i \backslash b_j$	1000	1000	2000	2000
500	5	6	3	8
1000	1	1	2	3
1500	2	5	4	4

№ 5.  $x_{21} \leq 500$ ,  $x_{33} \geq 400$

$a_i \backslash b_j$	1000	500	1500	2000
500	3	1	2	5
1000	1	3	4	2
500	3	6	5	9

№ 6.  $x_{33} \leq 100$ ,  $x_{12} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	200	300	200	300
100	2	3	4	5
200	2	4	2	6
300	6	5	4	5

№ 7.  $x_{14} \leq 30$ ,  $x_{24} \geq 50$

$a_i \backslash b_j$	50	100	100	100
50	2	4	5	8
100	5	3	4	6
50	3	1	2	4

№ 8.  $x_{32} \leq 70$ ,  $x_{43} \geq 140$

$a_i \backslash b_j$	70	140	210	140
70	1	2	1	3
140	2	4	5	8
210	3	5	6	9

№ 9.  $x_{21} \leq 10$ ,  $x_{12} \geq 10$

$a_i \backslash b_j$	40	20	10	20
40	7	6	5	11
20	3	4	2	2
10	9	10	3	15

**№ 10.**  $x_{11} \leq 20, x_{33} \geq 30$

$a_i \backslash b_j$	30	30	60	90
60	3	11	4	4
30	2	10	5	6
60	3	13	3	7

**№ 11.**  $x_{23} \leq 30, x_{32} \geq 30$

$a_i \backslash b_j$	30	90	60	60
30	1	3	4	5
60	9	5	2	4
90	3	4	5	4

**№ 12.**  $x_{32} \leq 100, x_{12} \geq 40$

$a_i \backslash b_j$	50	150	200	150
50	4	5	6	10
100	6	3	8	4
150	5	1	3	1

**№ 13.**  $x_{11} \leq 100, x_{34} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	200	400	100	200
200	2	1	3	5
100	4	3	4	7
100	5	8	3	6

**№ 14.**  $x_{11} \leq 100, x_{34} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	200	400	100	200
200	1	7	12	2
100	2	3	8	4
200	3	5	4	6

№ 15.  $x_{32} \leq 100$ ,  $x_{23} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	100	200	200	300
100	4	3	5	2
200	7	1	2	3
300	9	2	4	5

№ 16.  $x_{32} \leq 20$ ,  $x_{24} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	10	30	30	40
10	3	1	3	4
50	5	1	2	2
60	2	3	4	6

№ 17.  $x_{33} \leq 40$ ,  $x_{21} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	100	200	100	200
100	1	3	1	2
200	4	7	3	5
50	3	4	1	6

№ 18.  $x_{33} \leq 100$ ,  $x_{24} \geq 100$

$a_i \backslash b_j$	100	200	200	300
100	1	3	4	1
200	5	2	2	7
400	4	4	3	6

№ 19.  $x_{34} \leq 20$ ,  $x_{12} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	40	60	50	40
40	1	2	3	1
50	4	2	2	9
50	5	7	10	5

№ 20.  $x_{21} \leq 25$ ,  $x_{32} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	50	25	50	25
25	3	1	8	1
50	2	5	2	3
75	9	4	6	5

№ 21.  $x_{34} \leq 10$ ,  $x_{23} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	40	30	40	50
20	5	3	1	6
30	4	6	4	7
20	4	1	2	3

№ 22.  $x_{12} \leq 40$ ,  $x_{23} \geq 50$

$a_i \backslash b_j$	50	100	200	200
50	1	9	2	2
100	6	4	10	3
100	8	4	7	5

№ 23.  $x_{22} \leq 25$ ,  $x_{34} \geq 25$

$a_i \backslash b_j$	25	50	75	50
25	1	1	3	4
50	7	2	4	2
50	8	9	5	6

№ 24.  $x_{32} \leq 10$ ,  $x_{23} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	20	20	40	20
20	2	2	3	4
40	4	5	4	7
20	6	7	3	5

№ 25.  $x_{31} \leq 3$ ,  $x_{22} \geq 5$

$a_i \backslash b_j$	5	10	15	10
5	2	2	4	5
20	4	6	7	10
15	5	3	3	6

№ 26.  $x_{34} \leq 100$ ,  $x_{12} \geq 30$

$a_i \backslash b_j$	50	100	100	150
50	1	3	4	1
100	3	2	2	4
150	4	8	9	5

№ 27.  $x_{33} \leq 60$ ,  $x_{14} \geq 50$

$a_i \backslash b_j$	60	120	180	120
60	1	3	2	1
120	6	2	4	2
180	5	9	5	10

№ 28.  $x_{31} \leq 90$ ,  $x_{24} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	180	90	270	180
90	1	3	4	1
90	3	2	9	13
180	3	4	5	8

№ 29.  $x_{13} \leq 15$ ,  $x_{34} \geq 20$

$a_i \backslash b_j$	20	20	40	40
20	4	5	2	4
40	3	1	3	5
80	2	7	6	8

№ 30.  $x_{14} \leq 60$ ,  $x_{23} \geq 80$

$a_i \backslash b_j$	80	160	240	160
80	2	5	2	3
160	3	4	4	5
80	4	3	6	7

### 5 ЗАВДАННЯ № 5

Фірма з виробництва взуття планує освоєння нових ринків збуту в п'яти містах. Для укладення договорів в кожне місто достатньо направити одного торгового представника фірми. У таблиці вказано, на яку суму (в тис. грн.) може укласти договір кожен із співробітників в кожному місті. Розподілити торгових агентів по містах таким чином, щоб фірма забезпечила максимум збуту своєї продукції.

Зразок розв'язання задачі про призначення наведено в [5, с. 485-501].

№ 1.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	15	12	2	9	10
2	2	10	8	7	3
3	1	3	5	6	0
4	9	6	6	13	7
5	20	5	7	15	3

№ 3.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	19	10	16	12	20
2	3	13	12	1	13
3	1	19	15	8	11
4	9	15	14	16	2
5	0	19	13	1	10

№ 2.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	10	2	5	8	6
2	14	6	16	5	17
3	17	6	9	4	2
4	15	13	12	17	8
5	6	10	7	18	15

№ 4.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	1	12	19	20	4
2	13	9	8	6	5
3	20	5	17	4	4
4	4	5	9	7	10
5	6	1	1	1	9

№ 5.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	2	9	5	4
2	17	8	6	19	7
3	20	2	13	12	4
4	6	17	2	11	7
5	3	4	2	5	13

№ 9.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	12	2	1	5	3
2	7	2	7	6	5
3	5	1	18	9	13
4	7	11	7	17	19
5	2	16	6	9	8

№ 6.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	9	12	14	18	5
2	7	9	5	8	8
3	6	3	5	8	18
4	9	6	7	10	12
5	16	9	5	5	4

№ 10.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	2	8	2	8	18
2	2	17	7	15	20
3	16	7	8	6	12
4	6	9	14	5	5
5	15	6	9	14	1

№ 7.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	6	8	9	8	7
2	15	4	1	5	3
3	16	19	13	5	13
4	3	2	14	8	5
5	10	20	20	15	19

№ 11.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	14	4	7	19	5
2	2	5	3	5	9
3	5	4	15	5	6
4	1	6	4	2	11
5	13	12	4	20	8

№ 8.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	13	5	10	17	9
2	5	6	2	20	4
3	17	0	5	7	14
4	6	17	8	4	17
5	7	8	9	4	12

№ 12.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	15	4	4	5	6
2	13	2	11	14	3
3	5	9	7	1	7
4	5	19	8	9	10
5	13	19	6	8	12

№ 13.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	8	5	1	4
2	9	12	18	15	9
3	4	5	2	8	7
4	8	10	5	4	8
5	5	1	9	4	3

№ 14.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	13	2	5	8	3
2	2	16	4	9	7
3	4	51	8	13	17
4	16	22	6	20	19
5	17	19	14	11	5

№ 15.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	8	8	2	3	13
2	5	7	18	6	5
3	8	2	7	8	9
4	6	5	20	6	18
5	4	7	18	10	12

№ 16.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	2	8	6	2	14
2	2	4	8	10	1
3	5	5	9	6	10
4	13	8	10	5	11
5	7	16	18	9	20

№ 17.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	4	2	3	6	5
2	3	16	11	2	8
3	9	9	19	7	8
4	3	7	1	16	9
5	13	18	13	16	7

№ 18.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	3	18	4	3	9
2	5	6	9	3	8
3	0	4	11	15	3
4	4	9	3	14	6
5	1	15	2	12	15

№ 19.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	12	0	8	9	3
2	4	39	1	8	15
3	2	8	4	7	1
4	10	20	13	2	13
5	9	6	3	4	2

№ 20.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	20	2	20	17
2	9	5	4	3	14
3	8	13	11	2	15
4	13	7	1	18	2
5	8	13	5	3	17

№ 21.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	1	11	8	9	7
2	15	11	8	6	10
3	9	19	2	8	2
4	8	19	4	14	4
5	8	4	3	4	12

№ 25.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	8	9	2	8	11
2	12	3	18	6	3
3	9	7	12	16	7
4	20	5	2	8	2
5	17	18	9	7	9

№ 22.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	11	10	2	3	5
2	4	5	7	20	4
3	9	15	5	8	9
4	8	8	9	19	19
5	14	7	19	4	13

№ 26.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	8	5	6	8	5
2	17	18	20	19	7
3	9	11	5	11	9
4	6	20	10	16	3
5	2	12	8	9	5

№ 23.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	7	2	7	6	2
2	3	15	16	13	13
3	4	2	60	4	3
4	2	2	44	9	8
5	8	7	9	20	7

№ 27.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	10	19	12	2	8
2	19	20	1	10	18
3	7	6	2	16	9
4	3	18	14	14	7
5	14	15	11	19	13

№ 24.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	13	4	8	2	10
2	3	13	8	18	3
3	8	15	5	11	7
4	7	14	6	16	9
5	17	7	8	3	12

№ 28.

Спис	Micro				
	1	2	3	4	5
1	5	4	6	9	8
2	6	6	11	1	3
3	2	5	5	3	6
4	12	20	0	14	17
5	4	9	9	4	8

## № 29.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	9	17	6	4	5
2	5	18	8	1	8
3	9	20	32	9	9
4	8	15	6	8	5
5	6	5	14	13	9

## № 30.

Спів	Місто				
	1	2	3	4	5
1	8	6	10	5	10
2	12	13	17	20	17
3	8	6	7	18	2
4	8	2	5	14	3
5	9	12	7	11	12

## 6 ЗАВДАННЯ № 6

Для задачі нелінійного програмування знайти екстремальні значення цільової функції  $f(x, y)$  методом Лагранжа за умови  $g(x, y) = 0$ .

Зразок розв'язання типової задачі наведено в [1, с. 257-262], [3, с. 189-193].

№ 1.  $f(x, y) = 4 - 2x^2 + y^2$ ;  $g(x, y) = x + y - 1$ .

№ 2.  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 5$ ;  $g(x, y) = x - y - 4$ .

№ 3.  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ;  $g(x, y) = 2x - y - 3$ .

№ 4.  $f(x, y) = 3x - 12y - 1$ ;  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 17$ .

№ 5.  $f(x, y) = 2xy$ ;  $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2$ .

№ 6.  $f(x, y) = 4 + 2x^2 + y^2$ ;  $g(x, y) = x + y - 7$ .

№ 7.  $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ ;  $g(x, y) = 2x + 3y - 5$ .

№ 8.  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ;  $g(x, y) = 3x + 4y - 12$ .

№ 9.  $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 5y$ ;  $g(x, y) = x + 3y - 6$ .

№ 10.  $f(x, y) = 2x^2 + 5x + y^2 + 3y$ ;  $g(x, y) = x + 5y - 12$ .

№ 11.  $f(x, y) = 2x^2 + 4x + 2y^2 + y$ ;  $g(x, y) = 3x + 4y - 12$ .

№ 12.  $f(x, y) = 2xy + y^2$ ;  $g(x, y) = 2x + 4y - 8$ .

№ 13.  $f(x, y) = 3x^2 - x + 2y^2 + 1$ ;  $g(x, y) = x + y - 4$ .

№ 14.  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ;  $g(x, y) = x - y - 4$ .

№ 15.  $f(x, y) = xy^2$ ;  $g(x, y) = x + 2y - 1$ .

№ 16.  $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + 4y$ ;  $g(x, y) = 2x - 6y + 4$ .

№ 17.  $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 + 8y$ ;  $g(x, y) = x + y - 18$ .

№ 18.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ ;  $g(x, y) = 4x + 6y - 6$ .

№ 19.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4$ ;  $g(x, y) = 2x + y$ .

№ 20.  $f(x, y) = 7 - x^2 - 2y^2$ ;  $g(x, y) = x - y - 3$ .

№ 21.  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 3$ ;  $g(x, y) = x + 2y - 4$ .

№ 22.  $f(x, y) = x^2 + 8xy + 2y^2$ ;  $g(x, y) = x + y - 5$ .

№ 23.  $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 5y$ ;  $g(x, y) = x + 3y - 6$ .

№ 24.  $f(x, y) = x + y - 3$ ;  $g(x, y) = 2x^2 + y^2 - 6$ .

№ 25.  $f(x, y) = 4x - 2y$ ;  $g(x, y) = x^2 + xy + 3$ .

№ 26.  $f(x, y) = x^2 - xy - 35$ ;  $g(x, y) = -12x + 7y$ .

№ 27.  $f(x, y) = 2x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + 6$ ;  $g(x, y) = 3x - 5y - 15$ .

№ 28.  $f(x, y) = 4x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_1 + 2x_2 + 20$ ;  $g(x, y) = 2x + y - 4$ .

№ 29.  $f(x, y) = 3x^2 - 8xy + y^2$ ;  $g(x, y) = 10y - x - 17$ .

№ 30.  $f(x, y) = 2x^2 + 10xy + 3y^2$ ;  $g(x, y) = -x + 2y - 7$ .

## 7 ЗАВДАННЯ № 7

Дано задачу опуклого програмування. Потрібно: а) знайти екстремальні значення цільової функції графічним методом; б) написати функцію Лагранжа даної задачі і знайти її сідлову точку, використовуючи отриманий графічний розв'язок.

Зразок розв'язання задачі опуклого програмування наведено в [1, с. 251-257, 262-269].

$$\text{№ 1. } F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq -2, \\ 7x_1 - x_2 \geq 14, \\ x_1 + 3x_2 \leq 21, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } F = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq -4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } F = (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 11, \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 6, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } F = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 5)^2$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 36, \\ x_1 - 2x_2 \geq -2, \\ x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } F = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq -10, \\ x_1 - 2x_2 \geq -12, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } F = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } F = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 21, \\ x_1 \geq 2, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \geq -9, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ 3x_1 + 9x_2 \geq 27, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } F = (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - x_2 \geq 1, \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } F = (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 7x_2 \leq 42, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 7)^2$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 7x_2 \geq 7, \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 16, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } F = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 15)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ 7x_1 + 3x_2 \geq 21, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ 3x_1 - 5x_2 \geq -15, \\ -2x_1 + 9x_2 \geq 18, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } F = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 \leq 30, \\ x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ -7x_1 + 14x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } F = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 4x_2 \leq 36, \\ 12x_1 - 3x_2 \geq 12, \\ -2x_1 + 7x_2 \geq 7, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 17. } F = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 8)^2$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 20, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 10)^2$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 9x_2 \leq 36, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 8)^2$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ 10x_1 - x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } F = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 8x_2 \leq 72, \\ 4x_1 - x_2 \geq 8, \\ -4x_1 + 16x_2 \geq 16, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 + 1)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 - x_2 \geq -2, \\ 7x_1 - 3x_2 \leq 21, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 5, \\ 2x_1 - x_2 \geq -1, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 23. } F = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq -2, \\ 4x_1 - x_2 \geq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 24. } F = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - 5x_2 \geq -10, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 25. } F = (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 4)^2$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 - 2x_2 \geq -10, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 26. } F = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 \geq -2, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 27. } F = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 6)^2$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -3, \\ x_1 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 28. } F = (x_1 + 2)^2 + x_2^2$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ x_1 \leq 6, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 29. } F = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 1)^2$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 10, \\ -x_1 + x_2 \geq -4, \\ x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{№ 30. } F = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

## ЛІТЕРАТУРА

1. Акулич И.П. Математическое программирование в примерах и задачах. Уч. пособие для студентов. – М.: Высш. школа, 1986.
2. Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: Учеб. пособие. – М.: ФиС, 2001.
3. Віглинський В.В. та ін. Математичне програмування: Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. – Київ, 2001.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / под ред. проф. В.И. Ермакова – М.: ИНФРА-М, 2003.
5. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.